

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԳՅՈՒՂԱՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

Բարձրագույն մաթեմատիկայի § տեսական մեխանիկայի ամբիոն

Հեղինակներ: Ֆիզ.մաթ.գիտ., դոկտոր, պրոֆ. Ա.Խ.Խաչատրյան
Ֆիզ.մաթ.գիտ.թեկնածու,դոց. Հ.Վ.Համբարձումյան

ԲԱՐՁՐԱԳՈՒՅՆ ՍԱԹԵՍԱՏԻԿԱՅԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՀԳԱ-ի ուսանողների համար

ԵՐԵՎԱՆ 2005

Աշխատանքը թույլատրվել է տպագրության ՀԳԱ-ի
նուսնամակնությամբ խորհրդի կողմից
(Արձանագրություն N1, 20 ապրիլի 2000թ.)

Ա.Խ.Խաչատրյան, Հ.Վ.Համբարձումյան

Բառձրագրություն մաթեմատիկայի հինդուստանի և
վառժնությունների ժողովածու:

Նեոնեո ժողովածու և նախադասված է Հայկական
գրականության անտեմատիկայի նուսնամակնությամբ:

Մոտիվածություն կազմելիս հարկ է առնվել,
ճարտարագիտական, տնտեսագիտական և
տեխնոլոգիական մասնագիտություններին մեծ
բառձրագրություն մաթեմատիկայի մեթոդներին
կիրառման ներկայիս աստիճանները: Խնդիրներ
կազմելիս օգտվել ենք Չոյնությունները հնչյուն
մասնագիտական, այնպես էլ, ուսումնասիրողների
օժանդակության ներկայում: Մոտիվածություն հոմերոս
ընդհանրում է անարհեստական լեզու, այն,
բառձրագրություն հանրահարկ, մաթեմատիկական
անվիզի և հավանականություններին տեսություն
բաժինները:

Մոտիվածություն կարող է օգտագործվել, նաև այն
տեխնիկական բնույթով և բնագիտական
Ֆանտաստիկայի, նոր տեղի ուսումնասիրում է
«Բառձրագրություն մաթեմատիկա» առարկան:

Աղավարդ Խաչատուրի Խաչատրյան
Հրաչիկ Վարդգեսի Համբարձումյան

**ԲԱՐՉՐԱԳՈՒՅՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԵՎ ՎԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ**

Հայկական գյուղատնտեսական ակադեմիայի
ուսանողների համար

**Агавард Хачатурович Хачатрян
Грачик Вардгесович Амбарцумян**

**СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

**Для студентов Армянской сельскохозяйственной
академии**

(на армянском языке)

Համակարգչային շարվածքը

§ ձևավորումը

Վարդգես Համբարձումյան

ՉԼ ՈՒՐՆ Ի

ԱՆ ԱԼԻԲՏԻԿ ԵՐԿՐ ԱՉ ԱՓՈՒԹՅՈՒՆԸ Հ ԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

«1 Անալիտիկ երկրային առանցքի անալիտիկ առանցքի և ներհանական

- 1.1.1. Տրված են ABC եռանկյան գագաթների կոորդինատները: Գտնել պարագիծը՝
 - 1) $A(-22;12), B(34;45), C(-2;-3)$; 2) $A(2;3), B(65;87), C(-12;51)$;
 - 3) $A(0;0), B(42;56), C(-21;72)$; 4) $A(-3;-5), B(69;25), (13;58)$:
- 1.1.2. Տրված են ABC եռանկյան գագաթների կոորդինատները: Պահանջարկով գտնել նրանից անհեռավորությունը $ABC - Y'$
 - 1) $A(1;3), B(4;1), C(8;7)$, 2) $A(2;1), B(1;-2), C(-4;2)$,
 - 3) $A(-1;6), B(1;1), C(10;5)$, 4) $A(-13;10), B(-10;9), C(-1;5)$,
 - 5) $A(-3;4), B(-1;9), C(9;5)$, 6) $A(4;11), B(6;3), C(9;6)$:
- 1.1.3. Արտահայտելով անալիտիկ ձևով $M_1(2;8)$ և $M_2(7;7)$ կետերի հեռավորությունը:
- 1.1.4. Օրոշելով անալիտիկ ձևով $M_1(2;12)$ կետից լինի հիմնական գագաթներից, քան $M_2(1;3)$ կետից:
- 1.1.5. Գտնել անալիտիկ ձևով, որի հեռավորությունը անալիտիկ ձևով $M_1(8;9)$ և $M_2(4;8)$:
- 1.1.6. Գտնել անալիտիկ ձևով, որի հեռավորությունը $M_1(-7;4), M_2(1;-8), M_3(11;16)$ կետերից:
- 1.1.7. Տրված են $M \notin N$ կետերը: Արտահայտելով անալիտիկ ձևով P կետը MPN անկյունը լինի ուղիղ՝
 - 1) $M(1;2), N(6;3)$; 2) $M(2;2), N(5;-2)$:
- 1.1.8. Գտնել $M_1(1;2)$ կետի համաչափ (սիմետրիկ) M_2 կետը $A(1;0) \notin B(-1;-2)$ կետերով անցնող ուղղի նկատմամբ:
- 1.1.9. Ցույց տալ, որ $A(3;-5), B(-2;-7) \notin C(18;1)$ կետերը ասիմետրիկ են մեկ ուրիշ ձևով:
- 1.1.10. Տրված են քառանկյունի հանդիպակաց $A(3;0) \notin C(-4;1)$ անալիտիկ ձևով: Գտնել մյուս երկու անալիտիկ ձևով:
- 1.1.11. Տրված են քառանկյունի երկու հանդիպակաց $A(2;-1) \notin B(-1;3)$ գագաթները: Գտնել մյուս երկու գագաթները:

- 1.1.23. $A(-1;4) \notin B(3;7)$ ծայրակետերով հատվածի վրա գտնել
այնպիսի C կետ, որ $AC = 4CB$:
- 1.1.24. $A(-3;-1) \notin B(2;4)$ ծայրակետերով հատվածի
չարևմտյան կողմի վրա գտնել այնպիսի C կետ, որ
 $CB = 3AC$:
- 1.1.25. $A(4;-2) \notin B(6;0)$ ծայրակետերով հատվածի
չարևմտյան կողմի վրա գտնել այնպիսի C կետ, որ
 $CB = 4AB$:
- 1.1.26. Գտնել $A, B \notin C$ գագաթներով եռանկյան AD
կիսորդի երկարությունը՝
1) $A(3;-5), B(-3;3), C(-1;-2)$, 2) $A(1;-2), B(2;-5), C(4;7)$:
- 1.1.27. Գտնել $A, B \notin C$ գագաթներով եռանկյան միջնագծերի
հատման կետի կոորդինատները՝
1) $A(2;3), B(1;4), C(3;-4)$, 2) $A(-5;2), B(6;8), C(11;-1)$,
3) $A(1;4), B(-5;0), C(-2;-1)$:
- 1.1.28. Տրված են եռանկյան $A(2;3), B(3;1)$ գագաթները և $M(2;2)$
միջնագծերի հատման կետը: Գտնել երրորդ
գագաթը:
- 1.1.29. $E(4;5)$ կետը AB հատվածի միջնակետն է, իսկ $M(3;3)$
կետը AB հատվածն քառանկյան է 1:3
հարաբերությամբ: Գտնել $A \notin B$ կետերը:
- 1.1.30. Ուղիղն անցնում է $M_1(-12;-13) \notin M_2(-2;-5)$ կետերով:
Առնչվող միագույն առանցքի վրա գտնել այնպիսի կետ, որ
հավասար է $3-9$:
- 1.1.31. Ուղիղն անցնում է $M_1(2;-3) \notin M_2(-6;5)$ կետերով: Այդ
նույն միագույն առանցքի վրա գտնել այնպիսի կետ, որ
հավասար է $-5-9$:
- 1.1.32. Ուղիղն անցնում է $A(7;-3) \notin B(23;-6)$ կետերով:
Գտնել այդ ուղիղի Ox առանցքի հատման կետը:
- 1.1.33. Ուղիղն անցնում է $A(5;2) \notin B(-4;-7)$ կետերով: Գտնել
այդ ուղիղի Oy առանցքի հատման կետը:
- 1.1.34. Տրված են քառանկյան գագաթները՝ $A(-3;12), B(3;-4),$
 $C(5;-4)$ և $D(5;8)$: Գտնել թե՛ h^0 նշ հարաբերությամբ է
 AC անկյունն առաջնորդող BD անկյունն առաջնորդող
հարաբերությունը:
- 1.1.35. Տրված են քառանկյան գագաթները՝
 $A(-2;14), B(4;-2), C(6;-2)$ և $D(6;10)$: Գտնել $AC \notin BD$
անկյունն առաջնորդող հատման կետը:

- 1.1.36. Տրված են ABC եռանկյան գագաթները: Հաշվել նրա մակերեսը՝
 1) $A(2;-3), B(3;2), C(-2;5)$; 2) $A(-3;2), B(5;-2), C(1;3)$;
 3) $A(3;-4), B(-2;3), C(4;5)$:
- 1.1.37. Տրված են ABC եռանկյան գագաթները: Հաշվել C գագաթից տարված բարձրության երկարությունը՝
 1) $A(3,6), B(-1,3), C(2,-1)$, 2) $A(2,1), B(6,4), C(3,3)$:
- 1.1.38. Տրված են գույքի արժեքի փոփոխության ցուցանիշները՝
 $A(3;7), B(2;-3), C(-1;4)$: Գտնել D գագաթից AC անկյունագծի տարած բարձրության եռանկյան երկարությունը:
- 1.1.39. Գտնել A, B և C գագաթներով համասեռ եռանկյան ծանրության կենտրոնը՝
 1) $A(4;2), B(7;-2), C(1;6)$; 2) $A(3;2), B(7;3), C(8;4)$:
- 1.1.40. Գտնել $A(2;1), B(5;3), C(-1;7)$ և $D(-7;5)$ գագաթներով համասեռ քառանկյան ծանրության կենտրոնը:
- 1.1.41. Գտնել $A(2;3), B(0;6), C(-1;5), D(0;1)$ և $E(1;1)$ գագաթներով համասեռ հնգանկյան ծանրության կենտրոնը:
- 1.1.42. Եռանկյան մակերեսը հավասար է 3 -ի, հսկեռանկ գագաթներն են $A(3;1)$ և $B(1;-3)$ կետերը: Գտնել երրորդ գագաթը, եթե այն գտնվում է Oy առանցքի վրա:
- 1.1.43. Եռանկյան մակերեսը հավասար է 4 -ի, հսկեռանկ գագաթներն են $A(2;1)$ և $B(3;-2)$ կետերը: Գտնել երրորդ գագաթը, եթե այն գտնվում է Ox առանցքի վրա:
- 1.1.44. Եռանկյան մակերեսը հավասար է 3 -ի, հսկեռանկ գագաթներն են $A(3;1)$ և $B(1;-3)$ կետերը: Գտնել երրորդ գագաթը, եթե հայտնի է, որ նրա ծանրության կենտրոնը գտնվում է Ox առանցքի վրա:

«2 Ուսուցիչի հարցեր»

- 1.2.1. Պարզել $M_1(3;1), M_2(2;3), M_3(6;6), M_4(-3;-3), M_5(3;-1), M_6(-2;1)$ կետերից, որոնք են ընկած $2x - 3y - 3 = 0$ ուղղի վրա, իսկ որոնք՝ ոչ:

1.2.2. $P_1(4; y_1), P_2(0; y_2), P_3(-2; y_3), P_4(x_1; 3), P_5(x_2; 0), P_6(x_3; -4)$ կետերը գտնվում են $3x - 2y - 6 = 0$ ուղղի վրա: Գտնել մյուս կետերին առնչվող:

1.2.3. Գրել այն ուղղի հավասարումը, որը Ox առանցքի հետ կազմում է α անկյուն, իսկ Oy առանցքից կտրում է b մեծություն հատված:

- 1) $\alpha = 30^\circ, b = 2;$ 2) $\alpha = 45^\circ, b = -3;$ 3) $\alpha = 60^\circ, b = 0;$
 4) $\alpha = 135^\circ, b = -2;$ 5) $\alpha = \arctg \frac{1}{2}, b = 1;$ 6) $\alpha = \arctg 4, b = 2;$
 7) $\alpha = 120^\circ, b = -1;$ 8) $\alpha = 150^\circ, b = 5:$

1.2.4. Գրել այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $M_0(x_0, y_0)$ կետով և Ox առանցքի հետ կազմում է α անկյուն:

- 1) $\alpha = 30^\circ, M_0(0; 0);$ 2) $\alpha = 45^\circ, M_0(1; 3);$ 3) $\alpha = \arctg 4, M_0(-1; 2);$
 4) $\alpha = 60^\circ, M_0(\sqrt{3}; -1);$ 5) $\alpha = \arctg 5, M_0(-1; 4);$ 6) $\alpha = 120^\circ, M_0(1; \sqrt{3});$

1.2.5. Գրել այն ուղղի հավասարումը, որը Ox և Oy առանցքներին կտրում է համապատասխանաբար a և b մեծություն հատվածներ:

- 1) $a = 2, b = 3;$ 2) $a = -1, b = 1;$ 3) $a = 5, b = 1;$
 4) $a = 2, b = -3;$ 5) $a = -3, b = -2:$

1.2.6. Գտնել հետևյալ ուղղի և Oy առանցքից կտրած հատվածների մեծությունները:

- 1) $5x - y + 3 = 0;$ 2) $2x + 3y - 6 = 0;$ 3) $5x + 3y + 2 = 0;$
 4) $3x + 2y = 0;$ 5) $3y - 4 = 0;$ 6) $4x + 9y - 10 = 0:$

1.2.7. Հետևյալ ուղիների հավասարումները գրել հատվածներով:

- 1) $4x - 3y - 3 = 0;$ 2) $5x + y = 2;$ 3) $y = 3x - 2;$ 4) $x + 2y - 1 = 0:$

1.2.8. Կառուցել հետևյալ հավասարումներն ունեցող ուղիները:

- 1) $3x + 7y - 21 = 0;$ 2) $2y - 3x = 6;$ 3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1;$ 4) $3x - 4y = 0;$
 5) $x - \frac{y}{3} = 1;$ 6) $2x + 5 = 0;$ 7) $4y - 3 = 0:$

1.2.9. Տրված են երանկի և կողմերի հավասարումները: Գտնել նրա մակերեսը:

1) $4x + 3y - 5 = 0, x - 3y + 10 = 0, x - 2 = 0;$
 2) $x + 5y - 7 = 0, 3x - 2y - 4 = 0, 7x + y + 19 = 0;$

1.2.10. Տրված են ABC եռանկյան գագաթները: Գրել նրա կողմերի հավասարումները՝

1) $A(0;1), B(-2;0), C(2;-3);$ 2) $A(4;1), B(-2;5), C(-1;-4):$

1.2.11. Եռանկյան երկու գագաթները $A(1;-2) \notin B(2;3)$ կետերն են, իսկ C գագաթը գտնվում է $2x + y - 2 = 0$ ուղղի վրա: Գտնել C գագաթի կոորդինատները, եթե եռանկյան մակերեսը հավասար է $8 - \zeta$:

1.2.12. Տրված են գույքահեռազնի երկու կողմերի նախնական ազնի հավասարումները՝
 $8x + 3y + 1 = 0, 2x + y - 1 = 0, 3x + 2y + 3 = 0:$

Գտնել գագաթների կոորդինատները:

1.2.13. Եռանկյան երկու գագաթները $A(2;-3) \notin B(3;-2)$ կետերն են, իսկ կենտրոնը գտնվում է $3x - y - 8 = 0$ ուղղի վրա: Գտնել երրորդ գագաթի կոորդինատները, եթե նրա մակերեսը հավասար է 1.5:

1.2.14. Գրել $M_1 \notin M_2$ կետերով անցնող ուղի հավասարումը նաև գտնել նրա անկյունային գործակիցը՝

1) $M_1(-1;2), M_2(3;5);$ 2) $M_1(2;1), M_2(0;4);$ 3) $M_1(0;0), M_2(1;3);$
 4) $M_1(3;-1), M_2(5;-1);$ 5) $M_1(4;1), M_2(2;0):$

1.2.15. Հաշվել հետևյալ ուղիներով կազմված անկյունը՝

1) $y = 2x + 3, y = 2x - 4;$ 2) $y = 4x - 2, y = -\frac{1}{4}x + 5;$
 3) $y = \frac{3}{4}x + 1, y = -\frac{1}{7}x + 5;$ 4) $3x - 2y + 8 = 0, 6x - 4y + 1 = 0,$
 5) $\sqrt{2}x + y - 3 = 0, 2x - 2\sqrt{2}y + 3 = 0;$ 6) $2x - 3y + 5 = 0, 5x - y + 4 = 0;$
 7) $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1, \frac{x}{8} + \frac{y}{2} = 1;$ 8) $5x + 2y - 5 = 0, 4x - 3y + 8 = 0;$
 9) $\sqrt{3}x - y - 4 = 0, 3x + \sqrt{3}y + 2 = 0:$

1.2.16. Գրել այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $(-3;7)$ կետով և զուգահեռ է տրված ուղիին՝

1) $5y - 2 = 0;$ 2) $4x - 5 = 0;$ 3) $5x - 2y + 1 = 0;$
 4) $x + 3y = 4;$ 5) $y = -2x + 5;$ 6) $7x + 3y - 9 = 0:$

1.2.17. Գրել այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է (2;5) կետով § ուղղահայաց է տրված ուղղին՝

1) $x + 2y - 3 = 0$; 2) $7x - 3y + 5 = 0$; 3) $9 - 4x = 0$;

4) $2y - 7 = 0$; 5) $y = -\frac{1}{3}x + 3$; 6) $y = x - 4$:

1.2.18. Տրված են ուղղանկյան երկու կողմերի հավասարումները՝ $2x - 3y + 5 = 0$, $3x + 2y - 7 = 0$ § $A(2;-3)$: Գրել մյուս երկու կողմերի հավասարումները:

1.2.19. Տրված են ուղղանկյան երկու կողմերի և անկյունի նագծերի գմեկի հավասարումները՝ $x - 2y = 0$, $x - 2y + 15 = 0$ և $7x + y - 15 = 0$: Գրանել

ուղղանկյան գագաթներն:

1.2.20. Գտնել $P(-5;13)$ կետի համաչափ (սիմետրիկ) կետը $2x - 3y - 3 = 0$ ուղղի նկատմամբ:

1.2.21. Գտնել $P(-6;4)$ կետի պրոյեկցիան $4x - 5y + 3 = 0$ ուղղի վրա:

1.2.22. Գրել ամեն ուղղի հավասարումը, որը գնդաձև է տրված ուղիղի ներքին և արևմտյան կողմից՝

1) $3x - 2y - 1 = 0$, $3x - 2y - 13 = 0$; 2) $5x + y + 3 = 0$, $5x + y - 17 = 0$;

3) $2x + 3y - 6 = 0$, $4x + 6y + 17 = 0$; 4) $5x + 7y + 15 = 0$, $5x + 7y + 3 = 0$:

1.2.23. Գրել այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $13x - 7y - 6 = 0$ և $9x - 4y - 5 = 0$ ուղղի կտրված կետով §՝

1) ուղղահայաց է առաջին ուղղին, 2) զազահ է երկրորդ ուղղին:

1.2.24. Գրել ամեն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $5x - 4y + 17 = 0$ § $7x + 4y - 5 = 0$ ուղղի կտրված կետով §՝

1) գնդաձև է $2x - 3y + 4 = 0$ ուղղին,

2) ուղղահայաց է $6x + 2y + 5 = 0$ ուղղին:

1.2.25. Տրված են եռանկյան գագաթներն՝ $A(5;-4)$, $B(-1;3)$, $C(-3;-2)$: Գրել գագաթների հանդիպակաց կողմերի գնդաձև եռանկյան հավասարումները:

1.2.26. Տրված են եռանկյան կողմերի միջնակետերը՝ $M_1(2;1)$, $M_2(5;3)$, $M_3(3;4)$: Կազմել նրա կողմերի հավասարումները:

1.2.27. Տրված են եռանկյան գագաթներն՝
 $A(3;2), B(5;-2), C(1;0)$: Գրել նրա կոդիֆերի և
 միջնագծերի հավասարումները:

1.2.28. Գտնել $A(-4;2), B(2;-5) \notin C(5;0)$ գագաթներով
 եռանկյան բարձրությունների հատման
 կետի կոորդինատները:

1.2.29. Գտնել $5x + 2y - 10 = 0$ ուղղի կոորդինատային
 առանցքների հետ նրա հատման կետերում
 կանգնեցրած ուղղահայացների
 հավասարումները:

1.2.30. Տրված են եռանկյան կոդիֆերի
 հավասարումները՝ $4x - y - 7 = 0,$
 $x + 3y - 31 = 0, x + 5y - 7 = 0$: Գտնել նրա
 բարձրությունների հատման կետը:

1.2.31. Ապացուցել, որ $A(-1;1), B(1;0), C(4;3) \notin D(6;8)$
 գագաթներով քառանկյունը ունի սեղանի:

1.2.32. Ապացուցել, որ $A(0;2), B(1;5), C(-3;-7) \notin D(-2;-4)$
 գագաթներով քառանկյունը
 գուռահեռագիծ է:

1.2.33. Տրված են $ABCD$ գուռահեռագծի $A(-3;-1) \notin B(2;2)$
 գագաթները S անկյանագծերի հատման կետը՝
 $Q(3;0)$: Կազմել կոդիֆերի հավասարումները:

1.2.34. Գտնել $P(-8;12)$ կետի պրոյեկցիան $A(2;-3) \notin B(-5;1)$
 կետերով անցնող ուղղի վրա:

1.2.35. Գտնել $M(8;-9)$ կետի համաչափ (սիմետրիկ)
 կետը $A(3;-4)$ և $B(-1;-2)$ կետերով անցնող ուղղի
 նկատմամբ:

1.2.36. Գրել անուղղի հավասարումը, որն
 անցնում է $A(2;3)$ կետով և $2x - 3y - 8 = 0$ ուղղի
 հետ կազմում է 45° անկյուն:

1.2.37. Գրել անուղղի հավասարումը, որն
 անցնում է $M(2;1)$ կետով և $2x + 3y + 4 = 0$ ուղղի
 հետ կազմում է 45° անկյուն:

1.2.38. $A(-4;5)$ կետը քառանկյունի գագաթն է, որի
 անկյունագծերը գտնվում է $7x - y + 8 = 0$ ուղղի
 վրա: Կազմել կոդիֆերի և մյուս
 անկյունագծի հավասարումները:

1.2.39. Տրված են քառակուսու երկու հանդիսակագագաթները՝ $A(-1;3)$ և $C(6;2)$: Կազմել կոդմերի հավասարումները:

1.2.40. $E(1;-1)$ կետը քառակուսու կենտրոնն է, որի մի կոդմերն կաձ է $x-2y+12=0$ ուղղի վրա: Գրել մյուս կոդմերի հավասարումները:

1.2.41. Տրված են եռանկյան երկու գագաթները՝ $A(-10;2)$, $B(6;4)$ և քարձրությունն էրի հատման կետը՝ $N(5;2)$: Գտնել երրորդ գագաթը:

1.2.42. Տրված են եռանկյան երկու գագաթները՝ $A(3;-1)$, $B(5;7)$ և քարձրությունն էրի հատման կետը՝ $N(4;-1)$: Գրել կոդմերի հավասարումները:

1.2.43. ABC եռանկյան մեջ տրված են AB կոդմի հավասարումը՝ $5x-3y+2=0$, $AM \perp BN$ քարձրությունն էրի հավասարումները՝ $4x-3y+1=0$ և $7x+2y-22=0$: Կազմել մյուս կոդմերի և քարձրության հավասարումները:

1.2.44. Տրված են եռանկյան $A(4;-1)$ գագաթը և երկու կիսորդները՝ $x-1=0$, $x-y-1=0$: Կազմել կոդմերի հավասարումները:

1.2.45. Տրված են եռանկյան $B(2;6)$ գագաթը և երկու գագաթից տարված քարձրության կիսորդի հավասարումները՝ $x-7y+15=0$, $7x+y+5=0$: Կազմել կոդմերի հավասարումները:

1.2.46. Հետևյալ ուղիները հավասարումներով բերել նորմալ տեւքի՝

1) $4x-3y-10=0$; 2) $\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}y+10=0$; 3) $12x-5y+13=0$;

4) $x+2=0$; 5) $2x-y-\sqrt{5}=0$:

1.2.47. Գտնել տրված կետի հեռավորությունը տրված ուղիից՝

1) $A(2;-1)$, $4x+3y+10=0$; 2) $B(0;-3)$, $5x-12y-23=0$;

3) $P(-2;3)$, $3x-4y-2=0$; 4) $Q(1;-2)$, $x-2y-5=0$:

1.2.48. Պարզել՝ $M(1;-3)$ կետը ξ կողոփնասաների սկզբնակետերը ընած են տրված ուղիի նույն կողմում թե՞ տարբեր կողմերում՝

1) $2x - y + 5 = 0$; 2) $x - 3y - 5 = 0$; 3) $3x + 2y - 1 = 0$;

4) $x - 3y + 2 = 0$; 5) $10x + 24y + 15 = 0$:

1.2.49. Հաշվել տրված զուգահեռ ուղիղների հեռավորությունը՝

1) $3x - 4y - 10 = 0$, $6x - 8y + 5 = 0$; 2) $5x - 12y + 26 = 0$, $5x - 12y - 13 = 0$;

3) $4x - 3y + 15 = 0$, $8x - 6y + 25 = 0$; 4) $24x - 10y + 39 = 0$, $12x - 5y - 26 = 0$

1.2.50. $A(2; -5)$ կետը քառակուսու գագաթն է, որի մի կողմը ընկած է $x - 2y - 7 = 0$ ուղիղի վրա: Հաշվել քառակուսու մակերեսը:

1.2.51. Ապացուցել, որ $2x + y + 3 = 0$ ուղիղը հատում է $A(-5; 7) \notin B(3; 7)$ ծայրակետերով հատվածը:

1.2.52. Ապացուցել, որ $2x - 3y + 6 = 0$ ուղիղը չի հատում $M(-2; -3) \notin N(1; -2)$ ծայրակետերով հատվածը:

1.2.53. Տրված են ուղղանկյան երկու կողմերի հավասարումները՝ $3x - 2y - 5 = 0$, $2x + 3y + 7 = 0$ և մի գագաթը՝ $A(-2; 7)$: Հաշվել ուղղանկյան մակերեսը:

1.2.54. Տրված են քառանկյան հաջորդական գագաթները: Պարզել, այդ քառանկյունը ուռուցի՞կ է թե ոչ՝

1) $A(-3; 5)$, $B(-1; -4)$, $C(7; -1)$, $D(2; 9)$; 2) $A(-1; 6)$, $B(1; -3)$, $C(4; 10)$, $D(9; 0)$:

1.2.55. Տրված են եռանկյան գագաթները՝ $A(-10; -13)$, $B(-2; 3)$, $C(2; 7)$: Հաշվել B գագաթի հեռավորությունը CE միջնագծից:

1.2.56. Գրել այն ուղիղի հավասարումը, որի հեռավորությունը սկզբնակետից հավասար է 3 միավորի, իսկ սկզբնակետից այդ ուղիղին իջեցրած ուղղահայացը Ox առանցքի հետ կազմում է α անկյուն՝

1) $\alpha = 45^\circ$; 2) $\alpha = 120^\circ$; 3) $\alpha = 60^\circ$; 4) $\alpha = 135^\circ$:

1.2.57. Գրել տրված ուղիղներով կազմված անկյունների կիսորդների հավասարումները՝

1) $x - 3y + 5 = 0$, $3x - y - 2 = 0$; 2) $x - 2y - 3 = 0$, $2x + 4y + 7 = 0$;

3) $3x + 4y - 1 = 0$, $5x + 12y - 2 = 0$; 4) $2x + 9y - 13 = 0$, $7x - 6y - 23 = 0$:

1.2.58. Տրված են զուգահեռագծի երկու կողմերը՝ $7x - 24y - 45 = 0$, $3x + 4y - 5 = 0$ և անկյունագծերի հատման կետը՝ $M(7; 7)$: Գտնել զուգահեռագծի բարձրությունները:

1.2.59. Եռանկյան գագաթները $A(3; -2)$, $B(-2; 0) \notin C(3; 10)$ կետերն են: Հաշվել AD բարձրության երկարությունը:

1.2.60. Կազմել $3x - y - 4 = 0 \notin 2x + 6y + 3 = 0$ ուղիղներով կազմված այն անկյան կիսորդի հավասարումը, որը պարունակում է $M(0; 0)$ կետը:

1.2.61. Կազմել $x + 2y - 11 = 0$ և $3x - 6y - 5 = 0$ ուղիղներով կազմված այն անկյան կիսորդի հավասարումը, որը պարունակում է $M(1; -3)$ կետը:

1.2.62. Կազմել $3x + 4y - 5 = 0$ և $5x - 12y + 3 = 0$ ուղիղներով կազմված սուր անկյան կիսորդի հավասարումը:

1.2.63. Կազմել $x - 3y + 5 = 0$ և $3x - y + 15 = 0$ ուղիղներով կազմված բութ անկյան կիսորդի հավասարումը:

1.2.64. Տրված են եռանկյան գագաթները: Գրել այն անհավասարումների համակարգը, որոնց բավարարում են եռանկյան ներքին կետերի կոորդինատները՝

1) $A(-8; -3), B(4; -12), C(8; 10)$; 2) $A(-5; 7), B(7; -2), C(11; 20)$;

3) $A(-12; -1), B(0; -10), C(4; 12)$; 4) $A(1; 0), B(13; -9), C(17; 13)$;

5) $A(-7; 4), B(5; -5), C(3; 9)$; 6) $A(-5; 9), B(7; 0), C(5; 14)$:

1.2.65. Հարթության վրա նշել այն կետերի բազմությունը, որոնց կոորդինատները բավարարում են անհավասարումների հետևյալ համակարգին՝

1)
$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ -x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} y \leq x \\ 2y \geq x \\ x + y \leq 2 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} x + 2y \geq 0 \\ x - y \leq 0 \\ x - 4y \geq -6 \end{cases};$$

4)
$$\begin{cases} 5x + y - 7 \leq 0 \\ 2x - 2y - 13 \leq 0 \\ 7x - 2y - 3 \geq 0 \end{cases}; \quad 5) \begin{cases} -x - y \leq 1 \\ -x + y \leq 1 \\ x + y \leq 1 \\ x - y \leq 1 \end{cases}; \quad 6) \begin{cases} y \leq x \\ x \leq 1 \\ 2y \geq x \\ y \leq 0 \end{cases};$$

7)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \\ y - x \leq 2 \end{cases}; \quad 8) \begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x - y \geq -1 \\ y \leq 0 \end{cases}; \quad 9) \begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y \leq 3 \\ x - 2y \leq 0 \end{cases};$$

1.2.66. Գրել տրված կետից շրջանագծին տարված շոշափողների հավասարումները՝

1) $M(13; 0), x^2 + y^2 = 25$; 2) $M(-6; 2), x^2 + y^2 = 4$:

1.2.67. Գտնել $\alpha(2x + 3y - 1) + \beta(x - 2y - 4) = 0$ ուղիղների փնջի կենտրոնը:

1.2.68. Գտնել այն ուղղի հավասարումը, որը պատկանում է $\alpha(x + 2y - 5) + \beta(3x - 2y + 1) = 0$ ուղիղների փնջին՝

- 1) անցնում է $A(3; -1)$ կետով; 2) անցնում է $O(0; 0)$ կետով;
 3) զուգահեռ է Ox առանցքին; 4) զուգահեռ է Oy առանցքին;
 5) զուգահեռ է $4x + 3y + 5 = 0$ ուղղին; 6) ուղղահայաց է $2x + 3y + 7 = 0$ ուղղին:

- 1.2.69. Տրված է $\alpha(5x - 3y - 7) + \beta(3x + 10y + 4) = 0$ ուղիղների փունջը: Ինչպիսի՞ C -ի դեպքում $4x - 3y + C = 0$ ուղիղը պատկանում է այդ փնջին:
- 1.2.70. Տրված է $\alpha(5x + 3y - 7) + \beta(3x + 10y + 4) = 0$ ուղիղների փունջը: Ինչպիսի՞ $a - \zeta$ դեպքում $ax + 5y + 9 = 0$ ուղիղը չ է պատկանում է այդ փնջին:
- 1.2.71. Գտնել այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $2x + y - 2 = 0$ և $x - 5y - 23 = 0$ ուղիղների հատման կետով և կիսում է $M_1(5; -6)$ և $M_2(-1; -4)$ ծայրակետերով հատվածը:
- 1.2.72. Տրված է $\alpha(3x - 4y - 3) + \beta(2x + 3y - 1) = 0$ ուղիղների փունջը: Գտնել այդ փնջի այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $A(1; -2)$, $B(4; -4) \notin C(6; -1)$ գագաթներով եռանկյան կենտրոնով:
- 1.2.73. Կազմել այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է $3x + y - 5 = 0$ և $x - 2y + 10 = 0$ ուղիղների հատման կետով և $C(-1; -2)$ կետից հեռացված է $d = 5$ միավորով:

« 3 Երկրորդ կարգի կորեր

- 1.3.1. Գտնել հետևյալ շրջանագծերի շառավիղը և կենտրոնի կոորդինատները՝
- 1) $x^2 + y^2 + 4y = 0$; 2) $x^2 + y^2 + 5x - 5y + 12 = 0$;
- 3) $2x^2 + 2y^2 - 12x + y + 3 = 0$ 4) $7x^2 + 7y^2 - 2x - 7y - 1 = 0$:
- 1.3.2. Ինչպիսի՞ անհրաժեշտ և բավարար պայմանի դեպքում $Ax^2 + By^2 + 2Cx + 2Dy + F = 0$ հավասարումը հանդիսանում է շրջանագծի հավասարում: Այդ շրջանագծի շառավիղը և կենտրոնի կոորդինատները արտահայտել գործակիցների միջոցով:
- 1.3.3. Ինչպիսի՞ զծեր են պատկերում հետևյալ հավասարումները՝
- 1) $y = \sqrt{9 - x^2}$; 2) $y = -\sqrt{25 - x^2}$;
- 3) $x = -\sqrt{4 - y^2}$; 4) $x = \sqrt{16 - y^2}$;
- 5) $y = 15 + \sqrt{64 - x^2}$; 6) $y = 15 - \sqrt{64 - x^2}$;
- 7) $x = -2 - \sqrt{9 - y^2}$; 8) $x = -2 + \sqrt{9 - y^2}$;
- 9) $y = -3 - \sqrt{21 - 4x - x^2}$; 10) $x = -5 - \sqrt{40 + 6y - y^2}$;
- 1.3.4. Կազմել այն շրջանագծի հավասարումը, որը շոշափում է $3x + y - 18 = 0$ ուղիղը, իսկ կենտրոնը $M(2; 2)$ կետն է:

- 1.3.5.** Կազմել $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ շրջանագծին $M(-3;1)$ կետում տարված շոշափողի հավասարումը:
- 1.3.6.** Կազմել $M(1;4)$ կետից $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$ շրջանագծին տարված շոշափողների հավասարումները:
- 1.3.7.** Կազմել $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$ շրջանագծի այն շոշափողների հավասարումները, որոնք զուգահեռ են $5x - 12y + 1 = 0$ ուղղին:
- 1.3.8.** Կազմել $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$ § $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$ շրջանագծերի ընդհանուր շոշափողների հավասարումները:
- 1.3.9.** Կազմել շրջանագծի հավասարումը, եթե՝
- 1) այն անցնում է սկզբնակետով, իսկ կենտրոնը $C(6;-8)$ կետն է;
 - 2) $A(3;2) \notin B(-1;6)$ կետերը տրամագծի ծայրակետերն են;
 - 3) այն շոշափում է $3x - 4y + 20 = 0$ ուղղին, իսկ կենտրոնը $O(0,0)$ կետն է; այն անցնում է $A(3;1) \notin B(-1;3)$ կետերով, իսկ կենտրոնը գտնվում
 - 4) է $3x - y - 2 = 0$ ուղղի վրա;
 - 5) այն անցնում է $A(1;1), B(1;-1) \notin C(2;0)$ կետերով;
 - 6) այն անցնում է $A(-1;5), B(-2;-2) \notin C(5;5)$ կետերով:
- 1.3.10.** Կազմել այն շրջանագծի հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով § շոշափում է տրված ուղիղները՝
- 1) $O(0;0), x + 2y - 9 = 0, 2x - y + 2 = 0$;
 - 2) $A(-1;5), 3x + 4y - 35 = 0, 4x + 3y + 14 = 0$:
- 1.3.11.** Կազմել այն շրջանագծի հավասարումը, որը շոշափում է տրված երեք ուղիղները՝
- 1) $4x - 3y - 10 = 0, 3x - 4y - 5 = 0, 3x - 4y - 15 = 0$;
 - 2) $3x + 4y - 35 = 0, 3x - 4y - 35 = 0, x - 1 = 0$:
- 1.3.12.** Հաշվել տրված կետից մինչև տրված շրջանագիծը եղած փոքրագույն հեռավորությունը՝
- 1) $A(6;-8), x^2 + y^2 = 9$;
 - 2) $B(3;9), x^2 + y^2 - 26x + 30y + 313 = 0$;
 - 3) $C(-7;2), x^2 + y^2 - 10x - 14y - 151 = 0$:
- 1.3.13.** Ինչպիսի՞ պայմանի դեպքում $Ax + By + C = 0$ ուղիղը § $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ շրջանագիծը՝
- 1) չունեն ընդհանուր կետեր;
 - 2) ունեն մեկ ընդհանուր կետ;
 - 3) ունեն երկու ընդհանուր կետ;

1.3.14. Տրված է $\alpha(3x + 4y - 10) + \beta(3x - y - 5) = 0$ ուղիղների փնջի հավասարումը: Գտնել այդ փնջի այն ուղիղները, որոնք շոշափում են $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ շրջանագիծը:

1.3.15. Գտնել $A(4;2)$ կետից $x^2 + y^2 = 10$ շրջանագծին տարված շոշափողներով կազմված անկյունը:

1.3.16. $C(6;-8)$ կետից տարված են շոշափողներ $x^2 + y^2 = 25$ շրջանագծին: Գտնել $C - \zeta\delta$ միևնչև շոշափման կետերով անցնող ուղիղը եղած հեռավորությունը:

1.3.17. Կազմել հարթության այն կետերի երկրաչափական տեղի հավասարումը, որոնց հեռավորությունների հարաբերությունը տրված կետից § տրված ուղղից հավասար է ε թվին՝

1) $A(6;0)$, $x = 1.5$, $\varepsilon = 2$; 2) $A(3;0)$, $x = \frac{4}{3}$, $\varepsilon = 1.5$; 3) $A(2;0)$, $x = 4.5$, $\varepsilon = \frac{2}{3}$;

4) $A(3;0)$, $x = 12$, $\varepsilon = 0.5$; 5) $A(2;5)$, $y = 1$, $\varepsilon = 1$; 6) $A(3, -4)$, $y = 2$, $\varepsilon = 1$:

1.3.18. Տրված էլիպսի համար գտնել կիսաառանցքների երկարությունները, էքսցենտրիսիտետը, ֆոկուսների կոորդինատները § դիրեկտրիսաների հավասարումները՝

1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b > 0$; 2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $b > a > 0$; 3) $9x^2 + 25y^2 = 225$;

4) $4x^2 + y^2 = 1$; 5) $16x^2 + y^2 = 16$; 6) $25x^2 + 9y^2 = 1$:

1.3.19. Տրված է $8x^2 + 5y^2 = 77$ էլիպսը: Պարզել, թե $A_1(-2;3)$, $A_2(2;-2)$, $A_3(2;-4)$, $A_4(-1;3)$, $A_5(-4;-3)$, $A_6(3;-1)$, $A_7(3;-2)$, $A_8(2;1)$, $A_9(0;15)$ § $A_{10}(0;-16)$ կետերից որո՞նք են գտնվում էլիպսի վրա, որո՞նք էլիպսից դուրս, որո՞նք էլիպսի ներսում:

1.3.20. Կազմել էլիպսի կանոնական հավասարումը, եթե՝

1) նրա կիսաառանցքները հավասար են $7 - \zeta$ և $3 - \zeta$;

2) միջֆոկուսային հեռավորությունը 10 է, իսկ էքսցենտրիսիտետը՝ 0.5;

3) կիսաառանցքների գումարը 9 է, իսկ միջֆոկուսային հեռավորությունը՝ 6:

4) կիսաառանցքների հարաբերությունը 0.8 է, իսկ միջֆոկուսային հեռավորությունը՝ 12:

5) այն անցնում է $M\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{6}}{4}\right)$ և $N\left(-2; \frac{\sqrt{15}}{5}\right)$ կետերով:

6) այն անցնում է (0.6) կետով, իսկ էքսցենտրիսիտետը հավասար է $0.6 - \zeta$:

7) մեծ կիսաառանցքը հավասար է $6 - \zeta$, իսկ դիրեկտրիսների հավասարումներն են՝ $x = \pm 12$;

8) միջդիրեկտրիսային հեռավորությունը 12 է, իսկ ինչ-որ կետի ֆոկուսային շառավիղները հավասար են $6 - \zeta \neq 4 - \zeta$:

9) փոքր կիսաառանցքը 4 է, իսկ միջդիրեկտրիսային հեռավորությունը երեք անգամ մեծ է միջֆոկուսային հեռավորությունից:

10) $F_1\left(-2; \frac{3}{2}\right) \notin F_2\left(2; -\frac{3}{2}\right)$ կետերը նրա ֆոկուսներն են, իսկ էքսցենտրիսիտետը հավասար է $\frac{\sqrt{2}}{2} - \zeta$:

11) $F(2; 1)$ կետը նրա ֆոկուսն է, էքսցենտրիսիտետը հավասար է $\frac{2}{3} - \zeta$,

իսկ $x - 5 = 0$ ուղիղը նրա դիրեկտրիսն է:

1.3.21. Գտնել տրված ուղղի § տրված էլիպսի հատման կետերը՝

1) $x + 2y - 7 = 0, x^2 + 4y^2 = 25$; 2) $3x - 4y - 40 = 0; \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$:

1.3.22. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

էլիպսը:

1.3.23. Գրել տրված կետից էլիպսին տարված շոշափողների հավասարումները՝

1) $A\left(\frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right), \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$; 2) $A(10; -8), \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$;

3) $A(-16; 9), \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$:

1.3.24. Տրված հիպերբոլի համար գտնել կիսաառանցքները, էքսցենտրիսիտետը, ֆոկուսների կոորդինատները, դիրեկտրիսների § ասիմպտոտների հավասարումները:

1) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; 2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$; 3) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$;

4) $x^2 - y^2 = 1$; 5) $x^2 - 16y^2 = 16$; 6) $4x^2 - 9y^2 = 25$:

1.3.25. Տրված է $100x^2 - 36y^2 = 1$ հիպերբոլը: Պարզել, թե $A_1\left(\frac{1}{8}; -\frac{1}{8}\right)$;

$A_2(1; 1), A_3(1; 7), A_4\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ կետերից որո՞նք են ընկած հիպերբոլի

վրա, որոնք հիպերբոլի ճյուղերից մեկի ներսում § որոնք ճյուղերի միջև:

1.3.26. Կազմել հիպերբոլի կանոնական հավասարումը, եթե՝

1) գազաթների հեռավորությունը 10 է, իսկ միջֆոկուսային հեռա-

- վորությունը՝ 12;
- 2) իրական առանցքը հավասար է $1 - \zeta$, § անցնում է $(1; 3)$ կետով;
- 3) $x = \pm \sqrt{\frac{5}{6}}$ ուղիղները դիրեկտորիսաներն են § անցնում է $(-9; 4)$ կետով;
- 4) կեղծ կիսաառանցքը հավասար է $0.5 - \zeta$, իսկ գագաթը միջֆոկուսային հեռավորությունը բաժանում է 4:1 հարաբերությամբ;
- 5) էքսցենտրիսիտետը հավասար է 1.4, իսկ գագաթի հեռավորությունը մոտակա ֆոկուսից 2 է;
- 6) $(7; -2\sqrt{3})$ կետը պատկանում է հիպերբոլին, իսկ նրա հեռավորությունը ձախ ֆոկուսից հավասար է $4\sqrt{7} - \zeta$;
- 7) $(-1; 3)$ կետը պատկանում է հիպերբոլին, իսկ $y = \pm 2x$ ուղիղները նրա ասիմպտոտներն են;
- 8) $F_1(3; 0)$ § $F_2(-3; 0)$ կետերը ֆոկուսներն են, իսկ $x = 2$ ուղիղը՝ դիրեկտորիսներից մեկը;
- 9) $F(1; 3)$ կետը ֆոկուսներից մեկն է, $A(-4; 3)$ կետը՝ գագաթը, իսկ էքսցենտրիսիտետը հավասար է $1.5 - \zeta$;
- 10) նրա ֆոկուսները համընկնում են $9x^2 + 25y^2 = 225$ էլիպսի ֆոկուսների հետ, իսկ էքսցենտրիսիտետը հավասար է $2 - \zeta$:

1.3.27. Յույց տալ, որ տրված հավասարումները որոշում են հիպերբոլ, գտնել նրանց գագաթները, կիսաառանցքները, էքսցենտրիսիտետը, ասիմպտոտների § դիրեկտորիսների հավասարումները՝

- 1) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$; 2) $9x^2 - 16y^2 + 90x + 32y - 367 = 0$;
3) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$:

1.3.28. Գտնել տրված ուղղի § տրված հիպերբոլի հատման կետերը՝

- 1) $2x - y - 10 = 0$, $x^2 - 4y^2 = 20$; 2) $4x - 3y - 16 = 0$, $16x^2 - 25y^2 = 400$:

1.3.29. Ի՞նչ պայմանի դեպքում $y = kx + m$ ուղիղը շոշափում է $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

հիպերբոլը:

1.3.30. Կազմել $A(-1; -7)$ կետից $x^2 - y^2 = 16$ հիպերբոլին տարած շոշափողների հավասարումները:

1.3.31. Գտնել տրված պարաբոլի ֆոկուսը § կազմել դիրեկտորիսային հավասարումը՝

1) $y^2 = 2px$; 2) $y^2 = -px (p > 0)$; 3) $y^2 = 6x$;

4) $y^2 = -3x$; 5) $y = x^2$; 6) $y = -\sqrt{3}x^2$:

1.3.32. Կազմել պարաբոլի հավասարումը, եթե՝

1) այն սիմետրիկ է Ox առանցքի նկատմամբ, գագաթը $O(0; 0)$ կետն է § այն

անցնում է $(3;-7)$ կետով;

2) այն սիմետրիկ է Oy առանցքի նկատմամբ, գագաթը $O(0;0)$ կետն է, իսկ ֆոկուսը գտնվում է $(0;7)$ կետում;

3) նրա ֆոկուսը $(6;0)$ կետն է, դիրեկտրիսան Oy առանցքն է § սիմետրիկ է Ox առանցքի նկատմամբ;

4) նրա ֆոկուսը $(0;8)$ կետն է, դիրեկտրիսան Ox առանցքն է § սիմետրիկ է Oy առանցքի նկատմամբ;

5) նրա ֆոկուսը $F(-7;0)$ կետն է, իսկ դիրեկտրիսան $x - 7 = 0$ ուղիղն է;

6) նրա գագաթը $(\alpha;\beta)$ կետն է, պարամետրը հավասար է $\rho - \zeta$, իսկ առանցքը զուգահեռ է Ox առանցքին;

7) նրա գագաթը $(\alpha;\beta)$ կետն է, պարամետրը հավասար է $\rho - \zeta$, իսկ առանցքը զուգահեռ է Oy առանցքին;

8) նրա ֆոկուսը $F(2;-1)$ կետն է, իսկ դիրեկտրիսան $x - y - 1 = 0$ ուղիղն է;

9) նրա գագաթը $A(-2;-1)$ կետն է, իսկ դիրեկտրիսան $x + 2y - 1 = 0$ ուղիղն է:

1.3.33. Գտնել տրված պարաբոլի գագաթը, պարամետրը § դիրեկտրիսայի հավասարումը՝

1) $y^2 = 4x - 8$; 2) $y^2 = 4 - 6x$; 3) $x^2 = 6y + 2$; 4) $x^2 = 2 - y$;

5) $y = 0.25x^2 + x + 2$; 6) $y = 4x^2 - 8x + 7$; 7) $x = 2y^2 - 12y + 14$; 8) $x = -y^2 + 2y - 1$;

1.3.34. Պարզել թե ի՞նչ զծեր են պատկերում հետևյալ հավասարումները.

1) $y = 3 - 4\sqrt{x-1}$; 2) $y = -5 + \sqrt{-3x-21}$;

3) $x = -4 + 3\sqrt{y+5}$; 4) $x = 2 - \sqrt{6-2y}$;

1.3.35. Ի՞նչ պայմանի դեպքում $y = kx + b$ ուղիղը շոշափում է $y^2 = 2px$ պարաբոլը:

1.3.36. $K - \zeta$ ի՞նչ արժեքների դեպքում $y = kx + 2$ ուղիղը՝

1) հատում է $y^2 = 4x$ պարաբոլը; 2) շոշափում է նրան;

3) չի հատում նրան:

1.3.37. Գրել $y^2 = 2px$ պարաբոլին նրա $M_0(x_0; y_0)$ կետում տարված շոշափողի հավասարումը:

1.3.38. Կազմել $y^2 = 8x$ պարաբոլի այն շոշափողի հավասարումը, որը զուգահեռ է $2x + 2y - 3 = 0$ ուղիղին:

1.3.39. Կազմել $x^2 = 16y$ պարաբոլի այն շոշափողի հավասարումը, որն ուղղահայաց է $2x + 4y + 7 = 0$ ուղիղին:

1.3.40. Կազմել $A(2;9)$ կետով $y^2 = 36x$ պարաբոլին տարված շոշափողների հավասարումները:

1.3.41. $P(-3,12)$ կետով տարված են շոշափողներ $y^2 = 10x$ պարաբոլին: Գտնել P կետի հեռավորությունը շոշափման կետերը միացնող լարից:

1.3.42. Գտնել $9x^2 + 4y^2 = 900$ էլիպսի ξ $y^2 = 24x$ պարաբոլի հատման կետերը:

1.3.43. Գտնել $x^2 - 4y^2 = -20$ հիպերբոլի ξ $y^2 = 3x$ պարաբոլի հատման կետերը:

1.3.44. Գտնել $y = x^2 - 2x + 1$ և $x = y^2 - 6y + 7$ պարաբոլների հատման կետերը:

1.3.45. Պարզել, թե ի՞նչ կորերի հավասարումներ են տրված բճեռային կոորդինատներով՝

$$1) r = \frac{5}{1 - 0.5 \cos \varphi}; 2) r = \frac{6}{1 - \cos \varphi}; 3) r = \frac{10}{1 - 1.5 \cos \varphi};$$

$$4) r = \frac{12}{2 - \cos \varphi}; 5) r = \frac{5}{3 - 4 \cos \varphi}; 6) r = \frac{1}{3 - 3 \cos \varphi};$$

1.3.46. Կազմել հետևյալ կորերի հավասարումները բճեռային կոորդինատներով, եթե բճեռային առանցքի ուղղությունը համընկնում է Ox առանցքի դրական ուղղության հետ, իսկ բճեռը $O(0;0)$ կետն է՝

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; 2) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1; 3) y^2 = 2px:$$

1.3.47. Պարզել, թե ի՞նչ կորեր են պատկերում հետևյալ հավասարումները ξ այն բերել կանոնական տեսքի՝

$$1) 4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0;$$

$$2) 9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0;$$

$$3) 9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y + 49 = 0;$$

$$4) 4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0;$$

$$5) 2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0;$$

$$6) 32x^2 + 52xy - 7y^2 + 180 = 0;$$

$$7) 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 32 = 0;$$

$$8) 17x^2 - 12xy + 8y^2 = 0;$$

$$9) 3x^2 + 10xy + 3y - 2x - 14y - 13 = 0;$$

$$10) 25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y - 224 = 0;$$

- 11) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$;
 12) $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0$;

ԳԼՈՒԽ II
ԱՆԱԼԻՏԻԿ ԵՐԿՐԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆԸ
ՏԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ
«1. Վեկտորական հանրահաշվի տարրերը

- 2.1.1. $\vec{a} = (3; -1; 4)$ վեկտորի սկզբնակետը համընկնում է $M(1; 2; -3)$ կետի հետ: Գտնել նրա ծայրակետի կոորդինատները:
- 2.1.2. $\vec{a} = (2; -3; -1)$ վեկտորի ծայրակետը համընկնում է $N(1; -1; 2)$ կետի հետ: Գտնել նրա սկզբնակետի կոորդինատները:
- 2.1.3. Հայտնի է, որ \vec{a} վեկտորը Ox , Oy և Oz առանցքների հետ կազմում է համապատասխանաբար $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ և $\gamma = 120^\circ$ անկյուններ և $|\vec{a}| = 2$: Գտնել \vec{a} վեկտորի պրոյեկցիաները Ox , Oy և Oz առանցքների վրա:
- 2.1.4. Գտնել $\vec{a} = (x; y; z)$ վեկտորի ուղղորդ կոսինուսները, եթե՝
- 1) $\vec{a} = (12; -15; -16)$ 2) $\vec{a} = \left(\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; \frac{12}{13} \right)$
- 2.1.5. Կարող է արդյոք վեկտորը կոորդինատային առանցքների հետ կազմել հետևյալ անկյունները՝
- 1) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ և $\gamma = 120^\circ$; 2) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 135^\circ$ և $\gamma = 60^\circ$;
 3) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 150^\circ$ և $\gamma = 60^\circ$; 4) $\alpha = 30^\circ$ և $\beta = 45^\circ$;
 5) $\beta = 60^\circ$ և $\gamma = 60^\circ$; 6) $\alpha = 150^\circ$ և $\gamma = 30^\circ$:
- 2.1.6. \vec{a} վեկտորը Ox և Oy առանցքների հետ կազմում է $\alpha = 60^\circ$ և $\beta = 120^\circ$ անկյուններ և $|\vec{a}| = 2$: Գտնել \vec{a} վեկտորի կոորդինատները:

2.1.7. Հայտնի է, որ $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$: Գտնել $\left| \vec{a} - \vec{b} \right| - Y$:

2.1.8. Հայտնի է, որ $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 23$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 30$: Գտնել $\left| \vec{a} + \vec{b} \right| - Y$:

2.1.9. $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորները կազմում են φ անկյուն: Գտնել $\left| \vec{a} \pm \vec{b} \right| - Y$, եթե՝

1) $\varphi = 90^\circ$, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 12$; 2) $\varphi = 60^\circ$, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$;

3) $\varphi = 120^\circ$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$:

2.1.10. Ի՞նչ պայմանի են բավարարում $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորները, եթե՝

1) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$; 2) $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$; 3) $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$;

4) $\vec{a} + \vec{b}$ վեկտորը կիսում է $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյունը:

2.1.11. Տրված են $\vec{p} = (2; -3) \not\perp \vec{q} = (1; 2)$ վեկտորները: Գտնել $\vec{a} = (9; 4)$ վեկտորի վերլուծությունը ըստ $\vec{p} \not\perp \vec{q}$ վեկտորների:

2.1.12. Տրված են $\vec{a} = (3; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1)$ $\not\perp \vec{c} = (7; -4)$ վեկտորները: Ստուգել, որ նրանցից ցանկացած երկուսը գծորեն անկախ են \S գտնել նրանցից յուրաքանչյուրի վերլուծությունը ըստ մյուս երկու վեկտորների:

2.1.13. Տրված են $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; -1; 2)$, $\vec{c} = (2; 2; -1)$ \S $\vec{d} = (3; 7; -7)$ վեկտորները: Ստուգել, որ նրանցից ցանկացած երեքը գծորեն անկախ են \S գտնել նրանցից յուրաքանչյուրի վերլուծությունը ըստ մյուս երեք վեկտորների:

2.1.14. Ինչպիսի՞ $\alpha - \zeta \not\perp \beta - \zeta$ համար $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$ \S $\vec{b} = -\alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ վեկտորները համազիծ են:

2.1.15. Տրված են $\vec{a} = (2; -3; 6) \not\perp \vec{b} = (-1; 2; -2)$ վեկտորները: Գտնել \vec{c} վեկտորի կորդինատները, եթե այն ուղղված է $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյան կիսորդով $\S |\vec{c}| = 3\sqrt{42}$:

2.1.16. Տրված են $\vec{a}, \vec{b} \not\perp \vec{c}$ երեք ոչ համահարթ վեկտորները: Ստուգել, համահարթ են արդյոք $\vec{e}, \vec{m} \not\perp \vec{n}$ վեկտորները, եթե՝

1) $\vec{e} = 2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}, \vec{m} = 2\vec{b} - \vec{c} - \vec{a}, \vec{n} = 2\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}$;

2) $\vec{e} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{m} = \vec{b} + \vec{c}, \vec{n} = -\vec{a} + \vec{c}$;

$$3) \vec{e} = \vec{c}, \vec{m} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}, \vec{n} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} :$$

2.1.17. Հաշվել $\vec{a} \notin \vec{b}$ վեկտորների սկալյար արտադրյալը, եթե՝

$$1) |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, \varphi = 45^\circ; \quad 2) |\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 7, \varphi = 120^\circ;$$

$$3) |\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2, \varphi = 90^\circ; \quad 4) |\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 3, \varphi = 60^\circ:$$

2.1.18. Հաշվել $|\vec{a}|^2 - \sqrt{3}(\vec{a}, \vec{b}) + 5|\vec{b}|^2$ արտահայտության արժեքը, եթե՝

$$1) |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1, \varphi = 30^\circ; \quad 2) |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, \varphi = 150^\circ:$$

2.1.19. Գտնել $\vec{a} \notin \vec{b}$ վեկտորների սկալյար արտադրյալը, եթե՝

$$1) \vec{a} = (4; -1), \vec{b} = (-1; 7); \quad 2) \vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (1; -3);$$

$$3) \vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (-4; 2); \quad 4) \vec{a} = (3; 2; -5), \vec{b} = (10; 1; 2);$$

$$5) \vec{a} = (1; 0; 3), \vec{b} = (-4; 15; 1); \quad 6) \vec{a} = (2; 1; 5), \vec{b} = (7; -9; -1):$$

2.1.20. Գտնել $\vec{a} \notin \vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյունը, եթե՝

$$1) \vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (2; 4); \quad 2) \vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (4; 2);$$

$$3) \vec{a} = (1; -1), \vec{b} = (-4; 2); \quad 4) \vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (5; 1; 1);$$

$$5) \vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (-2; 2; -2); \quad 6) \vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (3; 1; -2):$$

2.1.21. Տրված են $\vec{a} = (-1; 2), \vec{b} = (5; 1) \notin \vec{c} = (4; -2)$ վեկտորները: Հաշվել հետևյալ արտահայտությունների արժեքները՝

$$1) \vec{b}(\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}, \vec{b}); \quad 2) |\vec{a}|^2 - (\vec{b}, \vec{c}); \quad 3) |\vec{b}|^2 + (\vec{b}, \vec{a} + 3\vec{c}):$$

2.1.22. Տրված են $\vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (5; 1; 1) \notin \vec{c} = (0; 3; -2)$ վեկտորները: Հաշվել հետևյալ արտահայտությունների արժեքները՝

$$1) \vec{b}(\vec{a}, \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}, \vec{b}); \quad 2) |\vec{a}|^2 + |\vec{c}|^2 - (\vec{a}, \vec{b})(\vec{b}, \vec{c}); \quad 3) (\vec{a}, \vec{c})(\vec{a}, \vec{b}) - |\vec{a}|^2(\vec{b}, \vec{c}):$$

2.1.23. Տրված են $\vec{a} = (3; -1) \notin \vec{b} = (-1; 1)$ վեկտորները: Գտնել այնպիսի \vec{x} վեկտոր, որը բավարարի $(\vec{x}, \vec{a}) = 13, (\vec{x}, \vec{b}) = -3$ հավասարումների համակարգին:

2.1.24. Տրված են $\vec{a} = (4; 1; 5) \notin \vec{b} = (0; 5; 2)$ և $\vec{c} = (-6; 2; 3)$ վեկտորները: Գտնել այնպիսի \vec{x} վեկտոր, որը բավարարի $(\vec{x}, \vec{a}) = 18, (\vec{x}, \vec{b}) = 1, (\vec{x}, \vec{c}) = 1$ հավասարումների համակարգին:

- 2.1.25. Տրված են \vec{a}, \vec{b} և \vec{c} միավոր վեկտորները, ընդ որում $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$:
 Հաշվել $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{c}\vec{a}$ գումարը:
- 2.1.26. \vec{a}, \vec{b} և \vec{c} վեկտորները գույգ առ գույգ միմյանց հետ կազմում են 60° անկյուններ և $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 2$ և $|\vec{c}| = 6$: Հաշվել $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ վեկտորի մոդուլը:
- 2.1.27. $\alpha - \zeta$ ինչպիսի՞ արժեքի դեպքում $\vec{a} + \alpha\vec{b}$ և $\vec{a} - \alpha\vec{b}$ վեկտորները փոխուղղահայաց են, եթե $|\vec{a}| = 3$ և $|\vec{b}| = 5$:
- 2.1.28. Ինչպիսի՞ պայմանի դեպքում $\vec{a} + \vec{b}$ և $\vec{a} - \vec{b}$ վեկտորները կլինեն փոխուղղահայաց:
- 2.1.29. \vec{a} և \vec{b} վեկտորները կազմում են $\varphi = 30^\circ$ անկյուն: Հաշվել $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ և $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյունը, եթե $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ և $|\vec{b}| = 1$:
- 2.1.30. Ինչպիսի՞ $\alpha - \zeta$ դեպքում $\vec{a} = \alpha\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ և $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \alpha\vec{k}$ վեկտորները կլինեն փոխուղղահայաց:
- 2.1.31. \vec{x} վեկտորը համագիծ է $\vec{a} = (6; -8; -7, 5)$ վեկտորին և Oz առանցքի հետ կազմում է սուր անկյուն: Գտնել նրա կոորդինատները, եթե $|\vec{x}| = 50$:
- 2.1.32. Գտնել \vec{x} վեկտորը, եթե այն համագիծ է $\vec{a} = (2; 1; -1)$ վեկտորին և $(\vec{x}, \vec{a}) = 3$:
- 2.1.33. \vec{x} վեկտորը ուղղահայաց է $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ և $\vec{b} = 18\vec{i} - 22\vec{j} - 5\vec{k}$ վեկտորներին և Oy առանցքի հետ կազմում է բութ անկյուն: Գտնել \vec{x} վեկտորը, եթե $|\vec{x}| = 14$:
- 2.1.34. Հաշվել $\vec{a} = (5; 2; 5)$ վեկտորի պրոյեկցիան $\vec{b} = (2; -1; 2)$ վեկտորի առանցքի վրա:
- 2.1.35. Տրված են $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ և $\vec{c} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$ վեկտորները: Հաշվել $\mathop{\text{pr}}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{y}$:
- 2.1.36. Տրված են $\vec{a} = (1; -3; 4)$, $\vec{b} = (3; -4; 2)$ և $\vec{c} = (-1; 1; 4)$ վեկտորները: Հաշվել $\mathop{\text{pr}}_{\vec{b} + \vec{c}}\vec{a} - \vec{y}$:
- 2.1.37. Տրված են $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j}$ և $\vec{c} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ վեկտորները: Հաշվել $\mathop{\text{pr}}_{\vec{c}}(3\vec{a} - 2\vec{b}) - \vec{y}$:

- 2.1.38. $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորները կազմում են $\varphi = 30^\circ$ անկյուն: Հաշվել $|\vec{a} \times \vec{b}|$, եթե $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$:
- 2.1.39. $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորները կազմում են $\varphi = 120^\circ$ անկյուն $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$: Հաշվել՝
 1) $(\vec{a} \times \vec{b})^2$; 2) $[(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})]^2$; 3) $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|^2$:
- 2.1.40. $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորները փոխուղղահայաց են $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$: Հաշվել՝
 1) $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$; 2) $|(3\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})|$:
- 2.1.41. Ի՞նչ պայմանի պետք է բավարարեն $\vec{a} \not\perp \vec{b}$ վեկտորները, որպեսզի $\vec{a} + \vec{b}$ և $\vec{a} - \vec{b}$ վեկտորները լինեն համազիծ:
- 2.1.42. Ապացուցել, որ $(\vec{a} \times \vec{b})^2 + (\vec{a}, \vec{b})^2 = a^2 b^2$:
- 2.1.43. Ապացուցել, որ $(\vec{a} \times \vec{b})^2 \leq a^2 b^2$: Ի՞նչ պայմանի դեպքում տեղի ունի հավասարությունը:
- 2.1.44. Տրված են $\vec{a} = (3; -1; -2)$ և $\vec{b} = (1; 2; -1)$ վեկտորները: Գտնել հետևյալ վեկտորների կորդինատները՝
 1) $\vec{a} \times \vec{b}$; 2) $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$; 3) $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$:
- 2.1.45. Տրված են ABC եռանկյան գագաթները՝ $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$ և $C(5; 2; 6)$: Գտնել ABC եռանկյան մակերեսը:
- 2.1.46. Գտնել $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ վեկտորների խառը արտադրյալը, եթե՝
 1) $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (7; 3; -5)$, $\vec{c} = (-2; 2; -2)$;
 2) $\vec{a} = (3; 5; 1)$, $\vec{b} = (4; 0; -1)$, $\vec{c} = (2; 1; 1)$;
 3) $\vec{a} = (2; 1; 0)$, $\vec{b} = (5; -2; 1)$, $\vec{c} = (-1; -3; 1)$:
- 2.1.47. Մտուզել հետևյալ վեկտորների համահարթությունը՝
 1) $\vec{a} = (2; 3; 5)$, $\vec{b} = (7; 1; -1)$, $\vec{c} = (3; -5; -11)$;
 2) $\vec{a} = (2; 0; 1)$, $\vec{b} = (5; 3; -3)$, $\vec{c} = (3; 3; 10)$:
- 2.1.48. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ վեկտորները համահարթ չեն: Ինչպիսի՞ $\lambda - \zeta$ դեպքում $\vec{a} + 2\vec{b} + \lambda\vec{c}$, $4\vec{a} + 5\vec{b} + 6\vec{c}$ և $7\vec{a} + 8\vec{b} + \lambda^2\vec{c}$ վեկտորները կլինեն համահարթ:
- 2.1.49. Ապացուցել, որ $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$ և $D(2; 1; 3)$ կետերը գտնվում են մի հարթության վրա:

- 2.1.50. Տրված են բուրգի գագաթները՝ $A(2;1;-1)$, $B(3;0;2)$, $C(5;1;1)$ և $D(0;-1;3)$:
 Գտնել՝
 1) բուրգի ծավալը;
 2) C գագաթից տարված բարձրության երկարությունը:
- 2.1.51. Ապացուցել, որ $|\vec{a}\vec{b}\vec{c}| \leq |\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$: Ո՞ր դեպքում տեղի ունի հավասարություն:
- 2.1.52. Ապացուցել, որ $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{b} + \vec{c})(\vec{a} + \vec{c}) = 2\vec{a}\vec{b}\vec{c}$:

«2. Հարթությունը § ուղիղ գիծը տարածության մեջ

2.2.1. Կազմել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով § ուղղահայաց է տրված վեկտորին՝

- 1) $M(2;1-1), \vec{n} = (1;-2;3)$; 2) $O(0;0;0), \vec{n} = (5;0;-3)$;
3) $M(-1;2;3), \vec{n} = (1;-2;3)$; 4) $M(0;1;2), \vec{n} = (-1;3;0)$:

2.2.2. Տրված են M_1 և M_2 կետերը: Կազմել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է M_1 կետով § ուղղահայաց $\overline{M_1M_2}$ վեկտորին.

- 1) $M_1(3;-1;2), M_2(4;-2;-1)$; 2) $M_1(0;2;1), M_2(-1;-3;1)$;
3) $M_1(2;-1;-1), M_2(0;0;0)$; 4) $M_1(0;0;0), M_2(-1;2;-3)$:

2.2.3. Կազմել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով § զուգահեռ է տրված վեկտորներին՝

- 1) $M_0(3;4-5), \vec{a}_1 = (3;1;-1), \vec{a}_2 = (1;-2;1)$;
2) $M_0(-1;2;3), \vec{a}_1 = (4;-2;3), \vec{a}_2 = (3;1;2)$;
3) $M_0(0;1;1), \vec{a}_1 = (2;0;2), \vec{a}_2 = (-2;2;-1)$;
4) $M_0(1;-2;1), \vec{a}_1 = (-1;2;1), \vec{a}_2 = (0;3;-2)$:

2.2.4. Կազմել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով § զուգահեռ է տրված վեկտորին՝

- 1) $M_1(2;-1;3), M_2(3;1;2), \vec{a} = (3;-1;4)$;
2) $M_1(-1;0;2), M_2(0;2;3), \vec{a} = (1;-2;3)$;
3) $M_1(0;1;-2), M_2(4;1;2), \vec{a} = (3;1;5)$;
4) $M_1(1;-1;2), M_2(2;0;-1), \vec{a} = (0;-1;2)$:

2.2.5. Կազմել տրված երեք կետերով անցնող հարթության հավասարումը՝

- 1) $M_1(3;-1;2), M_2(4;-1;-2), M_3(2;0;2)$;
2) $M_1(-1;2;0), M_2(1;3;-1), M_3(0;-1;3)$;
3) $M_1(2;1;1), M_2(3;2;0), M_3(4;-1;2)$;
4) $M_1(-2;1;0), M_2(0;-2;3), M_3(-1;2;2)$:

2.2.6. Տրված հարթությունների զույգերից որո՞նք են զուգահեռ § որո՞նք են ուղղահայաց՝

- 1) $2x - 3y + 5z - 7 = 0, 2x - 3y + 5z + 8 = 0$;
2) $4x + 2y - 4z + 5 = 0, 2x + y - 2z + 1 = 0$;
3) $x - 3z + 2 = 0, 2x - 6z - 3 = 0$;
4) $3x - y - 2z = 0, x + 9y - 3z + 4 = 0$;
5) $2x + 3y - z - 3 = 0, x - y - z + 4 = 0$;
6) $x - 2y + 4 = 0, z + 4 = 0$:

- 2.2.7. Գրել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով § զուգահեռ է տրված հարթությանը՝
- 1) $M(0;0;0)$, $5x - 3y + 2z - 3 = 0$; 2) $M(3; - 2; - 7)$, $2x - 3z + 5 = 0$;
 - 3) $M(1; - 1; 2)$, $3x - y + 2z + 1 = 0$; 4) $M(2;0;1)$, $3y - z = 0$:
- 2.2.8. Գրել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով § ուղղահայաց է տրված հարթություններին՝
- 1) $M(0;0;0)$, $2x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 2y + z = 0$;
 - 2) $M(2; - 1; 1)$, $2x - z + 1 = 0$, $y = 0$;
 - 3) $M(1; 2; - 1)$, $x - y + 2 = 0$, $y + z - 1 = 0$;
 - 4) $M(1; - 2; 3)$, $x + y - z - 1 = 0$, $2x + y - z - 3 = 0$:
- 2.2.9. Գրել այն հարթության հավասարումը, որն անցնում է տրված կետերով § ուղղահայաց է տրված հարթությանը՝
- 1) $M_1(1; - 1; - 2)$, $M_2(3; 1; 1)$, $x - 2y + 3z - 5 = 0$;
 - 2) $M_1(0; 1; 2)$, $M_2(1; - 3; 2)$, $2x + y - z + 1 = 0$;
 - 3) $M_1(- 1; 2; 0)$, $M_2(- 2; 1; 1)$, $x + y + 2z - 3 = 0$;
 - 4) $M_1(0; 0; 0)$, $M_2(1; - 1; 0)$, $x - y - z + 2 = 0$:
- 2.2.10. $a - \zeta \neq b - \zeta$ ի՞նչ արժեքների դեպքում $2x - y + 3z - 1 = 0$, $x - 2y - z + b = 0$ § $x + ay - 6z + 10 = 0$ հարթությունները՝
- 1) ունեն մեկ ընդհանուր կետ;
 - 2) անցնում են մեկ ուղղով;
 - 3) հատվում են երեք զուգահեռ ուղիղներով:
- 2.2.11. Կազմել այն հարթության հավասարումը, որը՝
- 1) անցնում է $M(4; - 1; 2)$ կետով § Ox առանցքով;
 - 2) անցնում է $M(1; 4; - 3)$ կետով § Oy առանցքով;
 - 3) անցնում է $M(3; - 4; 7)$ կետով § Oz առանցքով:
- 2.2.12. Կազմել այն հարթության հավասարումը, որը՝
- 1) անցնում է $M(2; - 3; 3)$ կետով § զուգահեռ է xOy հարթությանը;
 - 2) անցնում է $M(1; - 2; 4)$ կետով § զուգահեռ է xOz հարթությանը;
 - 3) անցնում է $M(- 5; 2; - 1)$ կետով § զուգահեռ է yOz հարթությանը:
- 2.2.13. Կազմել այն հարթության հավասարումը, որը՝
- 1) անցնում է $M_1(7; 2; - 3)$ § $M_2(5; 6; - 4)$ կետերով § զուգահեռ է Ox առանցքին;
 - 2) անցնում է $M_1(2; - 1; 1)$ § $M_2(3; 1; 2)$ կետերով § զուգահեռ է Oy առանցքին;
 - 3) անցնում է $M_1(3; - 2; 5)$ § $M_2(2; 3; 1)$ կետերով § զուգահեռ է Oz առանցքին;
- 2.2.14. Տրված հարթությունների հավասարումները գրել «հատվածներով»՝
- 1) $x + 2y - 3z - 6 = 0$; 2) $3x - 4y + 24z + 12 = 0$;
 - 3) $3x - 4y + z - 1 = 0$; 4) $5x - 6y + 3z + 120 = 0$:

- 2.2.15. Գտնել հետևյալ հարթություններով կազմված անկյունը՝
 1) $x - y + 2z - 1 = 0$, $2x + y - z + 3 = 0$; 2) $3x - y + 5 = 0$, $4y - 2z + 7 = 0$;
 3) $3x - y - 4z + 1 = 0$, $2x + 3y - 5z = 0$; 4) $4x - z = 0$, $3y + z = 0$:
- 2.2.16. Հաշվել տրված կետի հեռավորությունը տրված հարթությունից՝
 1) $M(1;2;-1)$, $2x - y - 2z + 4 = 0$; 2) $M(0;1;3)$, $x - 3y + 2z - 1 = 0$;
 3) $M(1;0;2)$, $4x - 3z + 2 = 0$; 4) $M(-1;2;1)$, $5y - 12z + 1 = 0$:
- 2.2.17. Հաշվել տրված զուգահեռ հարթությունների հեռավորությունը՝
 1) $x - 2y - 2z - 12 = 0$, $x - 2y - 2z - 6 = 0$;
 2) $2x - 3y + 6z - 145 = 0$, $4x - 6y + 12z + 21 = 0$;
 3) $2x - y + 2z + 9 = 0$, $4x + 2y + 4z - 2 = 0$;
 4) $3x - 4y - 5\sqrt{3}z + 2 = 0$, $6x - 8y - 10\sqrt{3}z - 3 = 0$:
- 2.2.18. Կազմել տրված հարթություններից հավասարահեռ կետերի երկրաչափական տեղի հավասարումը՝
 1) $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$;
 2) $3x + 2y - z + 3 = 0$, $3x + 2y - z - 1 = 0$;
 3) $x - 3y + 2z - 5 = 0$, $3x - 2y - z + 3 = 0$;
 4) $5x - 5y - 2z - 3 = 0$, $x + 7y - 2z + 1 = 0$:
- 2.2.19. Գրել այն ուղղի կանոնական հավասարումը, որն անցնում է տրված կետով և զուգահեռ է տրված վեկտորին՝
 1) $M(2;0;-3)$, $\vec{S} = (2;-3;5)$; 2) $M(1;2;-1)$, $\vec{S} = (2;-3;5)$;
 3) $M(0;0;0)$, $\vec{S} = (2;-4;3)$; 4) $M(0;2;3)$, $\vec{S} = (-3;2;-4)$:
- 2.2.20. Գրել տրված երկու կետերով անցնող ուղղի կանոնական հավասարումը՝
 1) $M_1(1;-2;1)$, $M_2(2;1;-1)$; 2) $M_1(3;-1;0)$, $M_2(1;0;-3)$;
 3) $M_1(0;-2;3)$, $M_2(3;-2;1)$; 4) $M_1(1;2;4)$, $M_2(-1;2;-4)$:
- 2.2.21. Հետևյալ ուղիների հավասարումները բերել կանոնական տեսքի՝
 1) $\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 5x + y + z = 0 \\ 2x + 3y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$;
 3) $\begin{cases} x - 2y + 3z + 1 = 0 \\ 2x + y - 4z - 8 = 0 \end{cases}$; 4) $\begin{cases} x + 2y - z - 6 = 0 \\ 2x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$:
- 2.2.22. -ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում՝
 1) $\begin{cases} 5x + y - z + 1 = 0 \\ x - 3y + 7z + m = 0 \end{cases}$ ուղիղը կհատի Oz առանցքը;
 2) $\begin{cases} 7x + my - z - 15 = 0 \\ x - y + 3z + 5 = 0 \end{cases}$ ուղիղը կհատի Oy առանցքը;

$$3) \begin{cases} mx + y - 13 = 0 \\ 2x - y + 4z - 26 = 0 \end{cases} \text{ ուղիղը կհատի } Ox \text{ առանցքը:}$$

2.2.23. Ինչպիսի՞ $m - \zeta$ դեպքում $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ §

$$\frac{x-3}{m} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2} \text{ ուղիղները կհատվեն:}$$

2.2.24. Հաշվել հետևյալ ուղիղներով կազմված անկյունը՝

$$1) \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}} \quad \S \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}};$$

$$2) \frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{-1} \quad \S \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5};$$

$$3) \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{3} \quad \S \quad \frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1};$$

2.2.25. Հաշվել տրված ուղղի § տրված հարթության կազմած անկյունը § գտնել նրանց հատման կետը՝

$$1) \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6} \quad \S \quad 2x + 3y + z - 1 = 0;$$

$$2) \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-5} \quad \S \quad x - 2y + z - 15 = 0;$$

$$3) \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5} \quad \S \quad x + 2y - 2z + 6 = 0;$$

$$4) \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{2} \quad \S \quad 2x - 3y + 6z + 6 = 0:$$

2.2.26. Կազմել տրված կետերով անցնող § տրված հարթությանն ուղղահայաց ուղղի հավասարումը՝

$$1) M(2; -3; -5), 6x - 3y - 5z + 2 = 0; 2) M(1; -3; 2), 3x + y - z + 1 = 0;$$

$$3) M(0; 1; 2), 4x - y + 3z - 1 = 0; 4) M(-1; 2; 3), x + y - z + 2 = 0:$$

2.2.27. Կազմել տրված կետով անցնող § տրված ուղղին ուղղահայաց հարթության հավասարումը.

$$1) M(1; -1; -1), \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{4}; 2) M(2; 1; 0), \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3};$$

$$3) M(-1; 2; 1), \frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}; 4) M(0; 0; 0), \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{5};$$

2.2.28. Ինչպիսի՞ $A - \zeta \notin D - \zeta$ դեպքում $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{1}$ ուղիղը

կգտնվի $Ax + 2y - 4z + D = 0$ հարթության վրա:

2.2.29. Գտնել տրված կետի պրոյեկցիան տրված ուղղի վրա.

$$1) P(2; -1; 3), \frac{x}{3} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{2}; 2) P(3; 9; 1), \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2};$$

$$3) P(4; 3; 5), \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}; 4) P(1; -1; 4), \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{3};$$

2.2.30. Գտնել տրված կետի պրոյեկցիան տրված հարթության վրա.

$$1) P(5; 2; -1), 2x - y + 3z + 23 = 0; 2) P(1; -1; 2), x + y - z + 5 = 0;$$

$$3) P(0; 2; 3), x - 2y - z + 1 = 0; 4) P(-1; 1; -2), 2x + y - 2z + 6 = 0:$$

2.2.31. Գտնել տրված կետի համաչափ (սիմետրիկ) կետը տրված հարթության նկատմամբ.

$$1) P(1; 3; -4), 3x + y - 2z = 0; 2) P(2; 0; 3), 2x - y + z - 1 = 0;$$

$$3) P(2; -4; 2), x + 2y - z + 2 = 0; 4) P(2; -3; 5), x - 3y + 4z - 5 = 0:$$

2.2.32. Գտնել տրված կետի համաչափ (սիմետրիկ) կետը տրված ուղղի նկատմամբ.

$$1) P(2; -5; 7), \frac{x+2}{1} = \frac{y+17}{3} = \frac{z+8}{2}; 2) P(5; 4; 1), \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1};$$

$$3) P(-1; 5; 0), \frac{x}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}; 4) P(-2; 3; -2), \frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-2};$$

2.2.33. Հաշվել $M(2; 3; -1)$ կետի հեռավորությունը հետևյալ ուղիղներից՝

$$1) \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}; 2) \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-13}{4};$$

$$3) \begin{cases} 2x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x - 2y + 2z + 17 = 0 \end{cases}; 4) \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases};$$

2.2.34. Կազմել տրված կետով անցնող § տրված ուղիղներին զուգահեռ հարթության հավասարումը.

$$1) M(1; 2; -3), \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-7}{3}, \frac{x+5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1};$$

$$2) M(0; -1; 2), \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}, \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2};$$

$$3) M(-1; 1; 0), \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}, \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3};$$

$$4) M(0; 0; 0), \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-3}, \frac{x-2}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{1};$$

2.2.35. Կազմել տրված կետով § տրված ուղղով անցնող հարթության հավասարումը.

$$1) M(2; -2; 1), \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{2}; 2) M(1; -1; 0), \frac{x}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2};$$

$$3) M(0; 2; -3), \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}; \quad 4) M(0; 0; 0), \frac{x}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2};$$

2.2.36. Կազմել $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$ § $\frac{x-7}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-2}$ ուղիղներով անցնող հարթության հավասարումը:

2.2.37. Գտնել $C(3; -4; -2)$ կետի պրոյեկցիան $\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}$ § $\frac{x-2}{13} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-4}$ ուղիղներով անցնող հարթության վրա:

2.2.38. Գրել տրված ուղիղներից առաջինով անցնող § երկրորդին զուգահեռ հարթության հավասարումը.

$$1) \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}, \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1};$$

$$2) \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}, \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{4};$$

$$3) \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{1}, \frac{x-2}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{-3};$$

$$4) \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-2}, \frac{x+3}{-2} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+5}{3};$$

2.2.39. Հաշվել հետևյալ ուղիղների հեռավորությունը.

$$1) \frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{4} = \frac{z+3}{-2} \quad \S \quad \frac{x-21}{6} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-2}{-1};$$

$$2) \frac{x+4}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{-2} \quad \S \quad \frac{x+5}{4} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-5}{-5};$$

$$3) \frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2} \quad \S \quad \frac{x-9}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1};$$

2.2.40. Կազմել տրված ուղիղների ընդհանուր ուղղահայացի հավասարումը՝

$$1) \frac{x+7}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}, \frac{x-1}{1} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+12}{-1};$$

$$2) \frac{x-6}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-10}{-1}, \frac{x+4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3};$$

$$3) \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-13}{1}, \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1};$$

2.2.41. Կազմել տրված ուղղի պրոյեկցիայի հավասարումը տրված հարթության վրա.

$$1) \frac{x-10}{-7} = \frac{y-6}{-6} = \frac{z+4}{3}, x+2y-3z-6=0;$$

$$2) \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+5}{4}, 2x - y + 3z + 5 = 0;$$

$$3) \frac{x-4}{-3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}, x + y + z - 3 = 0:$$

«3. Երկրորդ կարգի մակերևույթներ

2.3.1. Ի՞նչ մակերևույթ են որոշում հետևյալ հավասարումները

1) $x^2 = 4y$;

2) $z = 5y^2$;

3) $x^2 + z^2 - 3x = 0$;

4) $x^2 + y^2 - z^2 - 2y + 2z = 0$;

5) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 2z + 2 = 0$;

6) $x^2 + y^2 - 6x + 6y - 4z + 18 = 0$;

7) $4x^2 + y^2 - z^2 - 24x - 4y + 2z + 35 = 0$; 8) $2x^2 + z^2 + 2x + z = 0$:

2.3.2. Գտնել գնդաձևի կենտրոնի կոորդինատները § շառավիղը՝

1) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$;

2) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x - 8y + 12z + 3 = 0$:

2.3.3. Գտնել այն գլանային մակերևույթի հավասարումը, որի ուղղորդ գծի

հավասարումն է՝ $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ z = 0 \end{cases}$, իսկ ծնիչները զուգահեռ են

$x = y = z$ ուղղին:

2.3.4. Գտնել այն կոնական մակերևույթի հավասարումը, որի գագաթը գտնվում է $(2; -1; 3)$ կետում, իսկ ուղղորդ գծի հավասարումը հետևյալն է՝

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + z^2 - 4x + 8y - 6z - 3 = 0 \\ z = 5 \end{cases}:$$

2.3.5. Գտնել $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ուղիղը Ox § Oy առանցքների շուրջը

պտտելուց առաջացած մակերևույթների հավասարումները:

2.3.6. Գտնել $\begin{cases} 2y + z = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ ուղիղը Oz առանցքի շուրջը պտտելուց

առաջացած մակերևույթի հավասարումը:

2.3.7. Գտնել էլիպսոիդի հավասարումը, եթե սիմետրիայի առանցքները կոորդինատական առանցքներն են § անցնում է $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ § $C(0; 0; 4)$ կետերով:

2.3.8. Կազմել $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0$ էլիպսը Ox առանցքի շուրջը պտտումից առաջացած մակերևույթի հավասարումը:

2.3.9. Կազմել $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2} = 1, y = 0$ հիպերբոլը Oz առանցքի շուրջը պտտումից առաջացած մակերևույթի հավասարումը:

2.3.10. Ի՞նչ մակերևույթ են որոշում տարբեր λ -ների համար հետևյալ հավասարումները:

- 1) $x^2 + y^2 + z^2 = \lambda$; 2) $\lambda x^2 + y^2 + z^2 = 1$; 3) $\lambda x^2 + y^2 + z^2 = \lambda$;
 4) $x^2 + y^2 - z^2 = \lambda$; 5) $x^2 - y^2 - z = \lambda$; 6) $x^2 + \lambda(y^2 + z^2) = 1$;
 7) $x^2 + \lambda(y^2 + z^2) = \lambda$; 8) $x^2 + y^2 = \lambda z$; 9) $\lambda x^2 + y^2 = z$;
 10) $\lambda(x^2 + y^2) = z$; 11) $x^2 + \lambda y^2 = \lambda z$; 12) $x^2 + \lambda y^2 = \lambda z + 1$;
 13) $x^2 + y^2 = \lambda$; 14) $x^2 - y^2 = \lambda$:

Գ Լ ՈՒ Խ III
ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԻ ՏԱՐԻԵՐԸ

«1 Որոշիչներ: Գործողություններ մատրիցների հետ»

3.1.1. Հաշվել հետևյալ որոշիչները.

$$1) \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} \sqrt{a} & -1 \\ a & \sqrt{a} \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta \end{vmatrix};$$

3.1.2. Հաշվել հետևյալ որոշիչները.

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 7 & 6 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 2 & 2 & 7 \\ -1 & 4 & -5 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 7 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} -1 & 5 & 0 \\ -7 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad 8) \begin{vmatrix} 1 & b & 1 \\ 0 & b & 0 \\ b & 0 & -b \end{vmatrix};$$

$$9) \begin{vmatrix} 1+\cos \alpha & 1-\sin \alpha & 1 \\ 1+\sin \alpha & 1+\cos \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad 10) \begin{vmatrix} \cos^2 \alpha & 1 & -\sin^2 \alpha \\ 1 & \cos \alpha & -1 \\ -\sin \alpha & 1 & \sin \alpha \end{vmatrix};$$

3.1.3. Հաշվել հետևյալ որոշիչները.

$$1) \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -1 & 5 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \end{vmatrix};$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}; \quad 5) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} x & a & a & a \\ b & x & 0 & 0 \\ b & 0 & x & 0 \\ b & 0 & 0 & x \end{vmatrix};$$

3.1.4. -րդ կարգի որոշիչները՝

$$\begin{array}{l}
 1) \left| \begin{array}{cccccc} x & 0 & 0 & \dots & 0 & a_0 \\ -1 & x & 0 & \dots & 0 & a_1 \\ 0 & -1 & x & \dots & 0 & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & a_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & a_n \end{array} \right| ; 2) \left| \begin{array}{cccccc} 1 & a & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1+a & a & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1+a & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1+a & a \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1+a \end{array} \right| ; \\
 \\
 3) \left| \begin{array}{cccccc} 1 & -a & -a & \dots & -a \\ 2 & 1 & -a & \dots & -a \\ 3 & 2 & 1 & \dots & -a \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 1 \end{array} \right| ; 4) \left| \begin{array}{cccccc} \alpha+\beta & \alpha\beta & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 2 & \alpha+\beta & \alpha\beta & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha+\beta & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha+\beta & \alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha+\beta \end{array} \right| ; \\
 \\
 5) \left| \begin{array}{cccccc} x & a & a & \dots & a \\ b & x & 0 & \dots & 0 \\ b & 0 & x & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b & 0 & 0 & \dots & x \end{array} \right| ; 6) \left| \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \dots & x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{array} \right| :
 \end{array}$$

3.1.5. Լուծել հետևյալ հավասարումները § անհավասարումները

$$\begin{array}{l}
 1) \left| \begin{array}{ccc} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{array} \right| = 0; 2) \left| \begin{array}{ccc} x^2 & 1 & 4 \\ x & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 12 \end{array} \right| = 0; \\
 \\
 3) \left| \begin{array}{ccc} x & 2 & -3 \\ 2-x & 5 & 6 \\ 2 & -1 & 8 \end{array} \right| = 28; 4) \left| \begin{array}{ccc} x & x+1 & x+2 \\ x+3 & x+4 & x+5 \\ x+6 & x+7 & x+8 \end{array} \right| < 0; \\
 \\
 5) \left| \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{array} \right| < 0; 6) \left| \begin{array}{ccc} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{array} \right| > 0:
 \end{array}$$

3.1.6. Հաշվել $2A - 3B$ մատրիցը, եթե՝

$$\begin{array}{l}
 1) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}; \\
 \\
 2) A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix};
 \end{array}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix};$$

3.1.7. Տրված են $A \notin B$ մատրիցները՝ $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}; \text{ Գտնել հետևյալ մատրիցները՝}$$

1) $A+B$; 2) $3A-B$; 3) $A^T + 3B^T$:

3.1.8. Հաշվել մատրիցների արտադրյալը.

1) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix};$

3) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$

5) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$ 6) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix};$

7) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix};$ 8) $\begin{pmatrix} -4 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & -7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix};$

9) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix};$ 10) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$

11) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ & & & -2 \\ & & & 1 \\ & & & 5 \end{pmatrix};$

3.1.9. Գտնել $AB, BA, A^T B^T \notin B^T A^T$ մատրիցները, եթե

1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$ 2) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}; 4) A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} :$$

3.1.10. Պտմել A մատրիցը, եթե

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}; 3) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; 5) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad 6) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} :$$

3.1.11. Տրված է $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ բազմանդամը: Հաշվել $f(A) - Y$, եթե

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}; 4) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} :$$

3.1.12. Պտմել հետևյալ մատրիցների հակադարձ մատրիցը՝

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 5 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad 5) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad 6) \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; 8) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 9) \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$10) \begin{pmatrix} 8 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad 11) \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad 12) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix};$$

$$13) \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad 14) \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad 15) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$16) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; 17) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; 18) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} :$$

3.1.13. Հաշվել հետևյալ մատրիցների ռանգը՝

$$1) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 9 & 6 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad 5) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 6) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}; \quad 8) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; 9) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix};$$

$$10) \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{pmatrix} :$$

3.1.14. Լուծել մատրիցային հավասարումները

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix};$$

$$3) X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad 6) X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} :$$

3.1.15. Գտնել բոլոր մատրիցները, որոնք տեղափոխելի են $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

մատրիցի հետ:

3.1.16. Յույց տալ, որ $(A-B)(A+B) = A^2 + B^2$ բանաձևը ճիշտ է այն \S միայն այն դեպքում, երբ A \S B մատրիցները տեղափոխելի են:

- 3.1.17. Յույց տալ, որ եթե $A^2 = A$, ապա $(2A-E)^2 = E$, որտեղ $E - \dot{Y}$ միավոր մատրիցն է:
- 3.1.18. A քառակուսային մատրիցն այնպիսին է, որ $A^m = E$: Ապացուցել, որ $A - \dot{Y}$ հակադարձելի է § գտնել A^{-1} :
- 3.1.19. Ենթադրենք $A^m = O$: Ապացուցել, որ $E + A + A^2 + \dots + A^{m-1}$ մատրիցը $E - A$ մատրիցի հակադարձն է:
- 3.1.20. Ի՞նչ մատրիցով պետք է բազմապատկել A մատրիցը, որպեսզի ստացվի՝
- 1) $A - \zeta$ առաջին սյունը; 2) $A - \zeta$ առաջին տողը:
- 3.1.21. A § B հակադարձելի մատրիցները տեղափոխելի են: Ապացուցել, որ A^{-1} § B^{-1} մատրիցները նույնպես տեղափոխելի են:
- 3.1.22. Յույց տալ, որ $(S^{-1}AS)^m = S^{-1}A^mS$:
- 3.1.23. Ենթադրենք $B = S^{-1}AS$: Յույց տալ, որ ցանկացած $f(x)$ բազմանդամի համար $f(B) = S^{-1}f(A)S$:
- 3.1.24. Ենթադրենք, որ $A - \dot{Y}$ անկյունագծային մատրից է, որի անկյունագծային էլեմենտները միմյանցից տարբեր են § $AB = BA$: Յույց տալ, որ $B - \dot{Y}$ նույնպես անկյունագծային մատրից է:
- 3.1.25. Ապացուցել, որ եթե $A - \dot{Y}$ անկյունագծային մատրից է, որի բոլոր անկյունագծային էլեմենտները զրոյից տարբեր են, ապա նա հակադարձելի է § $A^{-1} - \dot{A}$ նույնպես անկյունագծային մատրից է:
- 3.1.26. Ապացուցել, որ եթե $A - \dot{Y}$ հակադարձելի § համաչափ (սիմետրիկ) մատրից է, ապա $A^{-1} - \dot{A}$ նույնպես համաչափ է:
- 3.1.27. Ապացուցել, որ եթե $A^{-1} - \dot{Y}$ օրթոգոնալ մատրից է ($AA^T = E$), ապա նա հակադարձելի է § $A^{-1} - \dot{Y}$ նույնպես օրթոգոնալ է:
- 3.1.28. Ապացուցել, որ եթե $A - \dot{Y}$ § $B - \dot{Y}$ համաչափ մատրիցներ են, ապա $AB - \dot{Y}$ համաչափ մատրից է այն § միայն այն դեպքում, եթե նրանք տեղափոխելի են:
- 3.1.29. Ենթադրենք $A - \dot{Y}$ կամայական քառակուսային մատրից է: Ապացուցել, որ $A + A^T$ § AA^T մատրիցները համաչափ են:
- 3.1.30. Ապացուցել, որ եթե $A - \dot{Y}$ համաչափ մատրից է, ապա A^k մատրիցը նույնպես համաչափ է ցանկացած բնական $k - \zeta$ համար:

« 2 Գծային հավասարումների համակարգեր

- 3.2.1. Հետևյալ համակարգերը լուծել Կրամերի կանոնով՝
- 1) $\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 = -12 \\ 2x_1 - 7x_2 = 8 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 5 \end{cases}$;

$$3) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 7x_3 = 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases};$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases};$$

$$8) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = -5 \\ 5x_1 - x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases};$$

$$9) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 23 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases};$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases};$$

$$11) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases};$$

$$12) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases};$$

$$13) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -3 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases};$$

$$14) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases};$$

$$15) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases};$$

3.2.2. Հետևյալ համակարգերը լուծել հակադարձ մատրիցի օգնությամբ՝

$$1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -1 \\ 4x_1 - x_2 = 5 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 3 \\ 3x_1 - 4x_2 = -5 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -4 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 8 \end{cases};$$

$$\begin{array}{l}
5) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -4; \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 4 \end{cases} \\
7) \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6; \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = -5 \end{cases} \\
9) \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \\ x_1 + 3x_2 = -1 \end{cases} \\
11) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 4; \\ 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \\
13) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases} \\
15) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + x_4 = 1; \\ -x_1 - x_2 + x_4 = 1; \\ -x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \\
6) \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3; \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases} \\
8) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases} \\
10) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1; \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \\
12) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_3 = -1; \\ 3x_2 + x_3 = -2 \end{cases} \\
14) \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 2; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}
\end{array}$$

3.2.3. Հետևյալ համակարգերը լուծել Գ-առուսի մեթոդով.

$$\begin{array}{l}
1) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 - 5x_2 - 2x_3 = 1; \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases} \\
3) \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -3; \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases} \\
5) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2; \\ x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases} \\
2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11; \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases} \\
4) \begin{cases} 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 7 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1; \\ 7x_1 - 3x_2 + 5x_4 = -1 \end{cases} \\
6) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ -2x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 = -1 \end{cases}
\end{array}$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 + 7x_5 = 1; \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 + 2x_5 = 3 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1; \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2; \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases} \quad 10) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ \quad \quad \quad x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - \quad 3x_4 = 1 \\ \quad \quad \quad -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases} \quad ; \quad 12) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases} \quad ;$$

$$13) \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12; \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases} \quad ; \quad 14) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -2 \\ x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \end{cases} \quad ;$$

$$15) \begin{cases} x_1 - 5x_2 - \quad \quad - 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 7 \\ 2x_1 - 7x_2 - \quad \quad - x_4 = 7 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 \quad \quad = -1 \end{cases} \quad ;$$

3.2.4. Լուծել համաստեղ հավասարումների համակարգերը.

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - 10x_3 + 20x_4 = 0 \end{cases} \quad ; \quad 4) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0; \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
5) \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{array} \right. ; \quad 6) \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right. ; \\
7) \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{array} \right. ; \quad 8) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{array} \right. ; \\
9) \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \end{array} \right. ; \quad 10) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{array} \right. ; \\
11) \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \end{array} \right. ; \quad 12) \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{array} \right. ; \\
13) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0 \end{array} \right. ; \quad 14) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 - x_5 = 0 \end{array} \right. ; \\
15) \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{array} \right.
\end{array}$$

3.2.5. Հետևյալ բառակուսային ձևերը բերել կանոնական տեսքի.

$$\begin{array}{l}
1) 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 5x_2^2; \quad 2) x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2; \quad 3) -x_1^2x^2; \quad 4) 25x_1^2 + 30x_1x_2 + x_2^2; \\
5) x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_3^2; \quad 6) x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2; \\
7) 2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 9x_2^2 + 19x_3^2; \quad 8) 9x_1^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2; \\
9) x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 3x_4^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_3x_4; \quad 10) x_1x_2 + 2x_2x_3 - 3x_3x_4; \\
11) 2x_1x_2 + 2x_3x_4; \quad 12) x_1x_2 + x_2x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2; \\
13) x_1^2 + 2 \sum_{i=2}^n x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{n-1} x_i x_{i+1}; \quad 14) x_1^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i x_i x_{i+1};
\end{array}$$

$$15) \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j ; 16) \sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j ; 17) - \sum_{i=2}^n i x_i^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} i x_i x_j ;$$

«3 ասիանի վեկտորական տարածություններ

Վեկտորների գծային կախվածությունը § անկախությունը:

Ենթատարածություններ: Գծային ձևավոխություններ:

3.3.1. $R_n - \acute{a}\delta\acute{U}$ տրված է f_1, f_2, \dots, f_k վեկտորների բազմությունը: Անջատել մարսիմալ գծորեն անկախ վեկտորների բազմությունը, իսկ մնացած վեկտորները արտահայտել այդ վեկտորների գծային կոմբինացիայի տեսքով:

- 1) $f_1 = (-1; 6), f_2 = (3; 2), f_3 = (-1; 1);$
- 2) $f_1 = (2; 1), f_2 = (3; 2), f_3 = (1; 1), f_4 = (2; 3);$
- 3) $f_1 = (2; 1; -3), f_2 = (3; 1; -5), f_3 = (4; 2; -1), f_4 = (1; 0; -7);$
- 4) $f_1 = (4; 2; 1), f_2 = (2; -1; -5), f_3 = (-2; 3; 1), f_4 = (2; 1; 10);$
- 5) $f_1 = (2; 2; 7; -1), f_2 = (3; -1; 2; 4), f_3 = (1; 1; 3; 1);$
- 6) $f_1 = (3; 2; -5; 4), f_2 = (3; -1; 3; -3), f_3 = (3; 5; -13; 11);$
- 7) $f_1 = (2; 3; -4; -1), f_2 = (1; -2; 1; 3), f_3 = (5; -3; -1; 8), f_4 = (3; 8; -9; -5);$
- 8) $f_1 = (2; 3; 5; -4; 1), f_2 = (1; -1; 2; 3; 5), f_3 = (3; 7; 8; -1; -3), f_4 = (1; -1; 1; -2; 3);$
- 9) $f_1 = (2; -1; 3; 4; -1), f_2 = (1; 2; -3; 1; 2), f_3 = (5; -5; 1; 2; 1; -5), f_4 = (1; -3; 6; 3; -3);$
- 10) $f_1 = (4; 3; -1; 1; -1), f_2 = (2; 1; -3; 2; -5), f_3 = (1; -3; 0; 1; -2), f_4 = (1; 5; 2; -2; 6);$

3.3.2. $R_n - \acute{a}\delta\acute{U}$ տրված են f_1, f_2, \dots, f_n վեկտորները: Ցույց տալ, որ f_1, f_2, \dots, f_n վեկտորները կազմում են բազիս § գտնել $f - \zeta$ կորդինատները այդ բազիսում:

- 1) $f_1 = (1; 0), f_2 = (1; 1), f = (1; 3);$
- 2) $f_1 = (0; -2), f_2 = (3; 1), f = (-6; -4);$
- 3) $f_1 = (1; 0; 0), f_2 = (1; 1; 0), f_3 = (1; 1; 1), f = (2; 1; 3);$
- 4) $f_1 = (1; -1; 1), f_2 = (-2; 1; 3), f_3 = (-3; -2; 2), f = (10; 13; -5);$
- 5) $f_1 = (3; 2; 2), f_2 = (2; 3; 1), f_3 = (1; 1; 3), f = (5; 1; 1);$
- 6) $f_1 = (1; 5; 3), f_2 = (2; 1; -1), f_3 = (4; 2; 1), f = (3; 1; 29; 10);$
- 7) $f_1 = (1; 1; 1; 1), f_2 = (1; 1; -1; -1), f_3 = (1; -1; 1; -1), f_4 = (1; -1; -1; 1), f = (4; 8; 4; 4);$
- 8) $f_1 = (1; 1; 0; 1), f_2 = (2; 1; 3; 1), f_3 = (1; 1; 0; 0), f_4 = (0; 1; -1; -1), f = (1; 5; 2; -2; 6);$
- 9) $f_1 = (1; 2; 1; 3), f_2 = (1; 1; 2; 2), f_3 = (1; 1; 1; 3), f_4 = (3; -5; 7; 2), f = (-1; 8; -6; 5);$
- 10) $f_1 = (1; 1; 1; 1; 1), f_2 = (-1; 2; 1; 0; 3), f_3 = (2; 1; 4; 2; 1), f_4 = (0; 2; -1; 5; 3),$
 $f_5 = (7; 0; 0; -1; 0), f = (4; 4; -1; -2; 6);$

3.3.3. Գտնել տրված վեկտորների բազմության գծային թաղանթի բազիսը § չափողականությունը.

- 1) $f_1 = (1; -1), f_2 = (-1; 6), f_3 = (-1; 1);$
- 2) $f_1 = (1; -1), f_2 = (-1; 1), f_3 = (2; -2);$
- 3) $f_1 = (-3; 2; 0), f_2 = (-3; 6; -15), f_3 = (0; -4; 15);$
- 4) $f_1 = (1; 1; 1), f_2 = (1; 1; 3), f_3 = (3; -5; 7; 2);$
- 5) $f_1 = (1; 2; 1; 3), f_2 = (1; 1; 1; 3), f_3 = (1; 0; 1; 3);$
- 6) $f_1 = (1; 1; 1), f_2 = (1; 2; 1; 3), f_3 = (1; 1; 2; 2), f_4 = (1; 1; 1; 3);$
- 7) $f_1 = (1; 1; 1), f_2 = (2; 2; 2; 2), f_3 = (3; 3; 3; 3), f_4 = (1; 1; 2; 2);$
- 8) $f_1 = (2; 1; 3; -1), f_2 = (-1; 1; -3; 1), f_3 = (4; 5; 3; -1), f_4 = (1; 5; -3; 1);$
- 9) $f_1 = (2; 1; 3; 1), f_2 = (1; 2; 0; 1), f_3 = (-1; 1; -3; 0);$
- 10) $f_1 = (2; 0; 1; 3; -1), f_2 = (1; 1; 0; -1; 1), f_3 = (0; -2; 1; 5; 3), f_4 = (1; -3; 2; 9; 5);$

3.3.4. Գտնել A մատրիցով որոշվող գծային ձևափոխության միջուկը § պատկերը.

$$1) A = \begin{pmatrix} 25 & 60 \\ 60 & 144 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & 5 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad 4) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}; \quad 6) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 8) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix};$$

$$9) A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 2 \\ -3 & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \\ 6 & 5 & -5 \end{pmatrix}; \quad 10) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 & -2 \\ 3 & 9 & -14 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & -9 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

3.3.5. Գտնել հետևյալ մատրիցների սեփական արժեքները § համապատասխան սեփական վեկտորները.

$$\begin{aligned}
& 1) \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; \\
& 4) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad 5) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 6) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}; \\
& 7) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}; \quad 8) \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad 9) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}; \\
& 10) \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad 11) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 12) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix};
\end{aligned}$$

3.3.6. Գտնել $Ax = 0$ հավասարումների համակարգով որոշվող գծային տարածության չափողականությունը § բազիսը.

$$\begin{aligned}
& 1) A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} -3 & 10 & -10 \\ -7 & 4 & -4 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}; \quad 3) A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 6 & -2 & -4 \\ -15 & 5 & -10 \end{pmatrix}; \\
& 4) A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad 5) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad 6) A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \\
& 7) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix};
\end{aligned}$$

3.3.7. Կազմել տրված վեկտորների գծային թաղանթը որոշող գծային հավասարումների համակարգը.

$$\begin{aligned}
& 1) f_1 = (1;1), f_2 = (1;2;3); \quad 2) f_1 = (1;-1), f_2 = (-1;1); \\
& 3) f_1 = (-1;1), f_2 = (3;2); \quad 4) f_1 = (1;1;1;1), f_2 = (1;2;1;3); \\
& 5) f_1 = (1;1;2;2); \quad 6) f_2 = (0;0;0;0); \\
& 7) f_1 = (1;1;1;1), f_2 = (1;2;1;3), f_3 = (1;1;2;2), f_4 = (1;1;1;3); \\
& 8) f_1 = (1;1;1;1), f_2 = (1;1;1;3), f_3 = (3;-5;7;2), f_4 = (1;-7;5;-2);
\end{aligned}$$

3.3.8. $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix}$ Հանդիսանում են արդյոք գծային հետևյալ δ Ֆափոխությունները.

$$1) Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3; -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3);$$

$$2) Ax = (6 - 5x_2 - 4x_3; 3x_1 - 2x_2 - x_3; x_2 + 2);$$

$$3) Ax = (x_3^4; 3x_1 - 2x_2 - x_3; x_2 + 2x_3);$$

$$4) Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3; 2x_1 - x_2, x_2 + 2);$$

$$5) Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3; x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3);$$

$$6) Ax = (2x_1 + x_2; x_2 - 2x_3; 3x_1 - 4x_2^2 - 5x_3);$$

$$7) Ax = (x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3; 4x_1 - 5x_2 + 6x_3);$$

$$8) Ax = (3x_1 - 2x_2 - 1; 0; x_1 + 2x_2 + 3x_3);$$

$$9) Ax = (0; x_1 + 2x_2 + 3x_3; 4x_1 + 5x_2 + 6x_3);$$

$$1) Ax = (x_1; x_1 - x_3; x_2 + x_3);$$

$$11) Ax = (1; x_1 - x_3; x_2 + x_3);$$

$$11) Ax = (2x_1 + x_2; x_3; 2x_2 + 3x_3);$$

3.3.9. Ենթադրենք

$$x = (x_1; x_2; x_3), Ax = (x_2 - x_3; x_1; x_1 + x_3) Bx = (x_2; 2x_3; x_1):$$

$$1) ABx; \quad 2) A^2x; \quad 3) (A^2 - B)x; \quad 4) B^2x; \quad 5) BAx;$$

$$6) B^3x; \quad 7) BA^2x; \quad 8) (A^2 + B)x; \quad 9) (A^2 - B^2)x; \quad 10) (AB^2)x;$$

$$11) (3A^2 + B)x; \quad 12) B(A - B)x; \quad 13) (B - A + B^2)x; \quad 14) (3B + 2A^2)x;$$

3.3.10.

$(e'_1; e'_2; e'_3)$ բազիսում, եթե այն

ստրված է $(e_1; e_2; e_3)$ բազիսում.

$$x = (6; -1; 3)$$

$$1) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3; \\ e'_2 = 2e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (2; 4; 1)$$

$$x = (1; 8; 4)$$

$$2) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 3e_3; \\ e'_2 = 1.5e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (1; 4; 8)$$

$$3) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 1.5e_3; \\ e'_2 = 3e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (8; 4; 1)$$

$$4) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 5e_3; \\ e'_2 = 1.25e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (10; 5; 1)$$

$$5) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 1.25e_3; \\ e'_2 = 5e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 1.2e_3; \\ e'_2 = 6e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (2; 5; 10)$$

$$7) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 6e_3; \\ e'_2 = 12e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (2; 4; 3)$$

$$x = (-3; 2; 4)$$

$$8) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - e_3; \\ e'_2 = 0.5e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$x = (7; -5; 10)$$

$$9) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 0.5e_3; \\ e'_2 = -e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

$$10) \begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 4e_3; \\ e'_2 = 0.8e_1 - e_2 \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases};$$

3.3.11. Գտնել մատրիցը $(e'_1; e'_2; e'_3)$ բազիսում, եթե այն տրված է $(e_1; e_2; e_3)$ բազիսում. § $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3; e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3; e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$3) A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$4) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix};$$

$$5) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$6) A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$7) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$8) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$9) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$10) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

ԳԼՈՒԽ IV

ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ, ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ, ՍԱՀՍԱՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ, ԱԾԱՆՑՅԱԼ ԵՎ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՇՎԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

§ 1. Բազմություններ, ֆունկցիաներ և գրաֆիկներ

4.1.1. Յույց տալ, որ $A \cap B \subset A$; $A \cap B \subset B$; $A \subset A \cup B$; $B \subset A \cup B$;

$A \cap B = B \cap A$, որտեղ $A - \dot{Y}$, $B - \dot{Y}$, $C - \dot{Y}$ տրված բազմություններն են:

4.1.2. Դիցուք $A = \{1;2;3;5;7\}$, $B = \{3;4;7;8;9\}$, $C = \{1;2;4;5\}$: Գտնել՝

- 1) $A \cup B$; 2) $A \cup C$; 3) $B \cup C$; 4) $A \cap B$;
 5) $B \cap C$; 6) $A \cap C$; 7) $(A \cup B) \cup C$; 8) $A \cup (B \cap C)$;
 9) $A \cap (B \cup C)$ 10) $A \cap (B \cap C)$; 11) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$; 12) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$;
) ;

4.1.3. Ապացուցել, որ $(A - \dot{Y}, B - \dot{Y}, C - \dot{Y})$ տրված բազմություններն են):

- 1) $A \cup (A \cap B) = A$; 2) $A \cap (A \cup B) = A$;
 3) $A \cap \left(\frac{B}{A}\right) = \emptyset$; 4) $\frac{A}{(B \cup C)} = \left(\frac{A}{B}\right)$;
 5) $\frac{A}{\left(\frac{B}{C}\right)} = \left(\frac{A}{B}\right) \cup (A \cap C)$; 6) $\frac{(A \cup B)}{C} = \left(\frac{A}{C}\right) \cup \left(\frac{B}{C}\right)$:

4.1.4. Գտնել ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և արժեքների բազմությունը:

- 1) $y = \frac{x^2}{2}$; 2) $y = \sqrt{1 - 2x^2}$; 3) $y = x + \sin x$;
 4) $y = \lg(x^2 - 2x + 1)$; 5) $y = \arcsin(1 - 2x)$; 6) $y = \arccos \frac{1}{1 - x^2}$:

4.1.5. Գտնել $f(g(x)) - A$ և $g(f(x)) - A$, եթե

- 1) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$; 2) $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \sqrt{x - 1}$;

$$3) f(x) = \sin x, g(x) = x^3 - 1; \quad 4) f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^2:$$

4.1.6. Գտնել տրված ֆունկցիայի հակադարձ ֆունկցիան՝

$$1) y = 2x - 3; \quad 2) y = \frac{x+1}{x-2}; \quad 3) y = \sqrt{\frac{x+1}{x}}; \quad 4) y = \frac{1}{1-x};$$

4.1.7. Կառուցել ֆունկցիայի գրաֆիկը

$$1) y = \frac{1}{1+x^2}; \quad 2) y = x + e^{-x}; \quad 3) y = x + \sin x;$$

$$4) y = \begin{cases} x^2, & \text{»հմ } x < 0; \\ x, & \text{»հմ } x \geq 0 \end{cases}; \quad 5) y = \begin{cases} 1, & \text{»հմ } x > 0 \\ 0, & \text{»հմ } x = 0; \\ -1, & \text{»հմ } x < 0 \end{cases}; \quad 6) y = \sin|x|;$$

$$7) y = x^3 + x; \quad 8) y = |\cos x|:$$

4.1.8. Գտնել ֆունկցիայի պարբերությունը

$$1) y = 1 + \cos^2 x; \quad 2) y = \cos x + \sin 2x; \quad 3) y = \arcsin x;$$

$$4) y = \sqrt{\cos x}; \quad 5) y = \cos x^2:$$

4.1.9. Նշված ֆունկցիաներից որո՞նք են կենս, որո՞նք զույգ, § որո՞նք՝ ոչ զույգ § ոչ էլ կենս:

$$1) y = x^4 - 2x^2; \quad 2) y = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}; \quad 3) y = \sin x - \cos x;$$

$$4) y = \ln \frac{1-x}{1+x}; \quad 5) y = \sin x; \quad 6) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2};$$

$$7) y = 2^{-x}; \quad 8) y = x \frac{a^x - 1}{a^x + 1};$$

§ 2. Սահմանների տեսություն

4.2.1. Գտնել $\{a_n\}$ թվային հաջորդականության սահմանը.

$$1) a_n = \frac{n}{n+1}; \quad 2) a_n = \frac{1+4n^2}{n^2-3n+2};$$

$$3) a_n = \frac{n^3 - 10n^2 + 1}{100n^2 + 15n}; \quad 4) a_n = \frac{1000n^3 + 3n^2}{0.001n^4 - 100n^3 + 1};$$

$$5) a_n = \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}; \quad 6) a_n = \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^4 + (n-1)^4};$$

1) $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$;

2) $a_n = \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$;;

3) $a_n = \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}$;

4) $a_n = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}}$;

5) $a_n = \frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n}$;

6) $a_n = \frac{7}{10} + \frac{29}{100} + \dots + \frac{2^n + 5^n}{10^n}$;

7) $a_n = \left(\frac{n-1}{2n+1}\right)^n$;

8) $a_n = \left(1 - \frac{1}{4n}\right)^n$;

9) $a_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{\frac{n^2}{2}}$;

10) $a_n = \left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^{2n+3}$;

11) $a_n = \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$;

12) $a_n = \left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n+2}$;

13) $a_n = \left(\frac{2n^2 + 2}{2n^2 + 1}\right)^{n^2}$;

14) $a_n = \left(\frac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5}\right)^{3n+2}$;

15) $a_n = \left(\frac{n^2 - 2n + 2}{n^2 - n + 1}\right)^{2n-3}$;

16) $a_n = \left(\frac{n^2 + 3n + 3}{n^2 + 2n + 7}\right)^{3n-1}$;

17) $a_n = \left(\frac{2n^2 + n + 1}{2n^2 - n + 3}\right)^{4n+1}$;

18) $a_n = \left(\frac{2n^2 + 3n - 3}{2n^2 + 4n + 1}\right)^{2n+1}$;

4.2.5. ΠΙΥ»É ýáÖÝİóÇ³ÙÇ ë³ÑÛ³ÝÁ

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(x^2 + 3 + \frac{1}{x}\right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 4x + 7}{3x^2 - 2x - 5}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 5x}{2x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$;

5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x - 2}$;

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$;

7) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$;

8) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$;

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$;

10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$;

11) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$;

12) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$;

$$13) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}; 14) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h};; 15) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 11x + 6};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{6 - x - x^2}{3x^2 + 8x - 3}; 17) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}; 18) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 9x + 9}{x^2 - 5x + 6};$$

4.2.6. ΠΡΩΤΗ ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΣΜΩΝ

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{2-x}; 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+x}}{x}; 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1+4x}}{x(1+5x)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7}; 5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}; 6) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x-8};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{1-4x} - 3}; 8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 9}; 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+16} - 4};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}; 11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{x^2};$$

$$12) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \quad (x > 0); 13) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2} \quad (a > b);$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[n]{x} - 1}{\sqrt[m]{x} - 1}; 15) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - \sqrt{3+x^2}}{x-1}; 16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}; 18) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+h} - \sqrt[3]{x}}{h}; 19) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{x} - 1};$$

$$20) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x} - 2}{4 - \sqrt{1-5x}}; 21) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{8-x} - 3}{2 - \sqrt{7+3x}}; 22) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{11-x} - 3}{\sqrt{10+3x} - 4};$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - 2}{x-1}; 24) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\sqrt[3]{x-3} + 1}; 25) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{3x-5} + 2}{x+1};$$

4.2.7. ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΥΡΕΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΣΜΩΝ

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-2x-x^2}{x^2+4x+1}; 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-5x+2}{3+x^2-3x^3}; 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-5x+4}{x^3-x+1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-2x+1}{2x^2+x-3}; 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-2x+5}{x^4-x^3+2}; 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-2x^3-5x}{5x^3+x^2-3};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x}); 8) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{2x^2-1}}{x}; 9) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+2} - x);$$

$$10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x-1}; 11) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}; 12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2x^2-1} - \frac{x^2}{2x+1} \right);$$

$$13) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 1}}{\sqrt[4]{x^4 + 1} - \sqrt[5]{x^4 + 1}};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{x^7 + 5} + \sqrt[4]{2x^3 - 3}}{\sqrt[6]{x^8 + 3x^7 + 5} - x};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^4 + 3} - \sqrt[5]{x^3 + 4}}{\sqrt[3]{x^7 + 1}};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1});$$

$$18) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + a} - \sqrt{x});$$

$$19) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x);$$

$$20) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{(x + a)(x + b)} - x);$$

$$21) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3});$$

$$22) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x^3 + 1} - \sqrt{x^3 - 1});$$

4.2.8. Հաշվել ֆունկցիայի սահմանը

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 6x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin kx}{x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg kx}{x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\arctg 2x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sin(x - 1)};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - 1}{x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^3 x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 4x}{1 + \sin 2x};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^n)}{(\sin x)^m};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 2x};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi^2 - x^2};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha x - \cos \beta x}{x^2};$$

$$19) \lim_{\alpha \rightarrow \beta} \frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta}{\alpha^2 - \beta^2};$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{\operatorname{tg} x};$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a + x) - \cos(a - x)}{x};$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \operatorname{tg} 3x};$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$$

$$24) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\arcsin^2 3x};$$

4.2.9. Հաշվել ֆունկցիայի սահմանը

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x; \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x+2}\right)^{2x+5}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x;$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2}\right)^{x+1}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^x; \quad 9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-2x+1}{x^2-4x+2}\right)^x; \quad 11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+2}{2x^2+1}\right)^{x^2}; \quad 12) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-3x}; \quad 14) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}; \quad 15) \lim_{x \rightarrow -2} (2x+5)^{\frac{3}{x+2}};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow -1} (2x+3)^{\frac{1}{x+1}}; \quad 17) \lim_{x \rightarrow 3} (7-2x)^{\frac{2}{x-3}}; \quad 18) \lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\frac{x}{x-2}};$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+kx)}{x}; \quad 20) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x}; \quad 21) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{kx}-1}{x};$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x-1}{x}; \quad 23) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln x - \ln a}{x-a}; \quad 24) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\alpha x)}{\ln(1+\beta x)};$$

$$25) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{x}; \quad 26) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^x}-1}{x}; \quad 27) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right);$$

$$28) \lim_{x \rightarrow +\infty} x[\ln(x+a) - \ln x]; \quad 29) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x-1}; \quad 30) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x};$$

$$31) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+kx)^\alpha - 1}{x}; \quad 32) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[8]{1-5x} - 1}{x}; \quad 33) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - 1}{x-1};$$

$$34) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+3x} - \sqrt[7]{1-4x}}{x}; \quad 35) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - 1}{x^\beta - 1};$$

4.2.10. Հաշվել ֆունկցիայի սահմանը

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} 5^{\frac{1}{x}}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{1}{x}}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{2}-1)^{\frac{2}{x}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} (2-\sqrt{3})^{\frac{1}{x}}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+7^{x+2}}{3-7^x}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^{x+1}}{5 \cdot 2^{x+1} - 3^{x+2}};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^{x-1} - 3 \cdot 5^{x+1}}{3 \cdot 4^x + 4 \cdot 5^{x-1}}; \quad 8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8^{x-1} - 5 \cdot 7^{x+1}}{9 \cdot 8^x + 4 \cdot 7^{x-1}}; \quad 9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x + \cos x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\arctg x}; \quad 11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)\operatorname{tg}^2 x}{x^3}; \quad 12) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x};$$

- 13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x}$; 14) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right)$;
- 15) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos \sqrt{x+1} - \cos \sqrt{x})$; 16) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^n}\right)^x$ ($n > 0$);
- 17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x^2}$; 18) $\lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}$; 19) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}$;
- 20) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}$; 21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$; 22) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x}$;
- 23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x}$; 24) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) + \ln(x-h) - 2 \ln x}{h^2}$;
- 25) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sqrt{2 - \cos x}$; 26) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$;
- 27) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + a \sin bx)^{\frac{1}{x}}$; 28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{x+5}\right)^x$; 29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^x$;
- 30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-4x}{5-4x}\right)^x$; 31) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}$; 32) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}$;
- 33) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - x}$; 34) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-5x}}{2 \sin x - \operatorname{tg} x}$; 35) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\log_2 x}$;
- 36) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9} - 1}$; 37) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{x+a} - \sqrt[n]{a}}{x}$; 38) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+\alpha x} - \sqrt[n]{1+\beta x}}{x}$;

4.2.11. Որոշել հետևյալ անվերջ փոքր ֆունկցիաների կարգը $x - \zeta$ նկատմամբ (երբ $x \rightarrow 0$)

- 1) $\sqrt{1+x^2} - 1$; 2) $\sin \frac{x}{5}$; 3) $e^x - \cos x$;
- 4) $\ln(1+x^2)$; 5) $x(e^x - 1)$; 6) $3 \sin 4x - 2x^2$:

4.2.12. Ցույց տալ, որ հետևյալ անվերջ փոքր ֆունկցիաները համարժեք են (երբ $x \rightarrow 0$).

- 1) $f(x) = \sqrt{4x+1} - 1$ և $g(x) = 2x$; 2) $f(x) = 1 - \cos x$ և $g(x) = \frac{x^2}{2}$;
- 3) $f(x) = \ln(1+2x)$ և $g(x) = 2x$; 4) $f(x) = \arcsin \frac{x}{2}$ և $g(x) = \frac{x}{2}$:

4.2.13. Որոշել հետևյալ անվերջ մեծ ֆունկցիաների կարգը $x - \zeta$ նկատմամբ (երբ $x \rightarrow \infty \rightarrow$)

$$1) f(x) = (x + 1)^3; \quad 2) f(x) = \frac{x^3 + 3}{x^2 - 2}:$$

4.2.14. Հաշվել սահմանը, կատարելով համարժեք անվերջ փոքրերի փոխարինում.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\ln(1 + 2x)}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\arctg x}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{1 - \cos x}:$$

4.2.15. Գտնել ֆունկցիայի խզման կետերը § պարզել խզման բնույթը

$$1) y = \frac{|x - 4|}{x - 4}; \quad 2) y = \frac{x - 1}{(x - 2)(x - 3)}; \quad 3) y = x^2 \sin \frac{1}{x};$$

$$4) y = \arctg \frac{1}{x}; \quad 5) y = \frac{\sin 2x}{\sin x - \cos x}; \quad 6) y = \frac{x^2}{x + 2}:$$

4.2.16. Գտնել ֆունկցիաների խզման կետերը, պարզել խզման բնույթը § կառուցել նրանց գրաֆիկները.

$$1) y = 2 - \frac{x}{|x|}; \quad 2) y = 2^{x-2}; \quad 3) y = 1 - 2^{\frac{1}{x}};$$

$$4) y = 2 - \frac{x^3 + x}{2|x|}; \quad 5) y = \frac{4 - x^2}{|4x - x^3|}:$$

4.2.17. Ուսումնասիրել ֆունկցիայի անընդհատությունը

$$1) y = \frac{x^2 - 1}{x + 1} e^x; \quad 2) y = \arctg \frac{1}{x^2 - 1};$$

$$3) y = \begin{cases} x, & \text{«}\tilde{A}\text{» } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{«}\tilde{B}\text{» } 1 < x \leq 2 \end{cases}; \quad 4) y = \frac{x}{x + 1} - \ln(x + 1):$$

§ 3. Ֆունկցիայի ածանցյալ § դիֆերենցիալ

4.3.1. Գտնել ֆունկցիայի ածանցյալը, ելնելով ածանցյալի սահմանումից.

$$1) y = x^3; \quad 2) y = \sqrt{x}; \quad 3) y = e^x; \quad 4) y = \ln x;$$

$$5) y = \sqrt[3]{x}; \quad 6) y = \cos x; \quad 7) y = \frac{x + 2}{x - 2}; \quad 8) y = \frac{1}{x^2}:$$

4.3.2. Ապացուցել, որ հետևյալ ֆունկցիաները չունեն ածանցյալ կամ վերջավոր ածանցյալ նշված կետում.

$$1) y = |x|, x = 0; \quad 2) y = \sqrt[3]{x^2}, x = 0;$$

$$3) y = \sqrt[5]{x-1}, x = 1; \quad 4) y = \begin{cases} x, & \text{«}\tilde{A}\text{» } x \in [0;1]: \\ 2-x, & \text{«}\tilde{A}\text{» } x \in [1;2]: \end{cases} x = 1;$$

$$5) y = \sin|x|, x = 0; \quad 6) y = |\sin x|, x = \pi k; k \in \mathbb{Z}:$$

Հաշվել անհրաժեշտ է

$$4.3.3. y = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}x + x^2 - 0,5x^4 \quad 4.3.4. y = x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2,5x^2 - 0,3x + 0,1$$

$$4.3.5. y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x^3} \quad 4.3.6. y = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3}$$

$$4.3.7. y = \frac{x}{n} + \frac{n}{x} + \frac{x^2}{m^2} + \frac{m^2}{x^2} \quad 4.3.8. y = \frac{mx^2}{\sqrt{x}} + \frac{nx\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} - \frac{p\sqrt{x}}{x}$$

$$4.3.9. y = 0,1x^{\frac{2}{3}} - \frac{5,2}{x^{1,4}} + \frac{2,5}{\sqrt[5]{x}} \quad 4.3.10. y = \sqrt{x}(x^3 - \sqrt{x} + 1)$$

$$4.3.11. y = \frac{ax^3 + bx^2 + c}{(a+b)x} \quad 4.3.12. y = (x^2 - 3x + 3)(x^2 + 2x - 1)$$

$$4.3.13. y = (x^3 - 3x + 2)(x^4 + x^2 - 1) \quad 4.3.14. y = (\sqrt{x} + 1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1\right)$$

$$4.3.15. y = \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \sqrt{3}\right)\left(4x\sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3x}\right) \quad 4.3.16. y = (\sqrt[3]{x} + 2x)\left(1 + \sqrt[3]{x^2} + 3x\right)$$

$$4.3.17. y = (x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9) \quad 4.3.18. y = (1 + \sqrt{x})(1 + \sqrt{2x})(1 + \sqrt{3x})$$

$$4.3.19. y = \frac{5x^2 + 3x - 4}{\sqrt{x}} \quad 4.3.20. y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$4.3.21. y = \frac{x}{x^2 + 1} \quad 4.3.22. y = \frac{x^2 + 1}{x+1}$$

$$4.3.23. y = \frac{x^2 - 2x}{x^2 + x + 1} \quad 4.3.24. y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$4.3.25. y = \frac{2}{x^3 - 1} \quad 4.3.26. y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

$$4.3.27. y = \frac{x^2 + x + 1}{x^3 + 1} \quad 4.3.28. y = \frac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}$$

$$4.3.29. y = (x^2 + 1)^4 \quad 4.3.30. y = (1-x)^{20}$$

$$4.3.31. y = (1+2x)^{30} \quad 4.3.32. y = (1-x^2)^{10}$$

4.3.33. $y = (5x^3 + x^2 - 4)^5$

4.3.34. $y = (x^2 - x)^6$

4.3.35. $y = \left(7x^2 - \frac{4}{x} + 6\right)^6$

4.3.36. $y = \left(x^3 - \frac{1}{x^2} + 3\right)^4$

4.3.37. $y = (ax^2 + bx + c)^n$

4.3.38. $y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

4.3.39. $y = \left(\frac{1+x^2}{1+x}\right)^5$

4.3.40. $y = \left(a - \frac{1}{x}\right)^3$

4.3.41. $y = \left(\frac{x}{x+1}\right)^n$

4.3.42. $y = (x + \sqrt{x})^{\frac{1}{3}}$

4.3.43. $y = \sqrt{x^2 - x + 2}$

4.3.44. $y = \sqrt[3]{1-x^2}$

4.3.45. $y = \sqrt[5]{2-x^2}$

4.3.46. $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

4.3.47. $y = \frac{1}{\sqrt[n]{1+x}}$

4.3.48. $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}$

4.3.49. $y = \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$

4.3.50. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}}$

4.3.51. $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^4-x^8}}$

4.3.52. $y = \frac{x}{\sqrt{1+3x}}$

4.3.53. $y = \frac{1}{1+\sqrt{x}} - \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

4.3.54. $y = \frac{x\sqrt{1+x}}{x^2+1}$

4.3.55. $y = \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{2x}}$

4.3.56. $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$

4.3.57. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{2x-1}} + \frac{5}{\sqrt[4]{(x^2+2)^3}}$

4.3.58. $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+a^2}}$

4.3.59. $y = \sin x + \cos x$

4.3.60. $y = \sin 3x$

4.3.61. $y = 3\cos\frac{x}{3}$

4.3.62. $y = n\sin(ax+b)$

4.3.63. $y = n\cos(ax+b)$

4.3.64. $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$

4.3.65. $y = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$

4.3.66. $y = \frac{x}{1-\cos x}$

4.3.67. $y = x\sin x + \cos x$

4.3.68. $y = \sin^3 x$

4.3.69. $y = \cos^3 x$

4.3.70. $y = \sin^k(ax+b)$

4.3.71. $y = \cos^k(ax+b)$

4.3.72. $y = \sin x^2$

$$4.3.73. y = \cos\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$4.3.75. y = \cos \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$4.3.77. y = \cos^3 4x$$

$$4.3.79. y = \sin(\sin x)$$

$$4.3.81. y = \cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x$$

$$4.3.83. y = \operatorname{tg} 5x$$

$$4.3.85. y = n \operatorname{tg}(ax + b)$$

$$4.3.87. y = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x$$

$$4.3.89. y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2}$$

$$4.3.91. y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{1+x^2}$$

$$4.3.93. y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}$$

$$4.3.95. y = \arcsin x + \arccos x$$

$$4.3.97. y = (\arcsin x)^2$$

$$4.3.99. y = \frac{\arccos x}{x}$$

$$4.3.101. y = \arcsin(x-1)$$

$$4.3.103. y = \operatorname{arctg} x^2$$

$$4.3.105. y = \arccos \frac{x}{x+1}$$

$$4.3.107. y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}$$

$$4.3.109. y = x \arccos \frac{1}{x}$$

$$4.3.111. y = \cos(3 \arcsin x)$$

$$4.3.113. y = \operatorname{arctg}^3 \frac{1}{x}$$

$$4.3.115. y = \ln(4x-1)$$

$$4.3.74. y = \sin \sqrt{x}$$

$$4.3.76. y = \sin \sqrt{1+x^2}$$

$$4.3.78. y = \sin^3 x + \cos 2x$$

$$4.3.80. y = (1 + \sin^2 x)^4$$

$$4.3.82. y = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$$

$$4.3.84. y = 4 \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$$

$$4.3.86. y = n \operatorname{ctg}(ax + b)$$

$$4.3.88. y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$$

$$4.3.90. y = \sqrt{1+2 \operatorname{tg} x}$$

$$4.3.92. y = \operatorname{ctg}(x-x^3)$$

$$4.3.94. y = \frac{1}{5} \operatorname{ctg}^5(2x-3)$$

$$4.3.96. y = x \arcsin x;$$

$$4.3.98. y = \frac{1}{\arcsin x}$$

$$4.3.100. y = \sqrt{x} \operatorname{arctg} x$$

$$4.3.102. y = \arccos \frac{2x-1}{\sqrt{3}}$$

$$4.3.104. y = \arcsin \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$4.3.106. y = \operatorname{arctg}(1-x^2)$$

$$4.3.108. y = \frac{x^3}{\operatorname{arctg} x}$$

$$4.3.110. y = \sin(2 \operatorname{arctg} x)$$

$$4.3.112. y = \arccos \frac{b+a \cos x}{a+b \cos x}$$

$$4.3.114. y = \operatorname{arccot}^4 \sqrt{x}$$

$$4.3.116. y = \ln^3 x$$

$$4.3.117 y = \sqrt{\ln x}$$

$$4.3.119 y = x^2 \log_3 x$$

$$4.3.121 y = x^n \ln x$$

$$4.3.123 y = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$$

$$4.3.125 y = \ln^k(ax + b)$$

$$4.3.127 y = \ln \operatorname{tg} x$$

$$4.3.129 y = \ln^4 \sin x$$

$$4.3.131 y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1 + x^2}$$

$$4.3.133 y = \log_2 [\log_3 (\log_5 x)]$$

$$4.3.135 y = (\ln \sqrt{x})^2$$

$$4.3.137 y = \ln x^5 (a + 3x)(a - 2x)^3$$

$$4.3.139 y = \ln \sqrt{\frac{(x+1)(x-5)}{(2x-1)(3x-2)}}$$

$$4.3.141 y = 2^x$$

$$4.3.143 y = x10^x$$

$$4.3.145 y = xe^x$$

$$4.3.147 y = e^x \cos x$$

$$4.3.149 y = \frac{e^x}{\sin x}$$

$$4.3.151 y = e^{\sqrt{x+1}}$$

$$4.3.153 y = 3^{\cos x}$$

$$4.3.155 y = \sin(2^x)$$

$$4.3.157 y = xe^{\frac{1}{x}}$$

$$4.3.159 y = 2^{3^x}$$

$$4.3.161 y = 2^{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}$$

$$4.3.118 y = \ln(x^2 - 4x)$$

$$4.3.120 y = x \lg x$$

$$4.3.122 y = \log_2(x^2 - 1)$$

$$4.3.124 y = \frac{\ln x}{x^n}$$

$$4.3.126 y = \ln \sin x$$

$$4.3.128 y = \ln \operatorname{arccos} 2x$$

$$4.3.130 y = \ln \operatorname{arcsin} x$$

$$4.3.132 y = \ln[\ln(\ln x)]$$

$$4.3.134 y = \ln(1 + \sin^2 x)$$

$$4.3.136 y = \ln \frac{3 - x^2}{2 - x^2}$$

$$4.3.138 y = \ln \frac{x(1 + x^2)}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$4.3.140 y = x \sin \ln x$$

$$4.3.142 y = \frac{1}{3^x}$$

$$4.3.144 y = \frac{x}{4^x}$$

$$4.3.146 y = \frac{x}{e^x}$$

$$4.3.148 y = (x^2 - 2x + 3)e^x$$

$$4.3.150 y = 10^{2x-3}$$

$$4.3.152 y = 2^{\frac{1}{x}}$$

$$4.3.154 y = a^{\sin \sqrt{x}}$$

$$4.3.156 y = e^{\operatorname{arcsin} 2x}$$

$$4.3.158 y = e^{\sqrt{\ln x}}$$

$$4.3.160 y = 10^{1 - \sin^4 3x}$$

$$4.3.162 y = a^x x^a$$

$$4.3.163 y = sh^3 x$$

$$4.3.165 y = sh^2 x + ch^2 x$$

$$4.3.167 y = ch(shx)$$

$$4.3.169 y = th(\ln x)$$

$$4.3.171 y = xshx - chx$$

$$4.3.173 y = ch^5(2x + 1)$$

$$4.3.175 y = x^x$$

$$4.3.177 y = \sqrt[x]{x}$$

$$4.3.179 y = x^{\cos x}$$

$$4.3.181 y = (\sin x)^{x^2}$$

$$4.3.183 y = (x^2 - 1)^{x^2}$$

$$4.3.185 y = (x + 1)^{\frac{2}{x}}$$

$$4.3.187 y = \frac{(x - 2)^2 \sqrt[3]{x + 1}}{(x - 5)^3}$$

$$4.3.189 y = x^{a^x}$$

$$4.3.191 y = a^{x^x}$$

$$4.3.193 y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}}$$

$$4.3.195 y = (1 + \sqrt[3]{x})^3$$

$$4.3.197 y = \operatorname{arctg}(x^2 - 3x + 2)$$

$$4.3.199 y = 3\cos^2 x - \cos^3 x$$

$$4.3.201 y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$$

$$4.3.203 y = \sin^2 \frac{x}{3} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$$

$$4.3.205 y = \ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$$

$$4.3.207 y = \cos 2x \ln x$$

$$4.3.164 y = \ln chx$$

$$4.3.166 y = th(1 - x^2)$$

$$4.3.168 y = \sqrt{chx}$$

$$4.3.170 y = e^{ch^2 x}$$

$$4.3.172 y = \frac{1}{2} th \frac{x}{2} - \frac{1}{6} th^3 \frac{x}{2}$$

$$4.3.174 y = th^3(5x - 1)$$

$$4.3.176 y = x^{\sqrt{x}}$$

$$4.3.178 y = (x^2 + 1)^x$$

$$4.3.180 y = (\cos x)^{\sin x}$$

$$4.3.182 y = (\sin x)^{\ln x}$$

$$4.3.184 y = (\ln x)^x$$

$$4.3.186 y = x^{\ln x}$$

$$4.3.188 y = \frac{(x + 1)^3 \sqrt[4]{x - 2}}{\sqrt[5]{(x - 3)^2}}$$

$$4.3.190 y = x^{x^a}$$

$$4.3.192 y = x^{x^x}$$

$$4.3.194 y = \sqrt[3]{\frac{x - 5}{\sqrt[5]{x^2 + 4}}}$$

$$4.3.196 y = \sqrt{1 + \sqrt{2px}}$$

$$4.3.198 y = \lg(x - \cos x)$$

$$4.3.200 y = \sin x e^{\cos x}$$

$$4.3.202 y = \operatorname{arctg} \frac{x + 1}{x - 1}$$

$$4.3.204 y = \frac{\sqrt[9]{4x^5 + 2}}{3x^4}$$

$$4.3.206 y = x \operatorname{arctg} \sqrt{x}$$

$$4.3.208 y = \arcsin \sqrt{\sin x}$$

$$4.3.209 y = \arcsin(n \sin x)$$

$$4.3.210 y = \sin^2\left(\frac{1 - \ln x}{x}\right)$$

$$4.3.211 y = \log_3(x^2 - \sin x)$$

$$4.3.212 y = x \arcsin(\ln x)$$

$$4.3.213 y = \ln \frac{x + \sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$4.3.214 y = x 10^{\sqrt{x}}$$

$$4.3.215 y = \ln \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$4.3.216 y = \sqrt[3]{1 + x\sqrt{x + 3}}$$

$$4.3.217 y = x^3 \arctg x^3$$

$$4.3.218 y = 10^{x \operatorname{tg} x}$$

$$4.3.219 y = \sin^2 x \sin x^2$$

$$4.3.220 y = x \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x^2}}$$

$$4.3.221 y = \sqrt{a^2 - x^2} \arccos \frac{x}{a}$$

$$4.3.222 y = 2^{\frac{x}{\ln x}}$$

$$4.3.223 y = e^{ax} (a \sin x - \cos x)$$

$$4.3.224 y = x e^{1 - \cos x}$$

$$4.3.225 y = \ln(e^x \cos x + e^{-x} \sin x)$$

$$4.3.226 y = e^x \sin x \cos^3 x$$

$$4.3.227 y = \operatorname{Intg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} \ln(1 + \sin x) - x$$

$$4.3.228 y = \ln(x \sin x \sqrt{1 - x^2})$$

$$4.3.229 y = \frac{\sqrt{x + 2(3 - x)^4}}{(x + 1)^5}$$

$$4.3.230 y = \sqrt[5]{(1 + x e^{\sqrt{x}})^3}$$

$$4.3.231 y = \operatorname{In} \cos \operatorname{arctg} \operatorname{sh} x$$

$$4.3.232 y = \arccos \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$$

$$4.3.233 y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$$

$$4.3.234 y = \frac{1}{\cos(x - \cos x)}$$

$$4.3.235 y = \frac{x e^x \operatorname{arctg} x}{\ln^5 x}$$

$$4.3.236 y = \frac{\operatorname{In} \sin x}{\operatorname{In} \cos x}$$

$$4.3.237 y = \frac{2}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{1 - x^2}$$

$$4.3.238 y = \frac{(1 - x^2) e^{3x - 1} \cos x}{(\arccos x)^3}$$

$$4.3.239 y = \frac{1}{2} (3 - x) \sqrt{1 - 2x - x^2} + 2 \arcsin \frac{x + 1}{\sqrt{2}}$$

$$4.3.240 y = (\operatorname{arctg} ax)^x$$

$$4.3.241 y = \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt[3]{(x + 2)^2} \sqrt{(x + 3)^3}}$$

$$4.3.242 \ y = \frac{(x-2)^9}{\sqrt{(x-1)^5(x-3)^{11}}}$$

$$4.3.243 \ y = \frac{(x+2)^2}{(x+1)^3(x+3)^4}$$

$$4.3.244 \ y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$4.3.245 \ y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$4.3.246 \ y = \sqrt{(a-x)(x-b)} - (a-b) \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a-x}{x-b}}$$

4.3.247. Յույց տալ, որ $y = \frac{(x-1)(3-x)}{x-2}$ ֆունկցիան բավարարում

է $1 + \frac{dy}{dx} + \frac{1}{(x-2)^2} = 0$ հավասարմանը:

4.3.248. $f(x) = \begin{cases} 3+2x, & \text{»հմ } -\frac{3}{2} < x \leq 0 \\ 3-2x, & \text{»հմ } 0 < x < \frac{3}{2} \end{cases}$: Յույց տալ, որ $f(x)$ -Á

անընդհատ է $x=0$ կետում, սակայն $f'(0)$ -Ý գոյություն չունի:

4.3.249. Յույց տալ, որ $y = xe^{-x}$ ֆունկցիան բավարարում է $xy' = (1-x)y$ հավասարմանը:

4.3.250. Յույց տալ, որ $y = xe^{\frac{-x^2}{2}}$ ֆունկցիան բավարարում է $xy' = (1-x^2)y$ հավասարմանը:

4.3.251. Յույց տալ, որ $y = \operatorname{arcsin}(3x-4x^3)$ ֆունկցիան բավարարում է $\sqrt{1-x^2} \frac{dy}{dx} = 3$ հավասարմանը:

4.3.252. Հաշվել $y = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & \sin x & \cos x \\ x & e^x & 1 \end{vmatrix}$ ֆունկցիայի ածանցյալը:

4.3.253. Գտնել $y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 20$ կորի այն կետերը, որոնցով տարված շոշափողները զուգահեռ են արսցիսների առանցքին:

4.3.254. $y = x^2 - 7x + 3$ պարաբոլի n° ր կետում տարված շոշափողն է զուգահեռ $5x + y - 3 = 0$ ուղղին:

4.3.255. Գտնել $b - \dot{Y} \neq c - \dot{Y}$ այնպես, որ $y = x^2 + bx + c$ պարաբոլը շոշափի $y = x$ ուղիղը (1,1) կետում:

4.3.256. Կազմել հետևյալ կորերի շոշափողի § նորմալի հավասարումները.

1) $y = \sqrt[3]{x-1}, (1;0)$ կետում;

2) $y = tg 2x, (0;0)$ կետում;

3) $y = \ln x$ Ox առանցքի հետ հատման կետում;

4) $y = \arcsin \frac{x-1}{2}$ Ox առանցքի հետ հատման կետում;

5) $y = e^{1-x^2}, y = 1$ ուղղի հետ հատման կետում;

6) $y = \sin x \left(\frac{\pi}{2}; 1 \right)$ կետում;

7) $y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2} \quad x = 2a$ արագիտով կետում;

8) $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2} \quad x = 3$ արագիտով կետում;

9) $y = -\sqrt{x} + 2 \quad x = 1$ արագիտով կետում;

10) $y^2 = \frac{x^3}{2a-x} \quad (a,a)$ կետում:

4.3.257. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների երկրորդ կարգի ածանցյալները

1) $y = e^{x^2};$ 2) $y = \sin^2 x;$ 3) $y = (1+x^2) \arctg x;$

4) $y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2});$ 5) $y = x^8 + 7x^6 - 5x + 4;$ 6) $y = \ln \sqrt[3]{1+x^2};$

7) $y = xe^{x^2};$ 8) $y = \sqrt{a^2 - x^2};$ 9) $y = e^{\sqrt{x}};$

10) $y = \arcsin(a \sin x);$ 11) $y = \frac{1}{1+x^2};$ 12) $y = \frac{1}{a+\sqrt{x}};$

13) $y = \ln(x - \sqrt{1+x^2});$ 14) $y = (1+x^2) \operatorname{arccot} x;$ 15) $y = x^x:$

4.3.258. -րդ կարգի
ածանցյալները

1) $y = \sin x;$ 2) $y = \frac{1}{1+x};$ 3) $y = \ln(1+x);$

4) $y = e^{-3x};$ 5) $y = \cos 2x;$ 6) $y = e^{ax};$

- 7) $y = \ln(ax + b)$; 8) $y = xe^x$; 9) $y = \frac{1}{ax + b}$;
 10) $y = \log_a x$; 11) $y = \ln(ax + b)$; 12) $y = x \ln x$;
 13) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$; 14) $y = \sin 4x + \cos 4x$;

4.3.259. Գտնել $\Delta y - \Delta \phi$ $dy - \Delta y = 5x + x^2$ ֆունկցիայի համար, եթե $x = 2$; $\Delta x = 0.01$:

4.3.260. Գտնել $y = \cos x$ ֆունկցիայի դիֆերենցիալը, եթե $x = \frac{\pi}{6}$;

$$\Delta x = \frac{\pi}{36} :$$

4.3.261. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների դիֆերենցիալները

- 1) $y = x \ln x$; 2) $y = \arcsin \frac{x}{a}$; 3) $y = \frac{1}{x^n}$;
 4) $y = e^x \ln x$; 5) $r = \operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{cosec} \varphi$; 6) $r = \frac{\cos \varphi}{2 \sin \varphi} - \frac{1}{2} \operatorname{Intg} \frac{\varphi}{2}$;

4.3.262. Փոխարինելով ֆունկցիայի աճը դիֆերենցիալով, մոտավոր հաշվել

- 1) $\cos 60^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 44^\circ$; 3) $e^{0.2}$; 4) $\operatorname{arctg} 1.05$;

4.3.263. Գտնել ֆունկցիաների մոտավոր արժեքները նշված կետերում

- 1) $y = x^3 - 4x^2 + 5x + 3$, $x = 1.03$; 2) $y = \sqrt{1+x}$, $x = 0.2$;
 3) $y = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$, $x = 0.1$; 4) $y = e^{1-x^2}$, $x = 1.05$:

4.3.264. Գտնել սնրացահայտ ֆունկցիայի ածանցյալը $y'_x - \Delta \xi$ $x'_y - \Delta$:

- 1) $x^3 - 3xy^2 + 2y^3 = 0$; 2) $ye^x - 2x + 4 = 0$; 3) $\cos(xy) - x - y = 0$;
 4) $xe^y - ye^x = 0$; 5) $x^3 + y^3 - 3axy = 0$; 6) $x^4 + y^4 = x^2y^2$;
 7) $\frac{\sin(xy) + \cos(xy)}{\operatorname{tg}(x+y)}$; 8) $2y \ln y = x$; 9) $2^x + 2^y = 2^{x+y}$;
 10) $\frac{x-y = \arcsin x - \arcsin y}{}$; 11) $y = \cos(x+y)$; 12) $x = \cos(xy)$;
 13) $y = 1 + xe^y$; 14) $x^y = y^x$; 15) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$;

16) $\frac{x \sin y - \cos y}{\cos 2y} = 0$; 17) $y = x + \arctg y$; 18) $y \sin x - \cos(x - y) = 0$;
 19) $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$; 20) $y^2 \cos x = a^2 \sin 3x$:

4.3.265. Գտնել պարամետրական տեսքով տրված ֆունկցիայի

$$\text{ածանցյալը} \left(\frac{dy}{dx} - A \phi \frac{dx}{dy} - A \right)$$

- 1) $x = at^2, y = at$; 2) $x = a \cos t, y = b \sin t$;
 3) $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$; 4) $x = (\theta - \sin \theta), y = a(1 + \cos \theta)$;
 5) $x = \frac{t+1}{t}, y = \frac{t-1}{t}$; 6) $x = \ln(1+t^2), y = t - \arctg t$;
 7) $x = \varphi(1 - \sin \varphi), y = \varphi \cos \varphi$; 8) $x = e^t \sin t, y = e^t \cos t$;
 9) $x = \frac{3at}{1+t^3}, y = \frac{3at^2}{1+t^3}$; 10) $x = 1-t^2, y = t-t^3$;
 11) $x = a \cos^2 \varphi, y = a \sin^2 \varphi$; 12) $x = \ln t, y = t^2 - 1$;
 13) $x = \arcsin t, y = \ln(1-t^2)$; 10) $x = at \cos t, y = at \sin t$;
 15) $x = 2e^t, y = e^{-t}$:

**§ 4. Գիֆերենցիալ հաշվի հիմնական թեորեմները,
 Թեյլորի բանաձևը, Լոպիտալի կանոնը**

4.4.1. Յույց տալ, որ $f(x) = x - x^3$ ֆունկցիան $[0, 1]$ հատվածում բավարարում է Ռոլլի թեորեմի պայմաններին § գտնել միջանկյալ կետը:

4.4.2. Բավարարում է արդյոք $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2}$ ֆունկցիան $[0, 4]$ հատվածում Ռոլլի թեորեմի պայմաններին:

4.4.3. Ստուգել, որ $f(x) = x^2 + 2$ § $\varphi(x) = x^3 - 1$ ֆունկցիաները $[1, 2]$ հատվածում բավարարում են Կոշիի թեորեմի պայմաններին: Գտնել միջանկյալ կետը:

4.4.4. Լոպիտալի կանոնով հաշվել սահմանը.

- 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$;
 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}$;

$$5) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin mx}{\ln \sin x};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctgx};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi}{x \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \arctg x}{x^3};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - \cos \alpha x}{e^{\beta x} - \cos \beta x};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^m - a^m}{x^n - a^n};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[x \sin \frac{a}{x} \right];$$

$$17) \lim_{\varphi \rightarrow a} \left[(a^2 - \varphi^2) \operatorname{tg} \frac{\pi \varphi}{2a} \right];$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} [(\pi - 2 \arctg x) \ln x];$$

4.4.5. Լոպիտալի կանոնով հաշվել սահմանները

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2-x-6} \right);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \right)^{\frac{\pi x}{2}};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{c^x - d^x};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right];$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right);$$

$$13) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} (\alpha > 0);$$

$$14) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} (\alpha > 0);$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right);$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin bx}};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^x;$$

4.4.6. Հետևյալ ֆունկցիաների համար գրել Թեյլորի բանաձևը $x = 0$ կետի շրջակայքում, ընդունելով $n = 5$.

$$1) y = x \cos x;$$

$$2) y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$3) y = \frac{\sin x}{x};$$

$$4) y = e^{-x^2};$$

$$5) y = \arcsin x;$$

4.4.7. Օգտվելով Թեյլորի բանաձևից հաշվել հետևյալ մեծությունների մոտավոր արժեքները 0.001 ճշտությամբ.

1) $\sin 31^\circ$; 2) $e^{1/2}$; 3) $\ln 0.993$:

4.4.8. Ապացուցել անհավասարությունը

1) $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x} \quad (x > 1)$; 2) $e^x \geq 1 + x$; 3) $x \geq \ln(1 + x) \quad (x \geq 0)$;

4) $2x \operatorname{arctg} x \geq \ln(1 + x^2)$; 5) $\ln(1 + x) \geq \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x} \quad (x \geq 0)$;

6) $\sin x < x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} \quad (x > 0)$; 7) $\sin x + \operatorname{tg} x > 2x \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$;

8) $\operatorname{ch} x \geq 1 + \frac{x^2}{2}$; 9) $\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}$; 10) $\ln(1 + x) > x - \frac{x^2}{2} \quad (x > 0)$:

4.4.9. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների մոնոտոնության միջակայքերը.

1) $y = x^3 - 3x + 2$; 2) $y = \frac{x}{x - 2}$; 3) $f(x) = \cos\left(6x + \frac{2\pi}{5}\right)$;

4) $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$; 5) $f(x) = x \ln x$; 6) $f(x) = x + \sin x$;

7) $f(x) = x \cdot e^{-x}$; 8) $f(x) = \frac{x}{3} - \sqrt[3]{x}$; 9) $y = \arcsin(1 + x)$:

4.4.10. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների էքստրեմումները

1) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$; 2) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$; 3) $y = x - \ln(1 + x)$;

4) $y = x^2 e^{-x}$; 5) $y = 2 \sin 2x + \sin 4x$; 6) $y = \frac{e^x}{x}$;

7) $y = \ln(x^2 - 4x + 1)$; 8) $f(x) = x^4 - 2x^2$; 9) $y = x \ln x$:

4.4.11. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների ուռուցիկության § գոգավորության միջակայքերը § շրջման կետերը.

1) $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$; 2) $y = x^4 - 6x^3$; 3) $y = \sin x$;

4) $y = \ln x$; 5) $y = (1 + x^2)e^{-x}$; 6) $y = x^2 \ln x$;

7) $y = \sqrt{4x^3 - 12x}$; 8) $y = \operatorname{arctg} x - x$:

4.4.12. Գտնել ֆունկցիաների սահմափակումները.

1) $y = \frac{1}{(x - 2)^2}$; 2) $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$; 3) $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$;

$$4) y = x - 2 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 6}}; 5) y = e^{-x^2} + 2; 6) y = \frac{1}{1 - e^x};$$

$$7) y = \ln(1 + x); 8) y = e^{\frac{1}{x}};$$

4.4.13. Հետազոտել ֆունկցիան § կառուցել գրաֆիկը

$$1) y = x^3 - 6x^2 - 36x + 5; 2) y = \frac{x}{x-1}; 3) y = 12x - x^3;$$

$$4) y = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)}; 5) y = \frac{3x^2 - 6x + 7}{x^2 + 2x + 2}; 6) y = x + \sin x;$$

$$7) y = x - \cos x; 8) y = x^2 e^{-x}; 9) y = x \ln x;$$

$$10) y = x(1 + e^{-x}); 11) y = \frac{x}{x^2 - 1}; 12) y = \frac{x^2}{x^2 - 1};$$

$$13) y = \frac{1}{x} + 4x^2; 14) y = x^2 + \frac{1}{x^2}; 15) y = \frac{e^x}{x};$$

$$16) y = x - \ln(x+1); 17) y = x^3 e^{-x}; 18) y = \frac{1}{e^x - 1};$$

$$19) y = x + \frac{\ln x}{x}; 20) y = \ln \cos x; 21) y = x - 2 \arctg x;$$

$$22) y = e^{\frac{(x-a)^2}{2}}; 23) y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}; 24) y = \frac{x^3 - 4x}{3x^2 - 4};$$

$$25) y = \frac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}; 26) y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}; 27) y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4};$$

$$28) y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}; 29) y = (2x + 3)e^{-2x-2}; 30) y = (3 - x)e^{-x-2};$$

$$31) y = (x-2)e^{3-x}; 32) y = \frac{e^{2x-2}}{2x-2}; 33) y = \frac{e^{3-x}}{3-x};$$

$$34) y = \ln \frac{x}{x+2} + 1; 35) y = 3 \ln \frac{x}{x-3} - 1; 36) y = 2 \ln \frac{x+3}{x} - 3;$$

$$37) y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2 - 4x + 1)}; 38) y = \sqrt[3]{(x+2)(x^2 + 4x + 1)};$$

$$39) y = \sqrt[3]{x^2(x+2)^2}; 40) y = \sqrt[3]{x^2(x-4)^2};$$

$$41) y = e^{\sin x + \cos x}; 42) y = \ln(\sin x + \cos x);$$

$$43) y = e^{\sqrt{2} \sin x}; 44) y = \ln(\sqrt{2} \sin x);$$

4.4.14. Հետազոտել ֆունկցիան § կառուցել գրաֆիկը

$$1) x = t^3 + 3t + 1, y = t^3 - 3t + 1; 2) x = t^3 - 3\pi, y = t^3 - 6 \arctg x;$$

- 3) $x = \frac{3t}{1+t^2}, y = \frac{3t^2}{1+t^2};$ 4) $x = te^t, y = te-t;$
 5) $x = 2a \cos t - a \cos 2t, y = 2a \sin t - a \sin 2t;$
 6) $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t;$ 7) $\rho = \sin 3\varphi;$
 8) $\rho = atg \varphi;$ 9) $\rho = a(1+tg \varphi);$
 10) $\rho = a(1+\cos \varphi);$ 11) $\rho = a(1+b \cos \varphi), (a < 0; b < 1);$
 12) $\rho = \sqrt{\frac{\pi}{\varphi}};$ 13) $\rho = ae^{k\varphi};$

4.4.15. Գտնել ֆունկցիայի սնծագույն § փոքրագույն արժեքները նշված միջակայքում.

- 1) $f(x) = x^2 + 4x, [0;5];$ 2) $f(x) = x + \frac{1}{x}; [10^{-2};100];$
 3) $y = x^2 - 4x + 6, [-3;10];$ 4) $y = \sqrt{5-4x}; [-1;1];$
 5) $y = 2^x, [-1;5];$ 6) $y = \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{1-x} (0 < x < 1) (a > 0, b > 0);$
 7) $y = 2tgx - tg^2x \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right);$ 8) $y = x^x (0.1 \leq x \leq +\infty):$

4.4.16. Գտնել հետևյալ կորերի կորությունը

- 1) $xy = 4 (2;2)$ կետում; 2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ զագագներում;
 3) $y = x^4 - 4x^3 - 18x^2 (0;0)$ կետում; 4) $y^2 = 8x \left(\frac{9}{8}; 3\right)$ կետում;
 5) $y = \ln x (1;0)$ կետում; 6) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) (0;0)$ կետում;
 7) $y = \sin x \left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$ կետում; 8) $x^3 + y^3 = 3axy \left(\frac{3}{2}a; \frac{3}{2}a\right)$ կետում;
 9) $y = x^3;$ 10) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$
 11) $y = \ln \sec x;$ 12) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}};$
 13) $\frac{x^m}{a^m} - \frac{y^m}{b^m} = 1;$ 14) $y = ach \frac{x}{a};$

15) $x = 3t^2, y = 3t - t^3$ »հիմ $t = 1$; 16) $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$;

17) $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t)$ »հիմ $t = \frac{\pi}{2}$;

18) $x = 2a \cos t - a \cos 2t, y = 2a \sin t - a \sin 2t$;

19) $\rho = a^\varphi, \rho = 1, \varphi = 0$ կետում; 20) $\rho = a\varphi$; 21) $\rho = a\varphi^k$:

4.4.17. Գտնել հետևյալ կորերի կորության շրջանագիծը նշված կետում.

1) $y = x^2$ (1;1) կետում;

2) $xy = 1$ (1;1) կետում;

3) $y = e^x$ (0;1) կետում;

4) $y = \operatorname{tg} x \left(\frac{\pi}{4}; 1 \right)$ կետում;

5) $(x^2 + y^2)x - 2ay^2 = 0$ (a;a) կետում:

4.4.18. Գտնել հետևյալ կորերի կորության կենտրոնի կորոդինատները նշված կետում

1) $y = x^n$ (1;1);

2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (2a;b√3);

3) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$;

4) $y^3 = x^2$ (a;a);

5) $x = 3t, y = t^2 - 6$;

6) $xy = 1$ (1;1):

4.4.19. Տրված 2ρ պարագիծ ունեցող ուղղանկյուն եռանկյուններից ո՞րն ունի մեծագույն մակերես:

4.4.20. a դրական թիվը տրոհել երկու գումարելիների այնպես, որ նրանց արտադրյալը լինի մեծագույնը:

4.4.21. Տրված R շառավղով գնդին ներգծել մեծագույն ծավալ ունեցող կոն:

4.4.22. Տրված R շառավղով գնդին ներգծել մեծագույն կողմնային մակերեսույթ ունեցող գլան:

4.4.23. Տրված էլիպսին ներգծել մեծագույն մակերես ունեցող ուղղանկյուն այնպես, որ կողմերը գուգահեռ լինեն էլիպսի առանցքներին (գտնել ուղղանկյան կողմերը):

4.4.24. $y = \frac{1}{1+x^2}$ կորի վրա գտնել այն կետերը, որոնցով տարված շոշափողները § Ox առանցքը կազմում են ամենամեծ սուր անկյունը:

- 4.4.25. L ծնորդով կոնի փռվածքը α կենտրոնական անկյունով սեկտոր է: Ինչպիսի՞ α - ζ դեպքում կոնի ծավալը կլինի մեծագույնը:
- 4.4.26. Q -տնել R շառավիղով կիսաշրջանին ներգծած ամենամեծ պարագիծ ունեցող ուղղանկյան կողմերը:
- 4.4.27. Ինչպիսի՞ն պետք է լինի տրված մակերես ունեցող հավասարասրուն եռանկյան գագաթի անկյունը, որպեսզի այդ եռանկյանը ներգծած շրջանագծի շառավիղը լինի ամենամեծը:
- 4.4.28. Q -տնել տված ուղղանկյանն արտագծած ամենափոքր մակերես ունեցող էլիպսի մակերեսը:
- 4.4.29. $2x^2 + y^2 = 18$ էլիպսի վրա տրված են $A(1;4) \notin B(3;0)$ կետերը: Այդ էլիպսի վրա գտնել այնպիսի C կետ, որ ABC եռանկյան մակերեսը լինի ամենամեծը:
- 4.4.30. Տրված են a_1, a_2, \dots, a_n թվերը: Ինչպիսի՞ x - ζ համար նրա շեղումների քառակուսիների գումարը տրված թվերից կլինի փոքրագույնը:
- 4.4.31. $9x^2 + 4y^2 = 72$ էլիպսի n° ր կետում պետք է տանել շոշափող, որպեսզի այդ շոշափողով \S կտորդիանատային առանցքներով կազմված եռանկյան մակերեսը լինի փոքրագույնը:

Գ Լ Ո Ւ Խ V
ԻՆՏԵԳՐԱԼ ԵՎ ՆՐԱ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

**« 1 Անորոշ ինտեգրալ
Կատարել ինտեգրում**

- | | |
|---|---|
| 5.1.1. $\int x^6 dx$ | 5.1.2. $\int \sqrt[10]{x^3} dx$ |
| 5.1.3. $\int \sqrt[n]{x^n} dx$ | 5.1.4. $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$ |
| 5.1.5. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) dx$ | 5.1.6. $\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$ |
| 5.1.7. $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$ | 5.1.8. $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx$ |
| 5.1.9. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$ | 5.1.10. $\int x^3(2+x)^2 dx$ |
| 5.1.11. $\int (x+1)^3 dx$ | 5.1.12. $\int (4x-1)^5 dx$ |
| 5.1.13. $\int (3-2x)^6 dx$ | 5.1.14. $\int (ax+b)^n dx$ |
| 5.1.15. $\int \sqrt{x+5} dx$ | 5.1.16. $\int \sqrt[3]{2x-1} dx$ |
| 5.1.17. $\int \sqrt[4]{3-5x} dx$ | 5.1.18. $\int \sqrt{1-8x} dx$ |
| 5.1.19. $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$ | 5.1.20. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+3}}$ |
| 5.1.21. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5-2x}}$ | 5.1.22. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{3-4x}}$ |
| 5.1.23. $\int \sqrt[3]{(2x-5)^4} dx$ | 5.1.24. $\int \sqrt[5]{(8-3x)^6} dx$ |
| 5.1.25. $\int \frac{dx}{(2x-3)^5}$ | 5.1.26. $\int \frac{c}{\sqrt[n]{(ax+b)^m}} dx$ |
| 5.1.27. $\int \frac{dx}{x+6}$ | 5.1.28. $\int \frac{dx}{4x+7}$ |
| 5.1.29. $\int \frac{dx}{3-x}$ | 5.1.30. $\int \frac{dx}{4-3x}$ |
| 5.1.31. $\int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \right) dx$ | 5.1.32. $\int \frac{dx}{ax+b}$ |
| 5.1.33. $\int 10^x dx$ | 5.1.34. $\int a^x e^x dx$ |

5.1.35. $\int \frac{2}{3^x} dx$

5.1.37. $\int e^{2x-1} dx$

5.1.39. $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^{2x}} dx$

5.1.41. $\int \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)^2 dx$

5.1.43. $\int e^{x^2} x dx$

5.1.45. $\int e^x \sqrt{a - be^x} dx$

5.1.47. $\int e^{\sin x} \cos x dx$

5.1.49. $\int \cos 3x dx$

5.1.51. $\int \cos(4x - 1) dx$

5.1.53. $\int \cos(ax + b) dx$

5.1.55. $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$

5.1.57. $\int tg^2 x dx$

5.1.59. $\int tg x dx$

5.1.61. $\int \frac{dx}{3 + x^2}$

5.1.63. $\int \frac{dx}{1 + b^2 x^2}$

5.1.65. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$

5.1.67. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$

5.1.69. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - b^2 x^2}}$

5.1.36. $\int \frac{e^x + 1}{e^x} dx$

5.1.38. $\int 4^{2-3x} dx$

5.1.40. $\int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx$

5.1.42. $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$

5.1.44. $\int \frac{5^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$

5.1.46. $\int \frac{dx}{e^x + 3}$

5.1.48. $\int e^{\cos x} \sin x dx$

5.1.50. $\int \sin \frac{x}{2} dx$

5.1.52. $\int \sin \left(2 - \frac{3x}{2} \right) dx$

5.1.54. $\int \sin(ax + b) dx$

5.1.56. $\int ctg^2 x dx$

5.1.58. $\int ctg x dx$

5.1.60. $\int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$

5.1.62. $\int \frac{dx}{4 + 9x^2}$

5.1.64. $\int \frac{dx}{a^2 + b^2 x^2}$

5.1.66. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - x^2}}$

5.1.68. $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$

5.1.70. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - b^2 x^2}}$

$$5.1.71. \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x+2)^2}}$$

$$5.1.72. \int \frac{dx}{\sqrt{2-(x+1)^2}}$$

$$5.1.73. \int \frac{dx}{\sqrt{1-(3x-1)^2}}$$

$$5.1.74. \int \frac{dx}{\sqrt{3-(2x+1)^2}}$$

$$5.1.75. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-(bx+c)^2}}$$

$$5.1.76. \int \frac{dx}{1+(x+2)^2}$$

$$5.1.77. \int \frac{dx}{3+(x-1)^2}$$

$$5.1.78. \int \frac{dx}{1+(2x-3)^2}$$

$$5.1.79. \int \frac{dx}{2+(5x-1)^2}$$

$$5.1.80. \int \frac{dx}{a^2+(bx+c)^2}$$

$$5.1.81. \int \frac{xdx}{1+x^2}$$

$$5.1.82. \int x(1+x^2)^7 dx$$

$$5.1.83. \int \frac{xdx}{3-4x^2}$$

$$5.1.84. \int x(5-2x^2)^9 dx$$

$$5.1.85. \int \frac{xdx}{a+bx^2}$$

$$5.1.86. \int x(a+bx^2)^n dx$$

$$5.1.87. \int \frac{x^2 dx}{3+x^3}$$

$$5.1.88. \int x^2(2-x^3)^5 dx$$

$$5.1.89. \int \frac{x^2 dx}{4-5x^3}$$

$$5.1.90. \int x^2(8+5x^3)^4 dx$$

$$5.1.91. \int x\sqrt{2-x^2} dx$$

$$5.1.92. \int \frac{xdx}{\sqrt[3]{3-2x^2}}$$

$$5.1.93. \int x^2 \sqrt[5]{3+5x^3} dx$$

$$5.1.94. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt[6]{7-3x^3}}$$

$$5.1.95. \int x^3 \sqrt{2+3x^4} dx$$

$$5.1.96. \int x^{n-1}(ax^n+b)^m dx$$

Ինտեգրել ուսցիճնալ կոտորակները

$$5.1.97. \int \frac{xdx}{x+1}$$

$$5.1.98. \int \frac{x}{x+5} dx$$

$$5.1.99. \int \frac{x+3}{x+4} dx$$

$$5.1.100. \int \frac{x-3}{x-5} dx$$

$$5.1.101. \int \frac{xdx}{2x+3}$$

$$5.1.102. \int \frac{xdx}{3-2x}$$

$$5.1.103. \int \frac{cx dx}{ax+b}$$

$$5.1.104. \int \frac{ax+b}{cx+d} dx$$

5.1.105. $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$

5.1.107. $\int \frac{x^4 dx}{x^2 + 1}$

5.1.109. $\int \frac{dx}{x(x-1)}$

5.1.111. $\int \frac{dx}{(x+1)(2x-3)}$

5.1.113. $\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$

5.1.115. $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$

5.1.117. $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$

5.1.119. $\int \frac{dx}{2 - 3x^2}$

5.1.121. $\int \frac{5x - 3}{x^2 - 6x - 7} dx$

5.1.123. $\int \frac{3x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$

5.1.125. $\int \frac{8x + 5}{(x+1)(x^2 + 2)} dx$

5.1.127. $\int \frac{5x - 11}{x(x^2 + 4)} dx$

5.1.129. $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$

5.1.131. $\int \frac{dx}{x^2 - 8x + 25}$

5.1.133. $\int \frac{4x - 1}{x^2 - 4x + 8} dx$

5.1.135. $\int \frac{5x + 8}{x^2 + 2x + 5} dx$

5.1.137. $\int \frac{7x - 3}{x^2 + 6x + 18} dx$

5.1.106. $\int \frac{(1+x)^2}{1+x^2} dx$

5.1.108. $\int \frac{x^4}{1-x} dx$

5.1.110. $\int \frac{dx}{x(x+1)}$

5.1.112. $\int \frac{dx}{(a-x)(b-x)}$

5.1.114. $\int \frac{dx}{x^2 + 3x - 10}$

5.1.116. $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$

5.1.118. $\int \frac{dx}{4x^2 - 9}$

5.1.120. $\int \frac{dx}{a^2x^2 - b^2}$

5.1.122. $\int \frac{2x + 3}{x^2 - 4x - 5} dx$

5.1.124. $\int \frac{2x + 5}{x^3 + 2x} dx$

5.1.126. $\int \frac{7x - 2}{(x-3)(x^2 + 1)} dx$

5.1.128. $\int \frac{3x}{(x+1)(x^2 + 3)} dx$

5.1.130. $\int \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$

5.1.132. $\int \frac{3x - 6}{x^2 - 2x + 10} dx$

5.1.134. $\int \frac{11x - 3}{x^2 + 6x + 13} dx$

5.1.136. $\int \frac{5x - 2}{x^2 - 2x + 5} dx$

5.1.138. $\int \frac{8x - 7}{x^2 - 2x + 17} dx$

$$5.1.139. \int \frac{3x^3 - 1}{x^2 - 1} dx$$

$$5.1.141. \int \frac{3x^3 + 25}{x^2 + 3x + 2} dx$$

$$5.1.143. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-3)(x-4)} dx$$

$$5.1.145. \int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)} dx$$

$$5.1.147. \int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x} dx$$

$$5.1.149. \int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx$$

$$5.1.151. \int \frac{(x^2 - 3x + 2)dx}{x(x^2 + 2x + 1)}$$

$$5.1.153. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}$$

$$5.1.155. \int \frac{(7x^3 - 9)dx}{x^4 - 5x^3 + 6x^2}$$

$$5.1.157. \int \frac{x^3 dx}{(x^2 - 1)^2}$$

$$5.1.159. \int \frac{x^3 - 2x^2 + 4}{x^3(x-2)^2} dx$$

$$5.1.161. \int \frac{dx}{x^3 + 1}$$

$$5.1.163. \int \frac{x^2 dx}{1 - x^4}$$

$$5.1.165. \int \frac{(2x^2 - 3x - 3)dx}{(x-1)(x^2 - 2x + 5)}$$

$$5.1.167. \int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x^2 + 8}$$

$$5.1.169. \int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx$$

$$5.1.140. \int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx$$

$$5.1.142. \int \frac{2x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx$$

$$5.1.144. \int \frac{4x^3 + x^2 + 2}{x(x-1)(x-2)} dx$$

$$5.1.146. \int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx$$

$$5.1.148. \int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx$$

$$5.1.150. \int \frac{3x^5 - 12x^3 - 7}{x^2 + 2x} dx$$

$$5.1.152. \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$$

$$5.1.154. \int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)^2}$$

$$5.1.156. \int \frac{x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$$

$$5.1.158. \int \frac{dx}{x(x-2)^2}$$

$$5.1.160. \int \frac{3x^2 + 1}{(x^2 - 1)^3} dx$$

$$5.1.162. \int \frac{x dx}{x^3 - 1}$$

$$5.1.164. \int \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + x)}$$

$$5.1.166. \int \frac{(x^4 + 1)dx}{x^3 - x^2 + x - 1}$$

$$5.1.168. \int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)} dx$$

$$5.1.170. \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)} dx$$

$$5.1.171. \int \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx$$

$$5.1.172. \int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x + 1)^2(x^2 + x + 1)} dx$$

$$5.1.173. \int \frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{(x + 1)^2(x^2 + 1)} dx$$

$$5.1.174. \int \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{(x + 1)^2(x^2 + 2)} dx$$

$$5.1.175. \int \frac{2x^3 + 11x^2 + 16x + 10}{(x + 2)^2(x^2 + 2x + 3)} dx$$

$$5.1.176. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 8x + 8}{(x + 2)^2(x^2 + 4)} dx$$

$$5.1.177. \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}$$

$$5.1.178. \int \frac{dx}{(1 + x^2)^4}$$

$$5.1.179. \int \frac{x^9 dx}{(x^4 - 1)^2}$$

$$5.1.180. \int \frac{x^3 + x - 1}{(x^2 + 2)^2} dx$$

Ինտեգրել իրացիոնալ արտահայտությունները

$$5.1.181. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x + 1}}$$

$$5.1.182. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x - 1}}$$

$$5.1.183. \int \frac{dx}{x\sqrt{x + 1}}$$

$$5.1.184. \int \frac{x + 1}{x\sqrt{x - 2}} dx$$

$$5.1.185. \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x + 1}}$$

$$5.1.186. \int \frac{x + 1}{\sqrt[3]{2x + 1}} dx$$

$$5.1.187. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x - \sqrt[3]{x}}}$$

$$5.1.188. \int \frac{dx}{\sqrt{x + \sqrt[4]{x}}}$$

$$5.1.189. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2 - \sqrt[4]{x}}} dx$$

$$5.1.190. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x + x^2}}$$

$$5.1.191. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + x - 1}}$$

$$5.1.192. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x - 1}}$$

$$5.1.193. \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - 3x + 4}}$$

$$5.1.194. \int \frac{(5x - 1) dx}{\sqrt{5x^2 + 4x + 3}}$$

$$5.1.195. \int \frac{(3x + 7) dx}{\sqrt{1 - 5x - x^2}}$$

$$5.1.196. \int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{1 + x^2}}$$

$$5.1.197. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4x + 1}}$$

$$5.1.198. \int \frac{dx}{(x - 2)\sqrt{x^2 + 3x + 4}}$$

$$5.1.199. \int \frac{(3x - 1) dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$$

$$5.1.200. \int \frac{2x + 5}{\sqrt{9x^2 + 6x + 2}} dx$$

$$5.1.201. \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$5.1.202. \int \sqrt{\frac{a-x}{x-b}} dx$$

$$5.1.203. \int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$$

$$5.1.204. \int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$5.1.205. \int \sqrt{x} (1 + \sqrt[3]{x})^4 dx$$

$$5.1.206. \int \frac{dx}{x(1 + \sqrt[3]{x})^3}$$

$$5.1.207. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$5.1.208. \int x^5 \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$$

$$5.1.209. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$$

$$5.1.210. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$$

$$5.1.211. \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$5.1.212. \int \sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}} dx$$

$$5.1.213. \int \sqrt[3]{x(1-x^2)} dx$$

$$5.1.214. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt[3]{1+x^5}}$$

Ինտեգրել եռանկյունաչափական ֆունկցիաները

$$5.1.215. \int \sin 6x \cos 5x dx$$

$$5.1.216. \int \sin 3x \cos 7x dx$$

$$5.1.217. \int \sin 4x \sin 6x dx$$

$$5.1.218. \int \sin 5x \sin 8x dx$$

$$5.1.219. \int \cos 2x \cos 3x dx$$

$$5.1.220. \int \cos 5x \cos 9x dx$$

$$5.1.221. \int \sin \alpha x \cos \beta x dx$$

$$5.1.222. \int \sin \alpha x \sin \beta x dx$$

$$5.1.223. \int \cos \alpha x \cos \beta x dx$$

$$5.1.224. \int \sin^3 x dx$$

$$5.1.225. \int \cos^3 x dx$$

$$5.1.226. \int \sin^3 x \cos^2 x dx$$

$$5.1.227. \int \sin^3 x \cos^3 x dx$$

$$5.1.228. \int \sin^5 x \cos^2 x dx$$

$$5.1.229. \int \operatorname{tg}^3 x dx$$

$$5.1.230. \int \operatorname{ctg}^3 x dx$$

$$5.1.231. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$5.1.232. \int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^3 x}$$

$$5.1.233. \int \cos^6 x dx$$

$$5.1.234. \int \sin^4 x dx$$

$$5.1.235. \int \operatorname{ctg}^4 x dx$$

$$5.1.236. \int \sin^2 x \cos^4 x dx$$

$$5.1.237. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$$

$$5.1.238. \int \frac{dx}{\sin^3 x}$$

$$5.1.239. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$5.1.240. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$5.1.241. \int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x}$$

$$5.1.242. \int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$$

$$5.1.243. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$$

$$5.1.244. \int \frac{2 - \sin x}{2 + \cos x} dx$$

$$5.1.245. \int \frac{dx}{1 + \operatorname{tg} x}$$

$$5.1.246. \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$$

$$5.1.247. \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

$$5.1.248. \int \frac{dx}{4 - 3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}$$

$$5.1.249. \int \frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x}$$

$$5.1.250. \int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x + 4 \operatorname{ctg} x}$$

$$5.1.251. \int \frac{\cos^2 x dx}{\sin x \cos 3x}$$

$$5.1.252. \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cos 2x}$$

Կատարել մասերով ինտեգրում

$$5.1.253. \int x e^{2x} dx$$

$$5.1.254. \int x \sin 2x dx$$

$$5.1.255. \int x \cos x dx$$

$$5.1.256. \int x e^{-x} dx$$

$$5.1.257. \int x a^x dx$$

$$5.1.258. \int (2x + 1) \sin 3x dx$$

$$5.1.259. \int (3x + 7) \cos 5x dx$$

$$5.1.260. \int (x - 3) e^{-2x} dx$$

$$5.1.261. \int (2x + 8) e^{-7x} dx$$

$$5.1.262. \int \ln x dx$$

$$5.1.263. \int x \ln x dx$$

$$5.1.264. \int x^3 \ln x dx$$

$$5.1.265. \int \sqrt[3]{x} \ln 2x dx$$

$$5.1.266. \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$5.1.267. \int \sqrt{x} \ln x dx$$

$$5.1.268. \int x^\alpha \ln x dx (\alpha \neq -1)$$

$$5.1.269. \int (5x + 1) \ln x dx$$

$$5.1.270. \int \arcsin x dx$$

$$5.1.271. \int \arccos x dx$$

$$5.1.272. \int \operatorname{arctg} x dx$$

$$5.1.273. \int x \arcsin x dx$$

$$5.1.274. \int x \arccos x dx$$

$$5.1.275. \int x \operatorname{arctg} x dx$$

$$5.1.276. \int x^3 \operatorname{arctg} x dx$$

$$5.1.277. \int x^2 e^{-x} dx$$

$$5.1.278. \int x^2 a^x dx$$

$$5.1.279. \int x^2 \cos 5x dx$$

$$5.1.280. \int x^2 \cos^2 x dx$$

$$5.1.281. \int \ln^2 x dx$$

$$5.1.282. \int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$$

5.1.283. $\int e^{ax} \sin bxdx$

5.1.284. $\int e^{ax} \cos bxdx$

5.1.285. $\int \sin(\ln x) dx$

5.1.286. $\int \cos(\ln x) dx$

5.1.287. $\int \arctg \sqrt{3x-1} dx$

5.1.288. $\int \operatorname{arcctg} \sqrt{5x-1} dx$

5.1.289. $\int \ln(x^2+4) dx$

5.1.290. $\int \ln(4x^2+1) dx$

5.1.291. $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$

5.1.292. $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$

5.1.293. $\int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x}$

5.1.294. $\int \frac{x \sin x dx}{\cos^3 x}$

Հաշվել անորոշ ինտեգրալները

5.1.295. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

5.1.296. $\int \sqrt{1-e^{-x}} e^x dx$

5.1.297. $\int x \cos x^2 dx$

5.1.298. $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x} dx$

5.1.299. $\int \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$

5.1.300. $\int \frac{dx}{e^x \sqrt{1-e^{-2x}}}$

5.1.301. $\int \frac{2x+3}{\sqrt{1+x^2}} dx$

5.1.302. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{9x^2-4}} dx$

5.1.303. $\int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}}$

5.1.304. $\int \frac{\ln x dx}{x(1-\ln^2 x)}$

5.1.305. $\int \frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}} dx$

5.1.306. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx$

5.1.307. $\int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx$

5.1.308. $\int \sqrt{\operatorname{tg}^3 x} \sec^4 x dx$

5.1.309. $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$

5.1.310. $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln \sin x} dx$

5.1.311. $\int \frac{x^7 dx}{(1+x^4)^2}$

5.1.312. $\int \frac{dx}{e^x+1}$

5.1.313. $\int e^{e^x+x} dx$

5.1.314. $\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$

5.1.315. $\int \frac{dx}{1-\sin 3x}$

5.1.316. $\int \frac{\sin 2x dx}{4-\cos^2 2x}$

5.1.317. $\int e^{2x^2+\ln x} dx$

5.1.318. $\int \frac{1-\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg} x} dx$

$$5.1.319. \int \frac{dx}{\sqrt{3} \cos x + \sin x}$$

$$5.1.321. \int \frac{\ln \ln x}{x} dx$$

$$5.1.323. \int \frac{\sqrt{(x^2 - a^2)^5}}{x} dx$$

$$5.1.325. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3 + 1}}$$

$$5.1.327. \int \sqrt{e^x - 1} dx$$

$$5.1.329. \int \sqrt[3]{\frac{\sin^2 x}{\cos^{14} x}} dx$$

$$5.1.331. \int \operatorname{sh}^2 x dx$$

$$5.1.333. \int \operatorname{sh}^3 x dx$$

$$5.1.335. \int \operatorname{th}^4 x dx$$

$$5.1.337. \int \operatorname{cth}^5 x dx$$

$$5.1.339. \int \frac{dx}{\operatorname{sh} x \operatorname{ch} x}$$

$$5.1.341. \int \sqrt{3x^2 - 3x + 1} dx$$

$$5.1.343. \int \sqrt{1 - 4x - x^2} dx$$

$$5.1.345. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}$$

$$5.1.347. \int \frac{x e^x dx}{(1+x)^2}$$

$$5.1.349. \int \frac{\sin 2x dx}{\cos^4 x + \sin^4 x}$$

$$5.1.320. \int \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sin x} dx$$

$$5.1.322. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$$

$$5.1.324. \int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^6} dx$$

$$5.1.326. \int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})}$$

$$5.1.328. \int \frac{dx}{x^6 + x^4}$$

$$5.1.330. \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$$

$$5.1.332. \int \operatorname{th}^2 x dx$$

$$5.1.334. \int \operatorname{ch}^3 x dx$$

$$5.1.336. \int \operatorname{sh}^2 x \operatorname{ch}^3 x dx$$

$$5.1.338. \int \frac{dx}{\operatorname{sh} x}$$

$$5.1.340. \int \frac{x dx}{\operatorname{ch}^2 x}$$

$$5.1.342. \int \sqrt{x^2 - 2x - 1} dx$$

$$5.1.344. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$$

$$5.1.346. \int \frac{\sqrt{2x + x^2}}{x^2} dx$$

$$5.1.348. \int \frac{(e^{3x} + e^x)}{e^{4x} - e^{2x} + 1} dx$$

$$5.1.350. \int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$$

**«2. Որոշյալ ինտեգրալ
Հաշվել Նյուտոն-Լայբնիցի բանաձևով**

5.2.1. $\int_0^3 (x^2 + x - 1) dx$ 5.2.2. $\int_0^2 (3^x - 2^{-x}) dx$

5.2.3. $\int_2^3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} \right) dx$ 5.2.4. $\int_{-2}^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

5.2.5. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 5.2.6. $\int_2^4 (e^x + e^{-x}) dx$

5.2.7. $\int_{\pi}^{2\pi} (\sin x + \cos x)^2 dx$ 5.2.8. $\int_1^2 \frac{x-4}{x^2+1} dx$

5.2.9. $\int_0^1 x \sqrt{1-x^2} dx$ 5.2.10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

5.2.11. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2x + \operatorname{tg} x) dx$ 5.2.12. $\int_2^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3-1}}$

5.2.13. $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$ 5.2.14. $\int_3^4 \frac{x-1}{x^2-x-2} dx$

5.2.15. $\int_3^4 \frac{x-1}{x^2-x-2} dx$ 5.2.16. $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{4x^2+1}{8x^3} dx$

5.2.17. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ 5.2.18. $\int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}$

5.2.19. $\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$ 5.2.20. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

Հաշվել մասերով ինտեգրման եղանակով

5.2.21. $\int_0^1 x^2 e^x dx$ 5.2.22. $\int_0^1 x^4 e^{-x} dx$

5.2.23. $\int_0^{2\pi} x \cos x dx$ 5.2.24. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \cos x dx$

5.2.25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx$ 5.2.26. $\int_1^2 x \ln x dx$

5.2.27. $\int_e^{e^2} x^2 \ln x dx$ 5.2.28. $\int_0^1 x \ln(x+1) dx$

$$5.2.29. \int_0^1 \arctg x dx$$

$$5.2.30. \int_0^{\pi} e^x \sin x dx$$

Հաշվել որոշյալ ինտեգրալը, կատարելով նշված տեղադրումը

$$5.2.31. \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx, x = \sin t$$

$$5.2.32. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx, x = \cos t$$

$$5.2.33. \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x} dx, x = 1-t^2$$

$$5.2.34. \int_0^1 \frac{x^5}{\sqrt{1+x^2}} dx, x = \operatorname{tg} t$$

$$5.2.35. \int_2^3 \frac{\ln 2x}{x \ln 4x} dx, \ln x = t$$

$$5.2.36. \int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{2-x}} dx, x = 2-t^2$$

$$5.2.37. \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}, x = \operatorname{tg} t$$

$$5.2.38. \int_0^1 \frac{dx}{1+e^{2x}}, x = \ln t$$

$$5.2.39. \int_0^{\ln 2} \sqrt{1+e^x} dx, x = \ln(t^2 - 1)$$

$$5.2.40. \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx, x = \cos t$$

Հաշվել որոշյալ ինտեգրալը

$$5.2.41. \int_{-1}^2 \frac{|x|}{x} dx$$

$$5.2.42. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$5.2.43. \int_0^1 (x+1)e^{x^2+2x} dx$$

$$5.2.44. \int_0^1 x \arctg x dx$$

$$5.2.45. \int_{-1}^0 \frac{3dx}{e^x + 1}$$

$$5.2.46. \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x}$$

$$5.2.47. \int_1^3 \frac{dx}{x+x^3}$$

$$5.2.48. \int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$$

$$5.2.49. \int_1^4 \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^2}$$

$$5.2.50. \int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$5.2.51. \int_0^1 \left(e^{\frac{x}{3}} + x e^{\frac{x^2}{3}} \right) dx$$

$$5.2.52. \int_0^1 x e^{\frac{x^2}{2}} dx$$

$$5.2.53. \int_0^{\frac{\pi}{4}} x^3 \cos 2x dx$$

$$5.2.54. \int_0^1 \frac{dx}{x^3+1}$$

$$5.2.55. \int_0^1 \frac{dx}{x^2-x+4}$$

$$5.2.56. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1}$$

$$5.2.57. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x dx$$

$$5.2.59. \int_2^4 \frac{1 - \ln x}{x^2} dx$$

$$5.2.61. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx$$

$$5.2.63. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$$

$$5.2.65. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}$$

$$5.2.67. \int_0^{\pi} \cos mx \cos nx dx; m, n \in N$$

$$5.2.69. \int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$$

$$5.2.58. \int_0^{\pi} (x \sin x)^2 dx$$

$$5.2.60. \int_0^{\pi} \sin^4 x dx$$

$$5.2.62. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx$$

$$5.2.64. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$5.2.66. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \sin x dx$$

$$5.2.68. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

**« 3 Անիսկական ինտեգրալներ:
Որոշյալ ինտեգրալի կիրառությունները**

**Հաշվել անիսկական ինտեգրալները կամ պարզել
նրանց զուգամիտությունը**

$$5.3.1. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^3}$$

$$5.3.3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{x}}$$

$$5.3.5. \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{1 + x^4}$$

$$5.3.7. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$5.3.9. \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1 + x^2)^3}$$

$$5.3.2. \int_3^{+\infty} \frac{5 dx}{(x-1)(x+5)}$$

$$5.3.4. \int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{(x+1)(x-3)}$$

$$5.3.6. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x}}$$

$$5.3.8. \int_2^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2 - 1} + \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$5.3.10. \int_{-\infty}^0 \frac{-x dx}{\sqrt{1 + x^2}}$$

$$5.3.11. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$5.3.13. \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+x}}$$

$$5.3.15. \int_0^2 \frac{dx}{x^2}$$

$$5.3.17. \int_2^5 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

$$5.3.19. \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$5.3.21. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$$

$$5.3.23. \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

$$5.3.25. \int_0^{+\infty} \frac{xdx}{(1+x)^3}$$

$$5.3.27. \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$5.3.29. \int_0^{+\infty} e^{-ax} \cos bxdx$$

$$5.3.31. \int_0^{+\infty} \frac{x}{x^3+1} dx$$

$$5.3.33. \int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$$

$$5.3.35. \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$$

$$5.3.37. \int_{-1}^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x^2}}$$

$$5.3.39. \int_{-1}^1 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^5}} dx$$

$$5.3.41. \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}}-1}$$

$$5.3.12. \int_{-\infty}^{-3} e^x dx$$

$$5.3.14. \int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$5.3.16. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$5.3.18. \int_3^6 \frac{xdx}{\sqrt{(x+1)(x-3)}}$$

$$5.3.20. \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}$$

$$5.3.22. \int_0^{+\infty} e^{-ax} dx \quad (a > 0)$$

$$5.3.24. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}$$

$$5.3.26. \int_0^{+\infty} x \sin x dx$$

$$5.3.28. \int_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx$$

$$5.3.30. \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{(1+x)^2}$$

$$5.3.32. \int_1^{+\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} dx$$

$$5.3.34. \int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x \ln \ln x}$$

$$5.3.36. \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}} \quad (a < b)$$

$$5.3.38. \int_{-1}^1 \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

$$5.3.40. \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

$$5.3.42. \int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}$$

$$5.3.43. \int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{e^{\sin x} - 1}$$

$$5.3.44. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\sqrt{x}} dx$$

$$5.3.45. \int_0^{+\infty} \frac{x^k}{1+x^n} dx$$

$$5.3.46. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1-\cos x}{x^n} dx$$

$$5.3.47. \int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^k x}$$

$$5.3.48. \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$5.3.49. \int_0^{+\infty} x^{2n+1} e^{-x^2} dx \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$5.3.50. \int_0^1 (\ln x)^n dx \quad (n \in \mathbb{N})$$

Հաշվել սահմանները

$$5.3.51. \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \int_0^{\alpha} x e^{-x} dx$$

$$5.3.52. \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \int_0^{\alpha} x e^{-x^2} dx$$

$$5.3.53. \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \int_0^{\alpha} x^5 e^{-x^3} dx$$

$$5.3.54. \lim_{\delta \rightarrow +0} \int_{\delta}^1 \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2} dx$$

$$5.3.55. \lim_{\delta \rightarrow +0} \int_{\delta}^1 \frac{\ln x}{x^2} dx$$

Հաշվել ինտեգրալները

$$5.3.56. \int_0^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$5.3.57. \int_0^{\pi} e^{-t} \cos t dt$$

$$5.3.58. \int_0^{\pi} \frac{dx}{1+a \cos x} \quad (0 < a < 1)$$

$$5.3.59. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2x dx$$

$$5.3.60. \int_0^1 \arcsin x dx$$

$$5.3.61. \int_0^{\infty} e^{-ax} dx$$

$$5.3.62. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx$$

$$5.3.63. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$$

$$5.3.64. \int_0^1 x^3 \ln x dx$$

$$5.3.65. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \varphi}{1+\sin^2 \varphi} d\varphi$$

5.3.66. Ապացուցել հավասարությունը.

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \frac{n-1}{n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x dx \quad (n \geq 2; n \in \mathbb{N});$$

$$2) \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx = \begin{cases} 0, & \text{»իմ } m \neq n; \\ \pi, & \text{»իմ } m = n; \end{cases}$$

$$3) \int_{-\pi}^{\pi} \cos mx \cos nx dx = \begin{cases} 0, & \text{»ñ} \mu \ m \neq n \\ \pi, & \text{»ñ} \mu \ m = n \end{cases};$$

$$4) \int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \cos nx dx = 0, \quad \forall m, n \in \mathbb{N}$$

$$5) \int_a^b f(x) dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x-c) dx \quad (f - \acute{A} \text{ կամայական ինտեգրելի ֆունկցիա է):$$

$$6) \int_{ac}^{bc} f(t) dt = c \int_a^b f(ct) dt \quad (f - \acute{A} \text{ կամայական ինտեգրելի ֆունկցիա է):$$

$$7) \int_{-a}^a f(x) dx = 0, \text{ եթե } f(x) - \acute{A} \text{ ինտեգրելի կենտ ֆունկցիա է:}$$

$$8) \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx, \text{ եթե } f(x) - \acute{A} \text{ ինտեգրելի զույգ ֆունկցիա է:}$$

5.3.67. Սեղանների § Սիմպսոնի բանաձևերով հաշվել ինտեգրալների մոտավոր արժեքները՝

$$1) \int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln 5 \quad (n = 12);$$

$$2) \int_2^{10} \lg x dx \quad (n = 10);$$

$$3) \int_0^2 \frac{dx}{1+x^2} \quad (n = 6);$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx \quad (n = 10);$$

$$5) \int_0^1 e^{x^2} dx \quad (n = 10);$$

$$6) \int_0^1 \frac{\arctg x}{x} dx \quad (n = 10):$$

5.3.68. Գտնել տրված գծերով սահմանափակված հարթ պատկերի մակերեսը.

$$1) y = x^2, x = 1, x = 3, y = 0;$$

$$2) y = x^2 - 4x, x = \frac{1}{2}, x = 3, y = 0;$$

$$3) xy = 2, x = 1, x = 4, y = 0;$$

$$4) y = x^2, x = y^2;$$

$$5) y = 4 - x^2, y = 0;$$

$$6) xy = 4, x + y - 5 = 0;$$

$$7) y = \ln x, y = 0, x = 1, x = e;$$

$$8) y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi, y = 0;$$

$$9) \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1;$$

$$10) y^2 = 4x, 2x^2 = y;$$

$$11) y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0;$$

$$12) y = x^2, y = \sqrt{x};$$

$$13) y^2 + 8x = 16, y^2 - 24x = 48;$$

$$14) y = \frac{1}{1+x^2}; y = \frac{x^2}{2};$$

$$15) y = \ln x, y = \ln 2x;$$

$$16) y = \ln x, y = \ln a, y = \ln b, x = 0;$$

$$17) y = 2x^2 - 6x + 1, y = -x^2 + x - 1;$$

$$18) y = x^2 - 5x - 3, y = -3x^2 + 2x - 1;$$

19) $y = 2x^2 + 6x - 3, y = -x^2 + x + 5$; 20) $y = x^2 - 3x - 1, y = -x^2 - 2x + 5$;
 21) $y = x^2 - x - 5, y = x + 3$; 22) $y = -x^2 + 2x + 2, y = -2x - 3$;

5.3.69. Գտնել տրված զծերով սահմանափակված հարթ պատկերի մակերեսը

- 1) $x = r \cos t, y = r \sin t$, (շրջանագիծ);
- 2) $x = a \cos t, y = b \sin t$, (էլիպս);
- 3) $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$, (աստրոիդ);
- 4) $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), y = 0, (0 \leq t \leq 2\pi)$ (ցիկլոիդ);
- 5) $x = a(2 \cos t - \cos 2t), y = a(2 \sin t - \sin 2t), (0 \leq t \leq 2\pi)$, (կարդիոիդ);
- 6) $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t), (0 \leq t \leq 2\pi), x = a, y \leq 0$
- 7) $x = 2t - t^2, y = 2t^2 - t^3$; 8) $x = 3t^2, y = 3t - t^3$;
- 9) $x = t^2 - 1, y = t^3 - t$; 10) $\rho = a \cos 2\varphi$ (երկթերթ);
- 11) $\rho = a \cos 5\varphi$; 12) $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ (կարդիոիդ);
- 13) $\rho = a \sin 3\varphi$ (եռաթերթ); 14) $\rho = 3 + 2 \cos \varphi$;
- 15) $\rho = 2a(2 + \cos \varphi)$; 16) $\rho^2 = a^2 \cos n\varphi (n \in N)$;

17) $\rho = \frac{1}{\varphi}, \rho = \frac{1}{\sin \varphi}, \left(0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}\right)$;

18) $\rho = a \cos \varphi, \rho = a(\cos \varphi + \sin \varphi), \left(M\left(\frac{9}{2}, 0\right) \in S\right)$;

19) $\rho = \cos \varphi - \sin \varphi$;

5.3.70. Գտնել կորի աղեղի երկարությունը

- 1) $y = x^2, (-1 \leq x \leq 1)$; 2) $y = \ln x, (\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{2})$;
- 3) $y = \ln \cos x, \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right)$; 4) $y = x\sqrt{x}, (0 \leq x \leq 4)$;
- 5) $y^2 = 2px, (0 \leq x \leq p)$; 6) $y = ach \frac{x}{a}, (0 \leq x \leq b)$;
- 7) $y = \ln(1 - x^2), (0 \leq x \leq 0.5)$; 8) $y = a \ln \frac{a^2}{a^2 - x^2}, (0 \leq x \leq b < a)$;
- 9) $y = e_x, (0 \leq x \leq x_0)$; 10) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y, (1 \leq y \leq e)$;
- 11) $x = a \cos t, y = a \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$;
- 12) $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t, (0 \leq t \leq 2\pi)$;
- 13) $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), (0 \leq t \leq 2\pi)$;
- 14) $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t), (0 \leq t \leq 2\pi)$;

15) $x = a(\text{sht} - t), y = a(\text{cht} - 1), (0 \leq t \leq T);$

16) $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t;$

17) $\rho = 1 - \cos \varphi;$

18) $\rho = 2 \sin \varphi;$

19) $\rho = 2a \cos \varphi;$

20) $\rho = a(1 + \cos \varphi);$

21) $\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3};$

22) $\rho = a\varphi, (0 \leq \varphi \leq 2\pi);$

23) $\rho = \frac{\rho}{1 + \cos \varphi}, \left(-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}\right);$

5.3.71. Գտնել այն մարմնի ծավալը, որն առաջանում է տրված գծերով

1) $y = x^2 + 1, x = 1, y = 0, x = 0;$

2) $xy = 9, y = 10 - x;$

3) $y = x^2 + 2, 2x - y + 2 = 0;$

4) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$

5) $y^2 = 9x, y = 3x;$

6) $y^2 = 4x, x^2 = 4y;$

7) $y = \sqrt{x-3}, x = 7, y = 0;$

8) $y = \sqrt{x-5}, x = 9, y = 0;$

9) $y = \text{tg}x, y = 0, y = 1, x = \frac{\pi}{2};$

10) $y = \ln x, y = 0, x = 1, x = e;$

5.3.72. Գտնել այն մարմնի ծավալը, որն առաջանում է տրված գծերով սահմանափակված հարթ պատ

1) $y = e^{-x}, y = 0, (0 \leq x \leq +\infty);$

2) $y^2 = 4 - x, x = 0;$

3) $y = x, y = x^2;$

4) $y = 2x - x^2, y = 0;$

5) $y = \ln x, x = 0, y = \pm 1;$

6) $y = \sqrt{x-1}, y = 0, y = 1, x = 0.5;$

7) $y = \ln x, x = 2, y = 0;$

8) $y = x^3, y = x^2;$

9) $y = x^2 - 2x + 1, x = 2, y = 0;$

10) $y = x^3, y = x;$

5.3.73. Գտնել հետևյալ մակերևույթներով սահմանափակված մարմինների ծավալները.

1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1;$

2) $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2}, z = 1;$

3) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1, z = -1, z = 2;$

4) $(z-2)^2 = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2}, z = 0;$

5) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, z = 0, z = h;$

6) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = \frac{c}{a}x, z = 0;$

7) $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0;$

8) $z = 2x^2 + 8y^2, z = 4;$

9) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{16} = 1, z = \sqrt{3}y, z = 0(y \geq 0);$

10) $z = x^2 + 4y^2, z = 2;$

11) $x + y^2 + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0;$

12) $x^2 + z^2 = a^2, y^2 + z^2 = a^2;$

13) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x^2 + y^2 = ax :$

5.3.74. Գտնել այն մակերևույթի մակերեսը, որն ստացվում է տված կորերը

1) $y = 2\sqrt{x}, (0 \leq x \leq 3);$

2) $y = \cos \frac{\pi x}{2b}, (|x| \leq b);$

3) $y = \operatorname{tg} x, \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right);$

4) $y^2 = 2px, (0 \leq x \leq 3p);$

5) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (0 < b \leq a);$

6) $x^2 + (y - b)^2 = a^2, (b \geq a);$

7) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}};$

8) $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} (|x| \leq b);$

9) $x = a(t - \operatorname{sint}), y = a(1 - \operatorname{cost}), (0 \leq t \leq \pi);$

10) $x = a \left(\operatorname{cost} + \operatorname{Intg} \frac{t}{2} \right), y = a \operatorname{sint} :$

ԳԼՈՒԽ VI

ՕՍ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՆԵՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ: ԿՐԿՆԱԿԻ, ԵՌԱԿԻ ԵՎ ԿՈՐԱԳԻԾ ԻՆՏԵԳՐԱԼ

«1 Շառ փոփոխականների ֆունկցիաներ

6.1.1. Գտնել 1) $f\left(\frac{1}{2}; 3\right) - \dot{A}$, 2) $f(1; -1)$, եթե $f(x; y) = xy + \frac{x}{y}$:

6.1.2. Գտնել § պատկերել ֆունկցիաների որոշման տիրույթները

1) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$;

2) $z = \ln(x + y)$;

3) $z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$;

4) $z = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - y^2}$;

5) $z = x + \arccos y$;

6) $u = \ln(1 - x^2 - y^2 - z^2)$;

7) $z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$;

8) $z = \ln(y^2 + 4x + 8)$;

9) $z = \sqrt{x + y} + \sqrt{x - y}$;

10) $z = \sqrt{x - \sqrt{y}}$;

11) $z = \arcsin \frac{y}{x}$;

12) $z = \arccos \frac{x}{x + y}$;

6.1.3. Կառուցել հետևյալ ֆունկցիաների մակարդակի գծերը

1) $z = \sqrt{1 - x^2 + y^2}$;

2) $z = \frac{x}{\sqrt{1 - y^2}}$;

3) $z = \sqrt{xy}$;

4) $z = x^2 + y^2$;

5) $z = \frac{1}{3x^2 + 5y^2}$;

6) $z = \ln(x^2 + y^2)$;

7) $z = x^2 - y^2$;

8) $z = (x + y)^2$;

9) $z = \frac{y}{x}$;

10) $z = x^2y + x$;

11) $z = |x| + y$;

12) $z = xy \ (x > 0)$;

6.1.4. Գտնել ֆունկցիայի նշված սահմանները

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{xy}$;

2) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 + y^2}$;

3) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$;

4) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin xy}{x}$;

5) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 2}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x$;

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{y}$;

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{xy}{x^2 + y^2}$;

8) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} + 1 - 1}$;

9) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$;

$$10) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}; \quad 11) \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2}; \quad 12) \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4}; \quad 14) \lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4}; \quad 15) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy^2}{x^2 + y^2};$$

$$16) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^{x^2 y^2};$$

6.1.5. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների մասնակի ածանցյալները

$$1) z = x^4 + xy^3 + 4x^2y^2 + y^4; \quad 2) z = \frac{y}{x}; \quad 3) z = e^{x-2y}; \quad 4) z = \ln xy + ye^x;$$

$$5) z = \sqrt{x^2 - y^2}; \quad 6) z = \frac{x}{y}, \quad x = e^t, \quad y = \ln t; \quad 7) z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2});$$

$$8) z = \ln \sin \frac{x}{\sqrt{y}}, \quad x = 3t^2, \quad y = \sqrt{t^2 + 1}; \quad 9) z = xy, \quad x = t^2 + 1, \quad y = \ln t;$$

$$10) z = xy + \frac{x}{y}; \quad 11) z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad 12) z = x \sin(x + y); \quad 13) z = \frac{\cos x^2}{y};$$

$$14) z = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad 15) z = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y} \quad 16) z = x^y \quad 17) z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y} \quad 18) z = x^{xy}$$

6.1.6. Գտնել $z = f(x, y)$ ֆունկցիայի լրիվ դիֆերենցիալը, երկրորդ կարգի մասնակի ածանցյալները § խառը ածանցյալները.

$$1) z = \frac{\operatorname{tg} x}{y}; \quad 2) z = \arccos \frac{y}{x}; \quad 3) z = \ln \sqrt{x^2 + 4y};$$

$$4) z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \quad 5) z = x^3 + y^3 - 3xy; \quad 6) z = \sin^2 x + \cos^2 y;$$

$$7) z = \ln(x - y); \quad 8) z = x \sin^2 y; \quad 9) z = e^{xy};$$

$$10) z = \frac{1}{2(x^2 + y^2)}; \quad 11) z = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad 12) z = x^m y^n;$$

6.1.7. Ապացուցել հավասարությունը

$$1) x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z, \text{ «}\tilde{A}\text{» } z = \frac{xy}{x+y}; \quad 2) x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z, \text{ «}\tilde{A}\text{»}\text{» } z = x \ln \frac{y}{x};$$

$$3) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \text{ «}\tilde{A}\text{» } z = \ln(x^2 + y^2);$$

$$4) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \text{ «}\tilde{A}\text{» } u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}};$$

$$5) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \text{ »}\tilde{A}\text{» } z = e^x(x \cos y - y \sin y);$$

$$6) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \text{ »}\tilde{A}\text{» } z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x};$$

$$7) x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \frac{\partial z}{\partial y} = nz, \text{ »}\tilde{A}\text{» } z = x^n f\left(\frac{y}{x^2}\right);$$

$$8) y^2 \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = xz, \text{ »}\tilde{A}\text{» } z = yf(x^2 - y^2):$$

($f - \tilde{A}$ կամայական դիֆերենցելի ֆունկցիա է):

6.1.8. Տրված է $z = f(x, y)$ ֆունկցիան § $P_1(x_1; y_1)$ § $P_2(x_2; y_2)$ կետերը:

Գտնել ֆունկցիայի մոտավոր արժեքը P_2 կետում, ելնելով նրա P_1 կետում ունեցած ճշգրիտ արժեքից, փոխարինելով Δz աճը համապատասխան դիֆերենցիալով, այսինքն կիրառելով $f(x_2; y_2) \approx f(x_1; y_1) + [dz]_{y=y_1}^{x=x_2}$ բանաձևը:

$$1) z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, P_1(2;2), P_2(1.92; 2.12);$$

$$2) z = \ln \sqrt{5x^2 - y^2}, P_1(1;2), P_2(1.02; 1.85);$$

$$3) z = \sqrt[3]{2x^2 - y^2 + 1}, P_1(6;3), P_2(6.14; 3.16);$$

$$4) z = x^{\sqrt{y}}, P_1(1;4), P_2(1.05; 3.94):$$

6.1.9. Հետազոտել հետևյալ ֆունկցիաների էքստրեմումները

$$1) z = x^3 - x + y^2 + xy;$$

$$2) z = 3x^3 + 2y^3 + 3x^2y - 3xy^2 - 45x - 30y + 11;$$

$$3) z = 2x + xy - y - x^2 - y^2; \quad 4) z = x^3 - y^3 - x^2y + xy^2 - 6x + 22y - 21\sqrt{3}$$

$$5) z = xy(a - x - y); \quad 6) z = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y \quad (x > 0; y > 0);$$

$$7) z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2;$$

$$8) z = 2x^3 + 2y^3 + 9x^2y + 6xy^2 + 6x - 18y - 9\sqrt{11};$$

$$9) z = 2xy - 3x_2 - 2y^2 + 10; \quad 10) z = 4(x - y) - x^2 - y^2;$$

$$11) z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1; \quad 12) z = 2x^2 + 3xy + y^2 - 10 \ln x - 14 \ln y;$$

$$13) z = x^3y^2(6 - x - y), \quad (x > 0, y > 0);$$

$$14) z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y} \quad (x > 0; y > 0);$$

15) $z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$; 16) $z = -x^2 + xy - 4y^2 + 15\ln x + 5\ln y$;

17) $z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$; 18) $z = x^2 + xy + y^2 - 4\ln x - 10\ln y$;

19) $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$; 20) $z = 3x^2 + 2xy + y^2 - 10\ln x - 12\ln y$;

6.1.10. Գտնել ֆունկցիայի գրադիենտը տրված կետում

1) $z = x^3 + y^3 - 2xy$, $A(2;1)$; 2) $u = x^2 + y^2 - z^2$, $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$;

3) $z = \sqrt{x^2 - y^2}$, $A(5;3)$; 4) $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $A(a;b;c)$, $B(1;1;1)$:

6.1.11. Գտնել տրված ֆունկցիաների ամենամեծ փոփոխության ուղղությունը նշված կետերում.

1) $z = x^2 + y^2$, $M(3;2)$; 2) $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$, $M(2;1)$;

3) $z = \arctg \frac{y}{x}$, $M(1;2)$; 4) $u = x \sin z - y \cos z$, $M(0;0;0)$;

5) $z = \ln(x^2 + 4y^2)$, $M(6;4)$; 6) $z = x^y$, $M(2;2)$:

6.1.12.

1) $z = e^{xy^{-1}}$, $A(1;1)$ ($OX^\wedge \ell$) = 30° ; 2) $z = \ln(x - 2y)$, $A(4;1)$ ($OX^\wedge \ell$) = 45° :

6.1.13. Ենթադրելով, որ $x \notin y$ մեծությունները կապված են $y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային կախվածությամբ, նվազագույն քառակուսիների մեթոդով գտնել a, b, c գործակիցները, եթե փորձի արդյունքում ստացվել է հետևյալ աղյուսակը.

	-2	-1	0	1	2
1)	1.8	0.4	-3.3	-0.8	3.2
	1	1.5	2	2.5	3
2)	2.1	3.1	2.4	2	1.3

6.1.14. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների մեծագույն ξ փոքրագույն արժեքները նշված միջակայքում

1) $z = x - 2y - 3$, ($0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1$);

2) $z = 1 + x + 2y$, ($x \geq 0, y \geq 0, x - y \leq 1$);

3) $z = x^2 + y^2 - 12x + 16y$, ($x^2 + y^2 \leq 25$);

4) $z = x^2 - xy + y^2$, ($|x| + |y| \leq 1$);

5) $z = x^2y(4 - x - y)$, ($x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 6$);

6) $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$, ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$);

7) $z = e^{-x^2 - y^2}(2x^2 + 3y^2)$, ($x^2 + y^2 \leq 4$);

8) $z = x^2 - y^2$, ($x^2 + y^2 \leq 4$);

9) $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, ($0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$);

$$10) z = xy(a - x - y), \quad (x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq a):$$

6.1.15. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների պայմանական էքստրեմումի կետերը.

$$1) z = xy, \text{ «}\tilde{A}\text{» } x + y = 1; \quad 2) z = \frac{x}{3} + \frac{y}{4}, \text{ «}\tilde{A}\text{» } x^2 + y^2 = 1;$$

$$3) z = x^2 + y^2, \text{ «}\tilde{A}\text{» } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1;$$

$$4) z = Ax^2 + 2By + Cy^2, \text{ «}\tilde{A}\text{» } x^2 + y^2 = 1;$$

$$5) z = x^2 + 12xy + 2y^2, \text{ «}\tilde{A}\text{» } 4x^2 + y^2 = 25;$$

$$6) z = \cos^2 x + \cos^2 y, \quad x - y = \frac{\pi}{4};$$

$$7) z = a \cos^2 x + b \cos^2 y, \text{ «}\tilde{A}\text{» } y - x = \frac{\pi}{4};$$

$$8) z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \text{ «}\tilde{A}\text{» } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{a^2}; \quad 9) z = xy, \text{ «}\tilde{A}\text{» } x^2 + y^2 = 2a^2;$$

$$10) z = x^m + y^m, \quad (m > 1), \text{ «}\tilde{A}\text{» } x + y = 2, \quad (x \geq 0, y \geq 0) :$$

6.1.16. Գտնել հետևյալ կորերին տրված կետերում տարված շոշափող ուղղի § նորմալ հարթության հավասարումները.

$$1) x = \frac{t^4}{4}, \quad y = \frac{t^3}{3}, \quad z = \frac{t^2}{2}, \quad t = 2;$$

$$2) x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t, \quad z = 4 \sin \frac{t}{2}, \quad t = \frac{\pi}{2};$$

$$3) x = a \sin^2 t, \quad y = b \sin t \cos t, \quad z = c, \quad \cos^2 t, \quad t = \frac{\pi}{4};$$

$$4) x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad z = \frac{k}{2\pi} t, \quad t = \frac{\pi}{4};$$

$$5) x = at, \quad y = \frac{1}{2}at^2, \quad z = \frac{1}{3}at^3, \quad t = 6;$$

$$6) y = x, \quad z = x^2, \quad M(1;1;1);$$

$$7) x^2 + z^2 = 10, \quad y^2 + z^2 = 10, \quad M(1;1;3);$$

$$8) x^2 + y^2 + z^2 = 6, \quad x + y + z = 0, \quad M(1;-2;1);$$

$$9) y^2 + z^2 = 25, \quad x^2 + y^2 = 10, \quad M(1;3;4);$$

$$10) 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 47, \quad x^2 + 2y^2 = z, \quad M(-2;1;6):$$

6.1.17. Գտնել հետևյալ մակերևույթներին տրված կետերում տարված շոշափող հարթության § նորմալի հավասարումները.

$$1) z = x^2 + y^2, \quad M(1;2;5); \quad 2) x^2 + y^2 + z^2 = 169, \quad M(3;4;12);$$

$$3) z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, M\left(1;1;\frac{\pi}{4}\right); \quad 4) z = y + \ln \frac{x}{z}, M(1;1;1);$$

$$5) z = 2x^2 - 4y^2, M(2;1;4); \quad 6) z = xy, M(1;1;1);$$

$$7) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1; \quad M\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{b\sqrt{3}}{3}; \frac{c\sqrt{3}}{3}\right);$$

$$8) x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0, M(1;2;-1);$$

$$9) 3x^4 - 4y^3z + 4z^2xy - 4z^3x + 1 = 0, M(1;1;1);$$

$$10) (z^2 - x^2)xyz - y^5 = 5, M(1;1;1):$$

6.1.18. $x = t, y = t^2, z = t^3$ կորի վրա գտնել այն կետը, որտեղ շոշափողը զուգահեռ է $x + 2y + z = 4$ հարթությանը:

6.1.19. Յույց տալ, որ $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$ կորի ցանկացած կետում տարված շոշափողը Oz առանցքի հետ կազմում է հաստատուն անկյուն:

6.1.20. Յույց տալ, որ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ էլիպսոիդին $M_0(x_0; y_0; z_0)$ կետում տարված շոշափող հարթության հավասարումը ունի հետևյալ տեսքը՝ $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} + \frac{zz_0}{c^2} = 1$:

6.1.21. $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ էլիպսոիդին տանել շոշափող հարթություն զուգահեռ $x - 2y + 2z = 0$ հարթությանը:

6.1.22. Յույց տալ, որ $xyz = a^3$ մակերևույթին ցանկացած կետում տարված շոշափող հարթությունը կորորդինատական հարթությունների հետ կազմում է հաստատուն ծավալի բյուրգ: Գտնել այդ ծավալը:

6.1.23. Յույց տալ, որ $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$ մակերևույթի ցանկացած կետում տարած շոշափողի հարթությունը առանցքներից հատում է հատվածներ, որոնց գումարը հավասար է $a - \zeta$:

«2 Կրկնակի, եռակի և կորագիծ ինտեգրալ»

6.2.1. Հաշվել կրկնակի ինտեգրալները նշված տիրույթներով

$$13) \iint_D xy dx dy, (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2);$$

$$14) \iint_D e^{x+y} dx dy, (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1);$$

$$15) \iint_D \frac{x^2}{1+y^2} dx dy, (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1);$$

$$16) \iint_D \frac{dx dy}{(x+y+1)^2} dx dy, (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1);$$

$$17) \iint_D x \sin(x+y) dx dy, \left(0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\right);$$

$$18) \iint_D x^2 y \cos(xy^2) dx dy, \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 2\right);$$

$$19) \iint_D xy^2 dx dy, \left(y^2 \leq 2px, x \leq \frac{p}{2}, p > 0\right);$$

$$20) \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{2a-x}} dx dy, \left((x-a)^2 + (y-a)^2 \geq a^2, 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a\right);$$

$$21) \iint_D |xy| dx dy, (x^2 + y^2 \leq a^2);$$

$$22) \iint_D (x^2 + y^2) dx dy, (y \geq x, y \leq x+a, a \leq y \leq 3a, a > 0);$$

$$23) \iint_D y^2 dx dy, (x = a(t - \sin t), y = a(t - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi; y = 0):$$

6.2.2. XOY հարթության մեջ կառուցել տրված ինտեգրալի ինտեգրման տիրույթը, փոխել ինտեգրման կարգը § հաշվել տիրույթի մակերեսը տրված § փոխված ինտեգրման կարգով.

$$17) \int_0^2 dx \int_{x^2}^{2\sqrt{2x}} dy; \quad 18) \int_0^3 dx \int_{8-3x}^{8-x^2} dy; \quad 19) \int_0^3 dx \int_{x^2-3}^{3x-3} dy; \quad 20) \int_0^3 dx \int_{\frac{2x^2}{3}}^{2\sqrt{3x}} dy;$$

$$21) \int_0^4 dx \int_{\frac{x^3}{8}}^{4\sqrt{x}} dy; \quad 22) \int_0^4 dx \int_{\frac{x^2}{2}}^{4\sqrt{x}} dy; \quad 23) \int_0^2 dx \int_x^{2x} dy; \quad 24) \int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} dy;$$

$$25) \int_1^e dx \int_0^{\ln x} dy; \quad 26) \int_0^2 dx \int_{2x}^{6-x} dy;$$

6.2.3. Կրկնակի ինտեգրալի միջոցով հաշվել հետևյալ կորերով սահմանափակված պատկերի մակերեսը.

$$1) y = 2 - x^2, y = x; \quad 2) y^2 = 2x, y = x;$$

$$3) x = 3, x = 5, 3x - 2y + 4 = 0, 3x - 2y + 1 = 0;$$

$$4) x = 0, y = 0, x + y = 2; \quad 5) x^2 + y^2 = R^2;$$

$$6) x + y = 1, x - y = 1, x = 0; \quad 7) y = x^2, y = 4 - x^2;$$

$$8) y = x^2, y = \sqrt{x}; \quad 9) \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1; \quad 10) (x-2)^2 + (y-3)^2 = 4;$$

6.2.4. Հետևյալ ինտեգրալները հաշվել բնութային կոորդինատներին անցնելու ճանապարհով:

- 1) $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{a^2-x^2-y^2} dy dx;$
- 2) $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dy dx;$
- 3) $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} (x^2+y^2) dy dx;$
- 4) $\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} dy dx;$
- 5) $\int_0^R \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy dx;$
- 6) $\int_0^2 dx \int_x^{x\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dy;$
- 7) $\iint_D \sqrt{R^2-x^2-y^2} dx dy, (D: x^2+y^2 \leq Rx);$
- 8) $\iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy, \left(D: x^2+y^2 \geq 1, x^2+y^2 \leq 9, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\sqrt{3} \right);$
- 9) $\iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy, (D: x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0);$
- 10) $\iint_D (h-2x-3y) dx dy, D: x^2+y^2 \leq R^2:$

6.2.5. Կրկնակի ինտեգրալի օգնությամբ հաշվել տրված մակերևույթներով սահմանափակված մարմնի ծավալը

- 1) $x=0, y=0, x+y+z=1, z=0;$
- 2) $x^2+y^2=a^2, x^2+z^2=a^2$ գլաններով § գտնվում է առաջին քառորդում;
- 3) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, x=0, y=0, z=0;$
- 4) $x^2+y^2=8, x=0, y=0, z=0, x+y+z=4$ § գտնվում է առաջին քառորդում;
- 5) $y=0, z=0, 3x+y=6, 3x+2y=12, x+y+z=6;$
- 6) $z=x^2+y^2, x=0, y=0, z=0, x+y=1;$
- 7) $z=x^2+y^2, z=0, y=1, y=2x, y=6-x;$
- 8) $y=\sqrt{x}, y=2\sqrt{x}, z=0, x+z=6;$
- 9) $x=0, y=0, z=0, 2x+3y-12=0, z=0.5y^2;$
- 10) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1, z = 12 - 3x - 4y, z = 1:$

6.2.6. Հաշվել հետևյալ կորագիծ ինտեգրալները

- 1) $\int_L \frac{ds}{x-y}$, որտեղ $L - \hat{A}$, $A(0;-2)$ և $B(4;0)$ կետերի միջև ընկած
 $y = \frac{1}{2}x - 2$ ուղղի հատվածն է;
- 2) $\int_L xy ds$, որտեղ $L - \hat{A}$, $A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(4;2)$ և $D(0;2)$;
- 3) $\int_L y ds$, որտեղ $L - \hat{A}$, $A(0;0)$ և $B(2p;2p)$ կետերը միացնող $y^2 = 2px$
 պարաբոլի աղեղն է;
- 4) $\int_L (x^2 + y^2)^n ds$, որտեղ $L - \hat{A}$, $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ շրջանագիծն է;
- 5) $\int_L \sqrt{2y} ds$, որտեղ $L - \hat{A}$, $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$)
 ցիկլոիդն է;
- 6) $\int_L xy ds$, որտեղ $L - \hat{A}$, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($x \geq 0$, $y \geq 0$) էլիպսն է;
- 7) $\int_L x dy$, որտեղ $L - \hat{A}$, $O(0;0)$, $A(2;0)$ և $B(0;3)$ գագաթներով եռանկյան
 եզրագիծն է;
- 8) $\int_L (x^2 - y^2) dx$, որտեղ $L - \hat{A}$, $(0;0)$, $(0;0)$ և $(2;4)$ կետերը միացնող
 $y = x^2$ պարաբոլի աղեղն է;
- 9) $\int_L xy dx + (y - x) dy$, որտեղ $L - \hat{A}$, $(0;0)$ և $(1;1)$ կետերը $y = x^3$ միացնող
 կորի աղեղն է;
- 10) $\int_L 2xy dx + x^2 dy$, որտեղ $L - \hat{A}$, $(0;0)$ և $(1;1)$ կետերը միացնող $y^2 = x - \hat{A}$
 կորի աղեղն է;
- 11) $\int_L y dx + x dy$, որտեղ $L - \hat{A}$, $(R;0)$ և $(0;R)$ կետերը միացնող
 $x = R \cos t$, $y = R \sin t$ շրջանագծի աղեղն է;
- 12) $\int_L y dx - x dy$, որտեղ $L - \hat{A}$, $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ էլիպսի եզրագիծն է
 դրական ուղղությամբ;
- 13) $\int_L (2a - y) dx - (a - y) dy$, որտեղ $L - \hat{A}$, $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$,
 ($0 < t < 2\pi$) ցիկլոիդն է:

6.2.7. Տրված է կորագիծ ինտեգրալ $\int P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ § XOY
 հարթության մեջ չորս կետերը $O(0;0)$, $A(4;0)$, $B(0;8)$ և $C(4;8)$:

Հաշվել տրված ինտեգրալը O կետից C կետը երեք տարբեր ճանապարհներով

1) OAC բեկյալով; 2) OBC բեկյալով; 3) $y = \frac{1}{2}x^2$ պարաբոլի OC աղեղով:

Ստացված արդյունքները համեմատել \S բացատրել նրանց համընկնումը.

- 1) $\int (x - y)dx - (x - 2y)dy$; 2) $\int (2 + xy)dx + \left(\frac{x^2}{2} - y\right)dy$;
 3) $\int (x^3 - 2y)dx - (2x - 5)dy$; 4) $\int (2x - 3y)dx - (3x - 4y)dy$;
 5) $\int (4 + xy^2)dx + (x^2y - 3y^2)$; 6) $\int (3x - 2y)dx - (2x + y)dy$;
 7) $\int (1 + 2xy)dx + (x^2 - y)dy$; 8) $\int (3x^2 - y)dx - (x + 2y)dy$;
 9) $\int (4xy + 3)dx + \left(2x^2 - \frac{3}{2}y^2\right)dy$; 10) $\int (5x - 2y)dx - (2x - y)dy$:

6.2.8. Գտնել $U(x; y)$ ֆունկցիան dU լրիվ դիֆերենցիալով

- 1) $dU = (5x^4y^2 + e^x)dx + (2x^5y - \sin y)dy$;
 2) $dU = (3x^2y^4 - 1)dx + \left(4x^3y^3 + \frac{1}{y}\right)dy$;
 3) $dU = (4x^3 - y^2)dx + \left(\frac{1}{\sqrt{1-y^2}} - 2xy\right)dy$;
 4) $dU = \left(\frac{2x}{y} + 3\cos 3x\right)dx + \left(2 - \frac{x^2}{y^2}\right)dy$;
 5) $dU = \left(3e^{3x}tgy - \frac{1}{x^4}\right)dx + (e^{3x} \sec^2 y - 3y^2)dy$;
 6) $dU = \left(2x + \frac{1}{x+y} + \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{1}{x+y} - \frac{x}{y^2}\right)dy$;
 7) $dU = 4(x^2 - y^2)(xdx - ydy)$; 8) $dU = \frac{(x + 2y)dx + ydy}{(x + y)^2}$;
 9) $dU = (2x \cos y - y^2 \sin x)dx + (2y \cos x - x^2 \sin y)dy$;
 10) $dU = \frac{2x(1 - e^y)}{(1 + x^2)^2}dx + \left(\frac{e^y}{1 + x^2} + 1\right)dy$:

6.2.9. Կորագիծ ինտեգրալի օգնությամբ հաշվել տրված կորերով սահմանափակված պատկերի մակերեսը.

- 1) $x = a \cos t, y = b \sin t$, էլիպսոյ;
- 2) $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$, աստրոիդոյ;
- 3) $x = 2a \cos t - a \cos 2t, y = 2a \sin t - a \sin 2t$, կարդիոիդոյ;
- 4) $(x + y)^3 = axy$ կորի օղակոյ;
- 5) $(x + y)^4 = x^2y$ կորի օղակոյ;
- 6) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^{12} = xy$ կորի օղակոյ;
- 7) $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ կորի օղակոյ:

6.2.10. Հաշվել եռակի ինտեգրալները

- 1) $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^1 dy \int_0^2 (4+z) dz$;
- 2) $\int_0^c dz \int_0^b dy \int_0^a (x^2 + y^2 + z^2) dx$;
- 3) $\int_0^a y dy \int_0^h dx \int_0^{a-y} dz$;
- 4) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} y dy \int_{1-x}^{2-2x} dz$;
- 5) $\int_0^a dx \int_0^x dy \int_0^y xyz dz$;
- 6) $\int_0^a dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^3 z dz$;
- 7) $\int_0^2 dx \int_0^{2\sqrt{x}} dy \int_0^{\sqrt{2x-0.5y^2}} x dz$;
- 8) $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} xyz dz$;

- 9) $\iiint_G \frac{dx dy dz}{(1+x+y+z)^3}$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$ հարթութիւններով;
- 10) $\iiint_G xy dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է $z = xy, x + y = 1, z = 0, (z \geq 0)$ մակերջույթներով;
- 11) $\iiint_G y \cos(z+x) dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է $y = \sqrt{x}, y = 0, z = 0, x + z = \frac{\pi}{2}$, մակերջույթներով;
- 12) $\iiint_G xy^2 z^3 dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է $z = xy, y = x, x = 1, z = 0$ մակերջույթներով:

6.2.11. Հաշվել եռակի ինտեգրալը $\iiint_G \frac{dx dy dz}{1-x-y}$, եթե տիրույթը սահմանափակված է՝

- 1) $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$; 2) $x = 0, x = 1, y = 2, y = 5, z = 2, z = 4$;
- հարթութիւններով:

6.2.12. Անցնելով գլանային կամ սֆերիկ կոորդինատների հաշվել հետևյալ եռակի ինտեգրալները.

1) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z dz$;

2) $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^a z \sqrt{x^2+y^2} dz$;

3) $\int_0^{2r} dx \int_{-\sqrt{2rx-x^2}}^{\sqrt{2rx-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{4r^2-x^2-y^2}} z dz$;

4) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2+z^2} dz$;

5) $\int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{R^2-x^2-y^2}} (x^2+y^2) dz$;

6) $\iiint_G \sqrt{x^2+y^2+z^2} dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է

$x^2+y^2+z^2 = z^2$;

$\iiint_G (x^2+y^2) dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է

7) $x^2+y^2+z^2 = r^2, x^2+y^2+z^2 = R^2, (r < R, z \geq 0)$, մակերևույթներով ;

8) $\iiint_G \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2+y^2+(z-2)^2}}$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է

$x^2+y^2+z^2 = 1$, մակերևույթով ;

9) $\iiint_G (x^2+y^2) dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է

$x^2+y^2 = 2z, z = 2$ մակերևույթներով;

10) $\iiint_G (x^2+y^2+z^2) dx dy dz$, որտեղ G տիրույթը սահմանափակված է

$3(x^2+y^2)+z^2 = 3a^2$ մակերևույթով :

6.2.13. Եռակի ինտեգրալի օգնությամբ հաշվել հետևյալ մակերևույթներով սահմանափակված մարմնի ծավալը

1) $z = 4 - y^2, z = y^2 + 2, x = -1, x = 2$;

2) $z = x^2 + y^2, z = x^2 + 2y^2, y = x, y = 2x, x = 1$;

3) $z = x^2 + y^2, z = 2x^2 + 2y^2, y = x^2, y = x$;

4) $z = \ln(x+2), z = \ln(6-x), x = 0, x+y = 2, x-y = 2$;

5) $z = x+y, z = xy, x+y = 1, x = 0, y = 0$;

6) $z = 1 - x^2 - y^2, z = 1 - x - y, x = 0, y = 0, z = 0$;

6.2.14. Հաշվել մակերևութային ինտեգրալները

1) $\iint_S (6x + 4y + 3z) dS$, որտեղ $S - \hat{A} x + 2y + 3z = 6$ հարթության այն

մասն է, որն ընկած է առաջին օկտանտում ;

2) $\iint_S \left(z + 2x + \frac{4}{3}y \right) dS$ որտեղ $S - \dot{A} \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ հարթության այն մասն

է, որն ընկած է առաջին օկտանտում;

3) $\iint_S xyz dS$, որտեղ $S - \dot{A} \quad x + y + z = 1$ հարթության այն մասն է, որն

ընկած է առաջին օկտանտում;

4) $\iint_S x dS$, որտեղ $S - \dot{A} \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ սֆերային առաջին օկտան-

տում ընկած մասն է ;

5) $\iint_S dS$, որտեղ $S - \dot{A} \quad x + y + z = a$ հարթության առաջին օկտանտում

ընկած մասն է;

6) $\iint_S x^2 y^2 dS$ որտեղ $S - \dot{A}, z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ կիսասֆերան է ;

7) $\iint_S x^2 y^2 z dx dy$ որտեղ $S - \dot{A} \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ սֆերայի ստորին կեսի

դրական կողմն է ;

8) $\iint_S z dx dy$, որտեղ $S - \dot{A}, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ էլիպսոիդի արտաքին մասն է

;

9) $\iint_S z^2 dx dy$, որտեղ $S - \dot{A}, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ էլիպսոիդի արտաքին մասն

է ;

$\iint_S xz dx dy + xy dy dz + yz dx dz$, որտեղ

10) $S - \dot{A}, x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$ հարթություններով

սահմանափակված բուրգի արտաքին մասն է ;

11) $\iint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy$ որտեղ $S - \dot{A} \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ սֆերայի

արտաքին մասն է ;

$\iint_S (y - z) dy dz + (z - x) dz dx + (x - y) dx dy$, որտեղ

12) $S - \dot{A} \quad x^2 + y^2 = z^2, (0 \leq z \leq h)$ կոնական մակերևույթի արտաքին

մասն է :

6.2.15.

-ն դիֆերենցելի

ֆունկցիաներ են, c -ն . աստատուն է)

1) $grad(u + v) = gradu + gradv$; 2) $grad(c + u) = gradu$;

3) $grad(cu) = cgradu$; 4) $grad(uv) = ugradv + vgradu$;

5) $grad(u^n) = nu^{n-1}gradu$; 6) $grad[u(v)] = u'gradv$;

$$7) \operatorname{grad} \frac{u}{v} = \frac{v \operatorname{grad} u - u \operatorname{grad} v}{v^2} :$$

6.2.16. Ապացուցել հետևյալ առնչությունները (u, v – Կոստանտներ են, \vec{a}, \vec{b} – Կոստանտ վեկտորներ են, \vec{c} – Կոստանտ վեկտոր է),

- 1) $\operatorname{div}(\vec{a} + \vec{b}) = \operatorname{div} \vec{a} + \operatorname{div} \vec{b}$;
- 2) $\operatorname{div}(u\vec{c}) = \vec{c} \operatorname{grad} u$;
- 3) $\operatorname{div}(u\vec{a}) = u \operatorname{div} \vec{a} + \vec{a} \operatorname{grad} u$;
- 4) $\operatorname{div}(\operatorname{grad} u) = \Delta u$;
- 5) $\operatorname{rot}(\vec{a} + \vec{b}) = \operatorname{rot} \vec{a} + \operatorname{rot} \vec{b}$;
- 6) $\operatorname{rot}(u\vec{a}) = u \operatorname{rot} \vec{a} + (\operatorname{grad} u) \times \vec{a}$;
- 7) $\operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \operatorname{rot} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{rot} \vec{b}$;
- 8) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad} u) = 0$;
- 9) $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{a}) = 0$:

6.2.17. Հաշվել $\operatorname{div} \vec{A}$ և $\operatorname{rot} \vec{A} - \vec{Y}$, եթե

- 1) $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$;
- 2) $\vec{A} = (y^2 + z^2)\vec{i} + (z^2 + x^2)\vec{j} + (x^2 + y^2)\vec{k}$;
- 3) $\vec{A} = x^2 y z \vec{i} + x y^2 z \vec{j} + x y z^2 \vec{k}$;
- 4) $\vec{A} = \operatorname{grad}(x^2 + y^2 + z^2)$:

6.2.18. Հաշվել տրված \vec{A} վեկտորի հոսքը S ցիրկուլյացիան տրված կորով.

- 1) $\vec{A} = \text{Const}$, $L - \vec{A}$ կամայական փակ կոր է ;
- 2) $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j}$, $L - \vec{A}$ կամայական փակ կոր է ;
- 3) $\vec{A} = x\vec{i} - y\vec{j}$, $L - \vec{A}$ կամայական փակ կոր է ;
- 4) $\vec{A} = (x^3 - y)\vec{i} + (y^3 + x)\vec{j}$, $L - \vec{A}$ $x^2 + y^2 = R^2$ շրջանագիծ է :

ԳԼՈՒԽ VII
ՍՈՎՈՐԱԿԱՆ ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

«1 Առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարումներ

7.1.1. Գտնել անջատվող փոփոխականներով դիֆերենցիալ հավասարման ընդհանուր ինտեգրալը:

1) $y' = x^2$; 2) $y' = e^{-x}$; 3) $ydx + (1+x^2)dy = 0$;

4) $y' = 1 - x^2 + x^3$; 5) $dy = 10^{x+y} dx$; 6) $y' + 2xy = 0$;

7) $xy' = 1 + x^2$; 8) $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{a^2 - y^2}{a^2 - x^2}}$; 9) $xy + y - y^2 = 0$;

10) $y' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$; 11) $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$; 12) $xyy' = 1 - x^2$;

13) $yy' = \frac{1-2x}{y}$; 14) $y' + \sin \frac{x+y}{2} = \sin \frac{x-y}{2}$;

15) $y'tgx - y = a$; 16) $(a^2 + e^x)yy' = e^x$:

7.1.2. Գտնել դիֆերենցիալ հավասարման ընդհանուր ինտեգրալը § տրված սկզբնական պայմանին բավարարող մասնակի լուծումը:

1) $y' = e^{x-2y}$, $y(0) = 0$; 2) $y' \sin x = y \ln y$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$;

3) $(1+x^2)dy = (1+y^2)dx$, $y(0) = 1$;

4) $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$, $y(0) = \frac{\pi}{4}$;

5) $y - xy' = b(1+x^2y')$, $y(1) = 1$; 6) $(1+e^x)yy' = e^x$, $y(0) = 1$;

7.1.3. Գտնել համասեռ կամ համասեռի բերվող դիֆերենցիալ հավասարման ընդհանուր ինտեգրալը

1) $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ($xy \neq 0$); 2) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; 3) $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$;

4) $y' = \frac{y}{x} + \sqrt{1 - \frac{y}{x}}$; 5) $y' = \frac{x^3 + y^3}{xy^2}$; 6) $y' = \frac{2x-y}{x+2y}$;

7) $y^2 + x^2y' = xy \cdot y'$; 8) $2xy \cdot y' = 2y^2 - x^2$; 9) $y' = \frac{x+y-3}{x-y-1}$;

10) $y' = \frac{2x+y-1}{4x+2y+5}$; 11) $y' = \frac{2y-x-5}{2x-y+4}$; 12) $y' = \frac{x+y+1}{2x+2y-1}$;

$$13) y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy};$$

$$14) y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy};$$

$$15) y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy};$$

$$16) xy' = \frac{3y^3 + 2x^2y}{2y^2 + x^2};$$

$$17) xy' = \frac{3y^3 + 4x^2y}{2y^2 + 2x^2};$$

$$18) y' = \frac{x + 2y - 3}{2x - 2};$$

$$19) y' = \frac{3y - x - 4}{3x + 3};$$

$$20) y' = \frac{y - 1}{x + y - 2};$$

7.1.4. Գտնել դիֆերենցիալ հավասարման ընդհանուր ինտեգրալը § տրված սկզբնական պայմանին բավարարող մասնակի լուծումը:

$$1) (\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0, y(1) = 1; \quad 2) (x + y)dy + (x - y)dx = 0, y(1) = 1;$$

$$3) y' - \frac{y}{x} = tg \frac{y}{x}, y(2) = \pi; \quad 4) x^3 y' = y^3 + x^2 y, y(1) = 1;$$

$$5) (xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x, y(1) = 0; \quad 6) (y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0, y(0) = 1;$$

$$7) y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}; y(1) = -1;$$

7.1.5. Գտնել գծային դիֆերենցիալ հավասարման ընդհանուր լուծումը.

$$1) y' + 2y = e^{-x}; \quad 2) y' - y = 3e^x; \quad 3) y' + y = x^2 + 1;$$

$$4) y' + 2xy = xe^{-x^2}; \quad 5) y' - ay = e^{bx}; \quad 6) xy' + y = x^2;$$

$$7) y'x = y - 2x; \quad 8) y' \sin x - y \cos x = tgx; \quad 9) xy' - ay = x + 1;$$

$$10) xy' - y = x^2 \sin x; \quad 11) 2xy' + y = 2x^3; \quad 12) y' - ytgx = \cos^2 x;$$

$$13) (x + 2)y' - y = x(x + 2)^2; \quad 14) (x + 2)y' - y = x(x + 2)^2;$$

$$15) (1 + x^2)y' + 2xy = 2x^2; \quad 16) xy' - y = -\ln x;$$

$$17) x^3 y' + 3x^2 y = 2; \quad 18) (x + 1)y' - 2y = e^x(x + 1)^3;$$

$$19) xy' + y = e^x(x + 1); \quad 20) 2(1 - x^2)y' + xy = x(1 - x^2):$$

7.1.6. Լուծել Կոշու խնդիրները

$$1) y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}, y(0) = 0; \quad 2) y' - yctgx = \frac{1}{\sin x}, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

$$3) y' + 3y \operatorname{tg} 3x = \sin 6x, y(0) = \frac{1}{3}; \quad 4) y \sin^2 x + y = ctgx, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

- 5) $y' + 2xy = x \ln x e^{-x^2}$, $y(1) = 0$; 6) $xy - y = x^2 \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$;
 7) $x^2 y' + (1 - 2x)y = x^2$, $y(1) = 1$; 8) $xy' + y = \sin x$, $y(\pi) = 2$;
 9) $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$, $y(0) = 0$; 10) $(x + 1)y' - 2y = (x + 1)^4$, $y(0) = -$
 ;
 11) $3y' - 9x^2 y = x^2(1 + x^3)$, $y(0) = 0$; 12) $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
 ;

7.1.7. Գտնել Բեռնուլիի հավասարման ընդհանուր կամ մասնակի լուծումը.

- 1) $y' + xy = x^3 y^3$; 2) $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$; 3) $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$;
 4) $xy' + y = -x^2 y^2$; 5) $2xyy' + x = y^2$; 6) $y' - y = xy^2$, $y(0) = 1$;
 7) $2(xy' + y) = y^2 \ln x$, $y(1) = 2$; 8) $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4$, $y(1) = 1$;
 9) $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3$, $y(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; 10) $y' + 2xy = 2x^3 y^3$, $y(0) = \sqrt{2}$;

7.1.8. Գտնել լրիվ դիֆերենցիալով հավասարման ընդհանուր ինտեգրալը

- 1) $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$; 2) $(3x^2 + 4y^2) dx + (8xy + e^y) dy = 0$;
 3) $(x - y^2 x) dx + (y - x^2 y) dy = 0$; 4) $\left(2x - 1 - \frac{y}{x^2}\right) dx - \left(2y - \frac{1}{x}\right) dy = 0$;
 5) $(3x^2 y + 2y + 3) dx + (x^3 + 2x + 3y^2) dy = 0$;
 6) $(y^2 + y \sec^2 x) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy = 0$;
 7) $[\sin 2x - 2 \cos(x + y)] dx - 2 \cos(x + y) dy = 0$;
 8) $\frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0$; 9) $y x^{y-1} dx + x^y \ln x dy = 0$;
 10) $e^y dx + (x e^y - 2y) dy = 0$;
 11) $\left(1 + x \sqrt{x^2 + y^2}\right) dx + \left(-1 + \sqrt{x^2 + y^2}\right) y dy = 0$;
 12) $\frac{x dy}{x^2 + y^2} = \left(\frac{y}{x^2 + y^2} - 1\right) dx$;
 13) $[\cos(x + y^2) + \sin x] dx + 2y \cos(x + y^2) dy = 0$;
 14) $(y^3 + \cos x) dx + (3xy^2 + e^y) dy = 0$;

7.1.9. Ինտեգրող բազմապատկիչի օգնությամբ լուծել հետևյալ հավասարումները

- 1) $(x^2 + y) dx - x dy = 0$; 2) $y(1 + xy) dx - x dy = 0$;
 3) $(x^2 + y^2 + 2x) dx + 2y dy = 0$; 4) $\frac{y}{x} dx + (y^3 - \ln x) dy = 0$;
 5) $(x \cos y - y \sin y) dx + (x \sin y + y \cos y) dy = 0$;
 6) $xy dx - (y^3 + x^2 y + x^2) dy = 0$; 7) $(x^2 + 3 \ln y) y dx = x dy$;
 8) $y(x + y) dx + (xy + 1) dy = 0$; 9) $(x + y^2) dx - 2xy dy = 0$;
 10) $y^2 dx + 2(e^x - y) dy = 0$:

7.1.10. Գտնել Լագրանժի § Կերոյի հավասարումների ընդհանուր § եզակի լուծումները

- 1) $y = xy' + y'^2$; 2) $y = xy' - 3y'^3$; 3) $y = xy' + \frac{1}{y'}$;
 4) $y = xy' + \sqrt{1 + y'^2}$; 5) $y = xy' + \sin y'$; 6) $xy' - y = \ln y'$;
 7) $y = y'^2(x + 1)$; 8) $2yy' = x(y'^2 + 4)$; 9) $y' = \ln(xy' - y)$;
 10) $y = y'(x + 1) + y'^2$; 11) $y = \frac{1}{2}x \left(y' + \frac{4}{y'} \right)$; 12) $y = (1 + y')x + y'^2$;
 13) $y = y' + \sqrt{1 - y'^2}$; 14) $y = -\frac{1}{2}y'(2x + y')$:

7.1.11. Կարգի իջեցումով լուծել հետևյալ հավասարումները

- 1) $xy'' = y'$; 2) $y'' = y' + x$; 3) $y'' = \frac{y'}{x} + x$;
 4) $(y'')^2 = y'$; 5) $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$; 6) $yy'' = (y')^2$;
 7) $yy'' - yy' \ln y = (y')^2$; 8) $2xy'y'' = (y')^2 + 1$; 9) $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$;
 10) $1 + (y')^2 = 2yy''$; 11) $(y')^2 + 2yy'' = 0$; 12) $y'' = \frac{1}{4\sqrt{y}}$;
 13) $yy'' - (y')^2 = y'y'^2$; 14) $yy''(x^2 + 1) = 2xy'$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$;
 15) $yy'' + x(y')^2 - y' = 0$, $y(2) = 2$, $y'(2) = 1$;
 16) $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$, $y(2) = 0$, $y'(2) = 4$; 17) $2y'' = 3y^2$, $y(-2) = 1$, $y'(-2) = -1$
 18) $y^3 y'' = -1$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$; 19) $y'' = e^{2y}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
 20) $y'' = xy' + y + 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$:

«2 Հաստատուն գործակիցներով գծային հավասարումներ

7.2.1. Գտնել հետևյալ համասեռ հավասարումների ընդհանուր լուծումները

- 17) $y'' + y' - 2y = 0$; 18) $y'' - 9y = 0$; 19) $y'' - 4y' = 0$;
20) $y'' - 2y' - 3y = 0$; 21) $3y'' - 2y' - 8y = 0$; 22) $y'' + y = 0$;
23) $y'' + m^2y = 0$; 24) $y'' + 6y' + 13y = 0$; 25) $4y'' - 8y' + 5y = 0$;
26) $y'' - 2y' + y = 0$; 27) $4y'' - 20y' + 25y = 0$; 28) $y''' + 9y' = 0$;
29) $y''' - 13y' - 12y = 0$ 30) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ 31) $y''' + 4y'' = 0$;
32) $y^{(IV)} = 16y$; 33) $y^{(IV)} + 4y = 0$; 34) $y^{(IV)} + 2y''' + y'' = 0$;
35) $y^{(n)} = y^{(n-2)}$; 36) $y^{(V)} + 4y''' - 5y' = 0$:

7.2.2. Գտնել հետևյալ համասեռ հավասարումների մասնակի լուծումները

- 1) $y'' - 4y' + 3y = 0$, $y(0) = 6$, $y'(0) = 10$;
2) $y'' + 4y' + 29y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 15$;
3) $4y'' + 4y' + y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$;
4) $y'' - 3y' + 2y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$;
5) $y'' - 6y' = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -6$;
6) $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$;
7) $y'' + 2y' + 10y = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$;
8) $y'' - 7y' + 6y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$;
9) $y'' - 2y' + y = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 2$;
10) $y''' = -y'$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -1$;
11) $y^{(V)} = y'$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$, $y'''(0) = 1$, $y^{(IV)}(0) = 2$:

7.2.3. Գտնել հետևյալ ոչ համասեռ հավասարումների ընդհանուր լուծումները:

- 1) $2y'' + y' - y = 2e^x$; 2) $y'' + a^2y = e^x$;
3) $y'' - 7y' + 6y = \sin x$; 4) $y'' + 2y' + 5y = 17 \cos 2x$;
5) $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$; 6) $y'' - 2y' + 2y = 2x$;
7) $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$; 8) $y'' - 3y' + 2y = 2e^x \cos \frac{x}{2}$;
9) $2y'' + 5y' = 5x^2 - 2x - 1$; 10) $2y'' + 5y' = 29x \sin x$;
11) $y'' + 4y = 2 \sin 2x$; 12) $y'' + y = \cos x$;
13) $y'' - 7y' + 6y = (x - 2)e^x$; 14) $y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4$;
15) $y'' + 2y' + y = -2 \sin x + x + 2$; 16) $y'' + y' - 2y = 4e^{2x} - 2x - 1$;

$$17) y'' - 6y' + 8y = 5xe^{2x} + 2e^{4x} \sin x; 18) y'' + 4y = \cos x \cos 3x;$$

$$19) y'' + 3y' + 2y = e^{-x} \cos^2 x; \quad 20) y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x};$$

$$21) y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}; \quad 22) y'' + 4y = 2\operatorname{ctg} x;$$

$$23) y'' - y' = e^{2x} \operatorname{cose}^x; \quad 24) y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x;$$

$$25) y'' - y' = e^{2x} \sqrt{1 - e^{2x}};$$

7.2.4. Գտնել հետևյալ ոչ համասեռ հավասարումների մասնակի լուծումները:

$$1) y'' - 5y' + 6y = 3e^{-x}, y(0) = \frac{9}{4}, y'(0) = \frac{19}{4};$$

$$2) y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6, y(0) = 1, y'(0) = 3.2;$$

$$3) y'' + y = -\sin x, y(\pi) = 1, y'(\pi) = 1;$$

$$4) y'' + y = 2\cos x, y(0) = 2, y'(0) = 0;$$

$$5) y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3), y(0) = 2, y'(0) = 2;$$

$$6) y'' + y = 4e^x, y(0) = 4, y'(0) = -3;$$

$$7) y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}, y(0) = 0, y'(0) = 0;$$

$$8) y'' + y = 4\operatorname{ctg} x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4;$$

$$9) y'' + 4y = 8\operatorname{ctg} 2x, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4;$$

$$10) y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1+e^x}, y(0) = 1 + 2\ln 2, y'(0) = 3\ln 2;$$

$$11) y'' + y = \frac{1}{\sin x}, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2};$$

$$12) y'' + y = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 1, y'(0) = 0;$$

7.2.5. Լուծել հավասարումների համակարգը

$$1) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 7x \\ \frac{dy}{dt} + 2x + 5y = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases};$$

$$5) \begin{cases} \frac{dx}{dt} + y = 0 \\ \frac{dy}{dt} + 4x = 0 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} 4\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} + 3x = \sin t \\ \frac{dx}{dt} + y = \cos t \end{cases};$$

$$7) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2e^t + 2e^{-t} \end{cases};$$

$$8) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2y - 5x + e^t \\ \frac{dy}{dt} = x - 6y + e^{-2t} \end{cases};$$

$$9) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y & x(0) = 1 \\ \frac{dy}{dt} = x - y & y(0) = 1 \end{cases};$$

$$10) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + 1 & x(0) = -2 \\ \frac{dy}{dt} = x + 1 & y(0) = 0 \end{cases};$$

$$11) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 1 - \frac{2x}{t} & x(1) = \frac{1}{3} \\ \frac{dy}{dt} = x + y - 1 + \frac{2x}{t} & y(1) = -\frac{1}{3} \end{cases}; 12)$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y & x(0) = 1 \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y & y(0) = 3 \end{cases};$$

$$13) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y & x(0) = 0 \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y & y(0) = 1 \end{cases};$$

$$14) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y - z \\ \frac{dy}{dt} = -x + y + z \\ \frac{dz}{dt} = x - z \end{cases};$$

$$15) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + y + z \\ \frac{dz}{dt} = 4x - y + 4z \end{cases};$$

$$16) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + y - z \\ \frac{dz}{dt} = 2x - y \end{cases};$$

$$17) \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = y \\ \frac{d^2y}{dt^2} = x \end{cases};$$

$$18) \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + x = e^t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{d^2y}{dt^2} = 1 \end{cases};$$

7.2.6. Հայտնի է, որ ռադիումի տրոհման արագությունը ուղիղ համեմատական է տվյալ պահին նրա քանակությանը: Հայտնի է նաև, որ ռադիումի տրոհման կիսապարբերությունը (այն ժամանակամիջոցը, որի ընթացքում ռադիումի տվյալ քանակությունը պակասում է կիսով չափ) հավասար է 1600 տարվա: Մեկ կգ ռադիումից որքան կմնա 200 տարի հետո:

7.2.7. մածուցիկ հեղուկի մեջ: Ծանրության ուժը P է, արքիմեդյան ուժը՝ f , իսկ հեղուկի շփման f_1 ուժը, որն ուղղված է դեպի վեր, համեմատական է արագությանը՝ $f_1 = -\alpha v$: Գտնել արագության փոփոխության օրենքը՝ $v = v(t)$:

7.2.8. Հայտնի է, որ բնակչության աճի արագությունն ուղիղ համեմատական է բնակչության քանակին: Դիցուք ժամանակի մի ինչ-որ պահի, որը կարելի է համարել սկզբնական պահ, բնակչության քանակը N^0 է: Մեկ տարի հետո այն ավելացել է $2\% - \acute{a}l$: Գտնել բնակչության քանակի փոփոխության օրենքը՝ կախված ժամանակից:

7.2.9. Գտնել բոլոր այն կորերը, որոնց ենթաշոշափողը համեմատական է շոշափման կետի արագությանը:

7.2.10. Գտնել այն կորը, որն անցնում է $(a, 1)$ կետով և որի ենթաշոշափողը ունի a հաստատուն երկարություն:

7.2.11. Գտնել այն կորը, որի նորմալի երկարությունը հաստատուն է և հավասար է $a - \zeta$:

7.2.12. Գտնել այն կորը, որի ցանկացած կետում տարված շոշափողի և ենթաշոշափողի երկարությունների գումարը համեմատական է շոշափման կետի կորորդինատների արտադրյալին:

7.2.13. Գտնել այն կորը, որի ցանկացած կետում տարված շոշափողի Oy առանցքից կտրած հատվածի երկարության քառակուսին հավասար է շոշափման կետի կորորդինատների արտադրյալին:

7.2.14. Գտնել այն կորը, որի նորմալի երկարությունը համեմատական է օրդինատի քառակուսուն:

7.2.15. Գտնել այն կորը, որի ցանկացած կետում տարած շոշափողի և օրդինատների առանցքի հատման կետը հավասարապես է հեռացված շոշափման կետից և սկզբնակետից:

7.2.16. Գտնել այն կորը, որի ցանկացած կետում տարած շոշափողով, շոշափման կետի օրդինատով և կորորդինատային առանցքներով

կազմված սեղանի մակերեսը հավասար է շոշափման կետի արագիսի քառակուսու կեսին:

- 7.2.17.** Գտնել այն կորը, որն անցնում է սկզբնակետով ξ որի բոլոր նորմալները անցնում են տրված $(x_0; y_0)$ կետով:
- 7.2.18.** Գտնել $(2;3)$ կետով անցնող այն կորը, որի ցանկացած կետում տարված շոշափողի առանցքների միջև ընկած հատվածը շոշափման կետով կիսվում է:
- 7.2.19.** Գտնել այն կորը, որի ցանկացած կետում տարած շոշափողի Oy առանցքից կտրած հատվածը համեմատական է շոշափման կետի օրդինատի քառակուսուն:
- 7.2.20.** Գտնել այն կորը, որի ցանկացած կետում տարած շոշափողի Oy առանցքից կտրած հատվածը համեմատական է շոշափման կետի օրդինատի խորանարդին:

ԳԼՈՒԽ VIII
ՇԱՐՔԵՐ

«1 Թվային շարքեր»

8.1.1. Գտնել հետևյալ շարքերի գումարները.

- | | | |
|--|--|---|
| 37) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$; | 38) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right)$; | 39) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nt} \quad (t > 0)$; |
| 40) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$; | 41) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n}$; | 42) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+k)} \quad (k \in \mathbb{N})$; |
| 43) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n - 2}$; | 44) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$; | 45) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$; |
| 46) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4-5n}{n(n-1)(n-2)}$; | 47) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+2)(n+3)}$; | 48) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}$; |
| 49) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{8n-10}{(n^2-1)(n-2)}$; | 50) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$; | 51) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{(4n^2-1)^2}$; |
| 52) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n}{n(n+1)(n+3)}$; | 53) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+5}{(n+2)(n^2-1)}$; | 54) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{1}{2n^2}$; |

8.1.2. Յույց տալ շարքի տարամիտությունը օգտվելով շարքի գուգամիտության անհրաժեշտ պայմանից:

- | | | |
|---|--|---|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$; | 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$; | 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n+1}$; |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n-2}$; | 5) $\sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$; | 6) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{3}{n}$; |
| 7) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$; | 8) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(1 - \cos \frac{\pi}{n} \right)$; | 9) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{2}{n}$; |

8.1.3. Պարզել շարքի գուգամիտությունը բաղդատման հայտանիշներով

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; | 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1}$; | 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$; |
| 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+1}}{n\sqrt{n+1}}$; | 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)}$; | 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2+1}}$; |
| 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+3n}$; | 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^4}}$; | 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$; |
| 10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+8n}{15^{n+1} + n - 1}$; | 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$; | 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+5}{n^2+4}$; |

$$\begin{array}{lll}
13) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}; & 14) \sum_{n=1}^{\infty} n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right)^2; & 15) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^5 + 2}}; \\
16) \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{n\sqrt{n}}{(n^2 + 3)^2}; & 17) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3}{n^3 + 1}; & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 7n}{15^n + n}; \\
19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + \cos n}{3^n + \sin n}; & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2^n}{n^2}; & 21) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cos^2 n}{n^3 + 5};
\end{array}$$

8.1.4. Պարզել դրական անդամներով շարքի գումարհտությունը, օգտվելով Գալամբերի կամ Կոշիի հայտանիշներից:

$$\begin{array}{lll}
1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1n^2}; & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^{n+1}}; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}; \\
4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n^2}; & 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^k}{a^n} \quad (a > 1); & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+2)^2}; \\
7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{14^n}; & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{e^n}; & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n^n}; \\
10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}; & 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}; & 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}; \\
13) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(3n)!}; & 14) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1n^{n-1}}; & 15) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}; \\
16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; & 17) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{(2n)!}; & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}; \\
19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n!}{(2n)!}; & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ln^n (n+1)}; & 21) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n; \\
22) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{3^n n^{n^2}}; & 23) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2} \right)^{n^2}; & 24) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}; \\
25) \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; & 26) \sum_{n=1}^{\infty} n^n \arctg^{2n} \frac{\pi}{4n}; & 27) \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin^n \frac{\pi}{3n};
\end{array}$$

8.1.5. Պարզել շարքի գումարհտությունը, օգտվելով Կոշիի ինտեգրալային հայտանիշից:

$$\begin{array}{lll}
1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; & 2) \sum_{n=2n}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\ln n}}; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n + 3}}; \\
4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt[3]{n}}; & 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt[4]{n^3 - 3n + 4}}; & 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n};
\end{array}$$

$$7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n(\ln n)^{1+\alpha}} \quad (\alpha > 0); \quad 8) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2 n}; \quad 9) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2+5)\ln n};$$

$$10) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n\sqrt{\ln(3n-1)}}; \quad 11) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{(n^2-3)\ln^2 n}; \quad 12) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(2n^2+3)\sqrt{\ln n}};$$

$$13) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln \ln n}; \quad 14) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^{1+\alpha}} \quad (\alpha > 0):$$

8.1.6. Յույց տալ հերթագայող նշաններով շարքի զուգամիտությունը, օգտվելով Լեյբնիցի հայտանիշից:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+3}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+5}}; \quad 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+2}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n}; \quad 9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n};$$

$$10) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}; \quad 11) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{\sqrt{n}}; \quad 12) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (\ln n)^p}{n} \quad (p > 0);$$

$$13) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (\ln n)^p}{n^\alpha} \quad (p > 0, \alpha > 0):$$

8.1.7. Յույց տալ հետձյալ շարքերի բացարձակ զուգամիտությունը:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3+3}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^3}{2^n};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{n!}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n \alpha}{n \sqrt{n}}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{(n+1)!}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right); \quad 9) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2 n};$$

$$10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 2^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}; \quad 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin n}{\sqrt{n^5+3}}; \quad 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cos n}{\sqrt[3]{n^7+2}};$$

8.1.8. Յույց տալ, որ հետձյալ շարքերը պայմանական զուգամետ են:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}; \quad 2) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}; \quad 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{2n^2+3}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2+1}}; \quad 8) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right); \quad 9) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)};$$

$$10) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n\sqrt{\ln n}}; \quad 11) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n \ln n (\ln \ln n)}; \quad 12) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right);$$

**«2 Ֆունկցիոնալ շարքեր: Աստիճանային շարքեր:
Ֆուրյեի շարք:**

8.2.1. Որոշել հետևյալ շարքերի գուգամիտության միջակայքերը:

$$\begin{array}{lll} 1) \sum_{n=0}^{\infty} x^n; & 2) \sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} x^{n^2}; \\ 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}; & 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}; & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^n}; \\ 7) \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n; & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+\sqrt{n}}; & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}; \\ 10) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{2^n}; & 11) \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}; & 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}; \\ 13) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}; & 14) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+x^n}; & 15) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n; \\ 16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^p}; & 17) \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}; & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}; \\ 19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \sin^n x}{n^2}; & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n x^n}; & 21) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+e)}; \\ 22) \sum_{n=1}^{\infty} 8^n n^2 \sin^{3n} x; & 23) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} \operatorname{tg}^{2n} x; & 24) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2} \sin^{2n} x; \end{array}$$

8.2.2. Գտնել աստիճանային շարքի գուգամիտության միջակայքը § պարզել վարքը գուգամիտության միջակայքի ծայրակետերում

$$\begin{array}{lll} 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n} x^n; & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n}; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 7^{n+1}}; \\ 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}; & 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n} x^n; & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}; \\ 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}; & 8) \sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n; & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}; \\ 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{(n+1)4^n}; & 11) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} x^n; & 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n; \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
13) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n! n^p} \quad (p > 0); & 14) \sum_{n=1}^{\infty} a^{n^2} x^n \quad (0 < a < 1); & 15) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a^{n^2}} x^n \quad (a > 1); \\
16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}; & 17) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \cdot 4^n}; & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}; \\
19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n (x+3)^n}; & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n (x+4)^n}; & 21) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}; \\
22) \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^{n^2}; & 23) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}; & 24) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n^2}}{n^{n+1}}; \\
25) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}; & 26) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1}; & 27) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{e}\right)^n x^n; \\
28) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{2^n}; & &
\end{array}$$

8.2.3. Ապացուցել, որ հետևյալ շարքերը հավասարաչափ գումարան են նշված միջակայքում:

$$\begin{array}{ll}
26) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + x^2} \quad (-\infty < x < +\infty); & 27) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 x + 2^n} \quad (-2 < x < +\infty); \\
28) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^2 + n^4 x^2} \quad (0 \leq x < +\infty); & 29) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{n^2 + n^5 x^2} \quad (-\infty < x < +\infty); \\
30) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n!}} (x^n + x^{-n}) \left(\frac{1}{2} \leq |x| \leq 2\right); & 31) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2} \quad (-\infty < x < +\infty); \\
32) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt[3]{n^4 + x^4}} \quad (-\infty < x < +\infty); & 33) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n\sqrt{n}} \quad (-\infty < x < +\infty); \\
34) \sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx} \quad (0 \leq x < +\infty); & 35) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{2x}{x^2 + n^2} \quad (-\infty < x < +\infty):
\end{array}$$

8.2.4. Անդամ առ անդամ ամանցելով կամ ինտեգրելով գտնել շարքի գումարը:

$$\begin{array}{lll}
1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}; & 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{2n-1}; & 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}; \\
4) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) x^{2n}; & 5) \sum_{n=1}^{\infty} nx^n; & 6) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}; \\
7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}; & 8) \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n; & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}; \\
10) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right) x^{n-1}; & 11) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n; & 12) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n(n-1)};
\end{array}$$

8.2.5. Ֆունկցիան վերլուծել աստիճանային շարքի տրված կետի շրջակայքում:

- | | |
|--|--|
| 1) $f(x) = 3e^{2x}, x_0 = 0;$ | 2) $f(x) = \frac{1}{2-x}, x_0 = 0;$ |
| 3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}, x_0 = 0;$ | 4) $f(x) = \ln(1-x^2), x_0 = 0;$ |
| 5) $f(x) = \ln x, x_0 = 1;$ | 6) $f(x) = \ln(x+5), x_0 = 0;$ |
| 7) $f(x) = e^{-x^2}, x_0 = 0;$ | 8) $f(x) = \cos^2 x, x_0 = 0;$ |
| 9) $f(x) = \frac{x^{10}}{1-x}, x_0 = 0;$ | 10) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}, x_0 = 0:$ |

8.2.6. Հաշվել որոշյալ ինտեգրալի մոտավոր արժեքը 0.001 ճշտությամբ, նախապես ենթինտեգրալային ֆունկցիան վերլուծելով շարքի § այն ինտեգրելով անդամ առ անդամ:

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x dx}{x};$ | 2) $\int_0^{\frac{1}{2}} x^2 e^{-x^2} dx;$ | 3) $\int_0^{\frac{1}{4}} x^2 \ln(1+x);$ |
| 4) $\int_0^{0.5} \frac{\arctg x}{x} dx;$ | 5) $\int_0^{\frac{1}{4}} e^{-x^2} dx;$ | 6) $\int_0^{0.8} x^{10} \sin x dx:$ |

8.2.7. Տրված պարբերական ֆունկցիան վերլուծել Ֆուրյեի շարքի պարբերության միջակայքի վրա:

- | | |
|---|--|
| 1) $f(x) = x, -\pi < x \leq \pi;$ | 2) $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x < 0 \\ x, & 0 < x \leq \pi \end{cases};$ |
| 3) $f(x) = x^2, -\pi \leq x \leq \pi;$ | 4) $f(x) = 2-x, -2 \leq x \leq 2;$ |
| 5) $f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 \leq x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 1 \end{cases};$ | 6) $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{\pi}{2}, & 0 < x < \pi \end{cases};$ |
| 7) $f(x) = \pi^2 - x^2, -\pi < x < \pi;$ | 8) $f(x) = \cos ax, -\pi < x < \pi;$ |
| 9) $f(x) = \sin ax, -\pi < x < \pi;$ | 10) $f(x) = \frac{\pi-x}{2}, 0 < x < 2\pi:$ |

8.2.8. Տրված ֆունկցիան վերլուծել կոսինուսների շարքի տրված միջակայքում:

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1) $f(x) = x^2, 0 \leq x < 1;$ | 2) $f(x) = \sin x, 0 < x < \pi;$ |
| 3) $f(x) = x, 0 \leq x \leq \pi;$ | 4) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x < 2 \end{cases};$ |
| 5) $f(x) = x(\pi-x), 0 < x < \pi:$ | |

8.2.9. Տրված ֆունկցիան վերլուծել սինուսների շարքի նշված միջակայքում:

1) $f(x) = x^2, 0 < x < \pi;$

2) $f(x) = 2x, 0 < x < 1;$

3) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1; \\ 2-x, & 1 < x < 2; \end{cases}$

4) $f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, 0 < x < \pi;$

5) $f(x) = x(\pi - x), 0 < x < \pi:$

8.2.10. $f(x)$ ֆունկցիան բավարարում է $f(x + \pi) = -f(x)$ պայմանին: Ապացուցել, որ նրա բոլոր գույգ համարներով Ֆուրյեի գործակիցները հավասար են զրոյի:

8.2.11. $f(x)$ ֆունկցիան բավարարում է $f(x + \pi) = f(x)$ պայմանին: Ապացուցել, որ նրա բոլոր կենտ համարներով Ֆուրյեի գործակիցները հավասար են զրոյի:

8.2.12. $f(x)$ ֆունկցիան բավարարում է $f(-x) = f(x)$ § $f(x + \pi) = -f(x)$ պայմաններին: Ապացուցել, որ $b_1 = b_2 = b_3 = \dots = 0$, $a_0 = a_2 = a_4 = \dots = 0$:

8.2.13. $f(x)$ ֆունկցիան բավարարում է $f(-x) = -f(x)$ § $f(x + \pi) = -f(x)$ պայմաններին: Ապացուցել, որ $a_0 = a_1 = a_2 = \dots = 0$, $b_2 = b_4 = b_6 = \dots = 0$:

8.2.14. $f(x)$ ֆունկցիան բավարարում է $f(-x) = f(x)$ § $f(x + \pi) = f(x)$ պայմաններին: Ապացուցել, որ $b_1 = b_2 = b_3 = \dots = 0$, $a_1 = a_3 = a_5 = \dots = 0$:

8.2.15. $f(x)$ ֆունկցիան բավարարում է $f(-x) = -f(x)$ § $f(x + \pi) = f(x)$ պայմաններին: Ապացուցել, որ $a_0 = a_1 = a_2 = \dots = 0$, $b_1 = b_3 = b_5 = \dots = 0$:

ԳԼՈՒԽ IX

ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՏԱՐԲԵՐԸ

« 1. Հավանականությունների անմիջական հաշվումը:

Երկրայափական հավանականություններ:

Գումարի ճ արտադրյալի հավանականությունները:

- 9.1.1. n հավանորեն հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ այն կլինի՝
- 1) սպիտակ;
 - 2) ս:
- 9.1.2. Արկղում կա 4 սպիտակ § 6 ս § գնդիկ: Միանգամից հանում են 2 գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ՝
- 1) երկուսն էլ կլինեն սպիտակ;
 - 2) երկուսն էլ կլինեն ս §;
 - 3) մեկը կլինի ս §, մյուսը՝ սպիտակ:
- 9.1.3. n մից հանում են k գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ p հատը կլինեն սպիտակ,
- 9.1.4. Միասին նետում են երկու խաղոսկր: Գտնել հավանականությունը, որ՝
- 1) բացված միավորների գումարը հավասար է 8-ի;
 - 2) բացված միավորների արտադրյալը հավասար է 12-ի;
 - 3) բացված միավորների գումարը մեծ է նրանց արտադրյալից:
- 9.1.5. Արկղում գտնվող n դետալներից k հատը խտտան են: Գտնել դետալներից r հատը կլինեն խտտան:
- 9.1.6. Առաջին արկղում կա m սպիտակ § n ս § գնդիկներ, իսկ երկրորդ արկղում՝ p սպիտակ § q ս § գնդիկներ: Ամեն մի արկղից պատահականորեն հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ՝
- 1) երկուսն էլ կլինեն սպիտակ;
 - 2) կլինեն տարբեր գույների;
 - 3) երկուսն էլ կլինեն ս §;
 - 4) երկուսն էլ կլինեն նույն գույնի:
- 9.1.7. n հոգի կամայականորեն նստում են կլոր սեղանի շուրջը: Գտնել հավանականությունը, որ որոշակի A § B անձինք կնստեն միմյանց կողք:
- 9.1.8. n տղամարդ § n կին կամայական ձևով նստում են կլոր սեղանի շուրջը: Գտնել հավանականությունը, որ միջնույն սեռի երկու հոգի միմյանց կողք չեն նստի:
- 9.1.9. Գտնել հավանականությունը, որ պատահական վերցրած երկնիշ թիվը՝
- 1) բաժանվում է 3-ի;
 - 2) բաժանվում է 4-ի:

- 9.1.10. Գտնել հավանականությունը, որ 12 հոգու ծննդյան օրերը կլինեն տարբեր ամիսներին:
- 9.1.11. ՈՒՆենք 1, 3, 5, 7 § 9 միավոր երկարության հինգ հատված: Գտնել հավանականությունը, որ կամայականորեն վերցրած երեք հատվածներից կարելի է կառուցել եռանկյուն:
- 9.1.12. 10 գիրք դասավորում են պահարանում իրար կողքի: Գտնել հավանականությունը, որ որոշակի երեք գրքեր կլինեն իրար կողքի:
- 9.1.13. Գտնել հավանականությունը, որ ցանկացած երկու դրական § մեկից փոքր թվերի գումարը փոքր է մեկից, իսկ արտադրյալը մեծ է $\frac{2}{9}$ -ից:
- 9.1.14. Գծված են r , $2r$, $3r$, $4r$ չ $5r$ շառավիղներով հինգ համակենտրոն շրջանագծեր: $5r$ շառավիղով շրջանի մեջ վերցված է կամայական կետ: Գտնել հավանականությունը, որ այդ կետը ընկած է՝
- 1) $2r$ շառավիղով շրջանի ներսում;
 - 2) r չ $2r$ շառավիղներով օղակի ներսում;
 - 3) $3r$ չ $5r$ շառավիղներով օղակի ներսում:
- 9.1.15. ℓ երկարությամբ հատվածի վրա վերցված են կամայական երկու կետ: Գտնել հավանականությունը, որ նրանց հեռավորությունը փոքր է $\alpha\ell - \zeta\delta(0 < \alpha < 1)$:
- 9.1.16. ℓ երկարությամբ AB հատվածի վրա կամայական ձևով նշված են M § N կետերը: Գտնել հավանականությունը, որ N կետը կլինի ավելի մոտ $M - \zeta\delta$, քան $A - \zeta\delta$:
- 9.1.17. ℓ երկարությամբ հատվածը կամայական ձևով բաժանում են երեք մասերի: Գտնել հավանականությունը, որ ստացված հատվածներից կարելի է կառուցել եռանկյուն:
- 9.1.18. R շառավիղով շրջանագծի վրա կամայական ձևով նշված են A, B չ C կետերը: Գտնել հավանականությունը, որ $ABC - \delta$ սուր-անկյուն եռանկյուն է:
- 9.1.19. Երկու հոգի պայմանավորվում են հանդիպել ժամը 2-ի § 3-ի միջև: Առաջին եկողը սպասում է տաս րոպե § հեռանում է: Գտնել հավանականությունը, որ հանդիպումը կկայանա:
- 9.1.20. $(0; 0)$, $(0; 1)$, $(1; 0)$ չ $(1; 1)$ գագաթներով քառակուսու մեջ պատահականորեն ընտրում են $M(b; c)$ կետը: Գտնել հավանականությունը, որ $x^2 + bx + c = 0$ հավասարման արմատները կլինեն իրական:
- 9.1.21. Երկու հոգի T ժամանակահատվածում միջնույն հավանականությամբ կարող են գալ հանդիպման վայրը: Գտնել հավանականությունը, որ մեկը մյուսին սպասելու ժամանակը չի գերազանցի $t - \zeta\delta$:

- 9.1.22. Գտնել հավանականությունը, որ կամայական ընտրված երեք հատվածներից, որոնց երկարությունները չեն գերազանցում $\ell - A$, կարելի է կառուցել եռանկյուն:
- 9.1.23. Երկու հրաձիգ, որոնց թիրախին կաշելու հավանականությունները հավասար են 0.7 -ի § 0.8 -ի. կատարում են մեկական կրակոց: Գտնել հավանականությունը, որ՝
- 1) ճիշտ մեկը կկաշի թիրախին;
 - 2) երկուսն էլ կկանգնեն թիրախին;
 - 3) գոնե մեկը կկաշի թիրախին;
 - 4) երկուսն էլ կվրիպեն:
- 9.1.24. Երկու կրակոցից գոնե մեկ անգամ թիրախին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.99 -ի: Գտնել մեկ կրակոցից թիրախին կաշելու հավանականությունը:
- 9.1.25. Արկղում կա 12 սպիտակ, 8 սև § 10 կարմիր գնդիկներ: Պատահականորեն հանում են երկու գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ հանված գնդիկները տարբեր գույնի են, եթե հայտնի է, որ կարմիր գնդիկ չի հանվել:
- 9.1.26. Երկու գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ երկրորդ գնդիկը կլինի սև:
- 9.1.27. Մեկ կրակոցից թիրախին կաշելու հավանականությունը առաջին հրաձիգի մոտ հավասար է, իսկ երկրորդի մոտ՝ $p_2 - \zeta$: Յուրաքանչյուրը կատարում է երկու կրակոց: Գտնել հավանականությունը, որ առաջին հրաձիգը ավելի շատ կկաշի թիրախին, քան երկրորդը:
- 9.1.28. Երեք կրակոցից գոնե մեկ անգամ թիրախին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.875 : Գտնել մեկ կրակոցից թիրախին կաշելու հավանականությունը:
- 9.1.29. Ուսանողը գիտի 20 հարցերից 15 -ը: Գտնել հավանականությունը, որ նա գիտի առաջարկված երեք հարցերից առնվազն երկուսը:
- 9.1.30. Քանի՞ անգամ պետք է նետել խաղոսկրը, որպեսզի ոչ պակաս, քան՝
- 1) 0.5 ;
 - 2) 0.9 հավանականությամբ գոնե մեկ անգամ կանգնի վեց միավորը:
- 9.1.31. Միաժամանակ նետում են n խաղոսկր: Գտնել հավանականությունը, որ բոլորի վրա կբացվի միջնույն միավորը:
- 9.1.32. Մեկ փորձում պատահարի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է $p - \zeta$: Փորձերը կատարվում են հաջորդաբար մինչև պատահարի հանդես գալը: Գտնել հավանականությունը, որ կկատարվի m փորձ:
- 9.1.33. Մեքենան ունի հանգույց: $k - \tilde{A}^1$ հանգույցի փչանալու հավանականությունը հավասար է $p_k - \zeta$

գոնե մեկի փշանալու հավանականությունը, եթե նրանք աշխատում են միմյանցից անկախ:

9.1.34. Արկղում կա m սպիտակ § n ս§ գնդիկ: Պատահականորեն հանում են q գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ գոնե մեկը կլինի ս§:

« 2. Լրիվ հավանականությունների § Բայեսի բանաձևերը:

Կրկնվող փորձեր

9.2.1. n ս§ գնդիկներ, իսկ երկրորդում՝ p սպիտակ § q ս§ գնդիկներ: Առաջին արկղից պատահականորեն հանված գնդիկը գցում են երկրորդի մեջ § երկրորդից պատահականորեն հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ երկրորդ արկղից հանված գնդիկը կլինի՝

- 1) ս§; 2) սպիտակ:

9.2.2. Նույն պայմանների դեպքում երկրորդ արկղից հանում են երկու գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ՝

- 1) երկուսն էլ կլինեն ս§; 2) երկուսն էլ կլինեն սպիտակ;
3) կլինեն տարբեր գույնի; 4) երկուսն էլ կլինեն նույն գույնի:

9.2.3. Երեք միանման արկղներից յուրաքանչյուրը պարունակում է m սպիտակ § n ս§ գնդիկներ: Առաջին արկղից հանում են մեկ գնդիկ § գցում են երկրորդի մեջ, այնուհետ § երկրորդից հանում են մեկ գնդիկ § գցում են երրորդի մեջ, § վերջապես երրորդ արկղից պատահականորեն հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ երրորդ արկղից հանած գնդիկը կլինի՝

- 1) ս§; 2) սպիտակ:

9.2.4. Նույն խնդիրը (տես 9.2.3) k արկղների համար:

9.2.5. Առաջին արկղը պարունակում է m սպիտակ § ս§ գնդիկներ, իսկ երկրորդը՝ p սպիտակ § q ս§ գնդիկներ: Առաջին արկղից պատահականորեն հանած երկու գնդիկները գցում են երկրորդ արկղի մեջ § երկրորդից հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ այն լինի՝

- 1) ս§; 2) սպիտակ:

9.2.6. Նույն պայմաններում (տես 9.2.5.) երկրորդ արկղից հանում են երկու գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ՝

- 1) երկուսն էլ կլինեն սպիտակ; 2) երկուսն էլ կլինեն ս§;
3) երկուսն էլ կլինեն նույն գույնի; 4) կլինեն տարբեր գույնի:

9.2.7. Ուսանողը գիտի 25 տոմսերից միայն մեկը: Ո՞րերորդը նա պետք է տոմս քաշի, որպեսզի իմացած տոմսը քաշելու հավանականությունը լինի ամենամեծը՝ սկզբում, թե՞ վերջում:

9.2.8. n ս§ գնդիկներ, իսկ երկրորդը՝ p սպիտակ § q ս§ գնդիկներ: Առաջին § երկրորդ արկղներից պատահականորեն հանում են մեկական գնդիկ § գցում

են երրորդ՝ դատարկ արկղի մեջ: Այնուհետև երրորդ արկղից հանում են մեկ գնդիկ: Գտնել հավանականությունը, որ այն կլինի՝

- 1) սպիտակ; 2) սֆ:

9.2.9. Երկու հրաձիգ միմյանցից անկախ, մեկական անգամ կրակում են նույն թիրախին: Առաջին հրաձիգի թիրախին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.8-ի, իսկ երկրորդինը՝ 0.4-ի: Թիրախի վրա հայտնաբերել են մեկ հետք: Գտնել հավանականությունը, որ թիրախին կպել է՝

- 1) առաջին հրաձիգը; 2) երկրորդ հրաձիգը:

9.2.10. Երկու միանման արկղներից առաջինը պարունակում է m սպիտակ § n սֆ գնդիկներ, իսկ երկրորդը՝ p սպիտակ § q սֆ գնդիկներ: Պատահականորեն ընտրած արկղից հանում են մեկ գնդիկ, որը սպիտակ է: Գտնել հավանականությունը, որ այն հանվել է՝

- 1) առաջին արկղից; 2) երկրորդ արկղից:

9.2.11. Ունենք k հատ միանման արկղներ, ընդ որում $i - \tilde{n}^1$ արկղում կա m_i հատ սպիտակ § n_i հատ սֆ գնդիկներ ($i = 1, 2, \dots, k$): Պատահականորեն ընտրված արկղից հանված մեկ գնդիկը սֆ է: Գտնել հավանականությունը, որ այն հանված է $i - \tilde{n}^1$ արկղից:

9.2.12. Ունենք $k_1 + k_2$ հատ միանման արկղներ, ընդ որում առաջին k_1 հատ սպիտակ § n_1 հատ սֆ գնդիկներ, իսկ մյուս k_2 հատից յուրաքանչյուրում՝ m_2 սպիտակ § n_2 սֆ գնդիկ: Պատահականորեն ընտրված արկղից հանված մեկ գնդիկը սպիտակ է: Գտնել հավանականությունը, որ այն հանված է առաջին k_1 արկղներից որՖե մեկից:

9.2.13. Առաջին վարպետը պատրաստում է ամբողջ դետալների 25%-ը, երկրորդը՝ 35%-ը, իսկ երրորդը՝ 40%-ը: Խոտանը կազմում է համապատասխանաբար 5%-ը, 4%-ը § 2%-ը:

- 1) Գտնել հավանականությունը, որ պատահականորեն ընտրված դետալը կլինի խոտան;
Պատահական ընտրված դետալը խոտան է: Գտնել հավանականու-
2) թյունը, որ այն պատրաստել է առաջին, երկրորդ կամ երրորդ վարպետը:

9.2.14. 18 հրաձիգներից առաջին 5-ը թիրախին կաշում են 0.8 հավանականությամբ, երկրորդ 7-ը՝ 0.7 հավանականությամբ, երրորդ 4-ը՝ 0.6 հավանականությամբ, § չորրորդ 2-ը՝ 0.5 հավանականությամբ: Պատահական ընտրված հրաձիգը կրակեց § վրիպեց: Ո՞ր խմբին է նա պատկանում ամենամեծ հավանականությամբ:

9.2.15. Մեկ կրակոցից թիրախին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.8-ի: Կատարվում է չորս կրակոց: Գտնել հավանականությունը, որ թիրախին կկաշեն՝

- 1) երկու անգամ; 2) երեք անգամ;

- 3) ոչ պակաս քան երեք անգամ; 4) գոնե մեկ անգամ:
- 9.2.16. Ո՞րն է հավանական, հաղթել հավասարազոր հակառակորդին՝
- 1) չորսից երեք պարտիայում, թե՞ ութից հինգ պարտիայում;
 - 2) չորսից ոչ պակաս, քան երեք պարտիայում, թե՞ ութից ոչ պակաս, քան հինգ պարտիայում (ոչ-ոքիները բացառվում են):
- 9.2.17. Մեկ կրակոցից թիրախին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.2-ի: Քանի՞ կրակոց պետք է կատարել, որպեսզի ոչ պակաս, քան 0.9 հավանականությամբ գոնե մեկ անգամ կաշեն թիրախին:
- 9.2.18. 10-ին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.7-ի, իսկ 9-ին՝ 0.3 ի: Գտնել հավանականությունը, որ հրաձիգը երեք կրակոցից կհավաքի ոչ պակաս, քան 29 միավոր:
- 9.2.19. Ընտանիքում կա տաս երեխա: Համարելով, որ տղա \S աղջիկ ծնվելու հավանականությունը հավասար են 0.5-ի, գտնել հավանականությունը, որ այդ ընտանիքում կա՝
- 1) հինգ տղա;
 - 2) ոչ պակաս, քան երեք \S ոչ ավել, քան ութ տղա:
- 9.2.20. Մեկ փորձում պատահարի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է 0.2-ի: Գտնել հավանականությունը, որ 18 փորձերում պատահարը հանդես կգա առնվազն երեք անգամ:
- 9.2.21. Մեկ կրակոցից թիրախին կաշելու հավանականությունը հավասար է 0.8-ի: Քանի՞ կրակոց պետք է կատարել, որպեսզի թիրախին կաշելու անհավանական թիվը հավասար լինի 20-ի:
- 9.2.22. -

խոտան՝

- 1) $p = 0.001, n = 2000, m = 5$; 2) $p = 0.008, n = 500, m = 3$;
 - 3) $p = 0.002, n = 1000, m = 4$; 4) $p = 0.0001, n = 50000, m = 5$:
- 9.2.23. Հավանականությունը, որ դետալը առաջին տեսակի է՝ հավասար է $p - \zeta$: Գտնել հավանականությունը, որ n դետալներից m հատը կլինեն առաջին տեսակի՝
- 1) $p = 0.8, n = 400, m = 330$; 2) $p = 0.75, n = 300, m = 240$;
 - 3) $p = 0.6, n = 600, m = 375$; 4) $p = 0.64, n = 625, m = 370$;
- 9.2.24. Մեկ փորձում պատահարի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է $p - \zeta$: Գտնել հավանականությունը, որ n փորձերում այն հանդես կգա ոչ պակաս, քան m_1 \S ոչ ավել, քան m_2 անգամ՝
- 1) $p = 0.6, n = 150, m_1 = 78, m_2 = 96$;
 - 2) $p = 0.9, n = 400, m_1 = 345, m_2 = 372$;
 - 3) $p = 0.75, n = 300, m_1 = 210, m_2 = 252$;
 - 4) $p = 0.36, n = 625, m_1 = 225, m_2 = 250$:

**« 3 Պատահական մեծությունների թվային
բնութագրիչները:**

9.3.1. Մեկ փորձում A պատահարի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է p - ζ : Կատարվում են k փորձեր: X պատահական մեծությունը այդ փորձերում A - ζ հանդես գալու թիվն է: Հաշվել $M(X)-\bar{A}$ և $D(X)-\bar{A}$, եթե՝

1) $k=1$; 2) $k=2$; 3) $k=n$:

9.3.2. Մեկ փորձում A պատահարի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է p - ζ : Փորձերը կատարվում են մինչև A - ζ հանդես գալը: X պատահական մեծությունը կատարված փորձերի քանակն է: Հաշվել $M(X)-\bar{A}$ և $D(X)-\bar{A}$:

9.3.3. Մեկ փորձում A պատահարի հանդես գալու հավանականությունը հավասար է p - ζ : Կատարվում է երկու փորձ: X պատահական մեծությունը այդ փորձում A - ζ հանդես գալու և հանդես չգալու քանակների տարբերությունն է, իսկ Y - \bar{A} գումարը: Հաշվել X - ζ և Y - ζ մաթեմատիկական սպասումը և դիսպերսիան:

9.3.4. X պատահական մեծությունը ունի Պուասսոնի բաշխում՝
 $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$, $k = 0, 1, 2, \dots$: Հաշվել $M(X)-\bar{A}$ և $D(X)-\bar{A}$:

9.3.5. պատահական մեծության հավանականությունների բաշխման խտությունը ունի հետևյալ տեսքը՝

1) $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{«}\bar{A}\text{» } x < a \\ \frac{1}{b-a}, & \text{«}\bar{A}\text{» } a \leq x \leq b; \\ 0, & \text{«}\bar{A}\text{» } x > b \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2 x, & \text{«}\bar{A}\text{» } |x| \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0, & \text{«}\bar{A}\text{» } |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$;

3) $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{«}\bar{A}\text{» } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{«}\bar{A}\text{» } x \geq 0 (\lambda > 0) \end{cases}$; 4) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ ($\sigma > 0$):

5) $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right]; \\ 0 & x \notin \left(0; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$; 6) $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, & x \in (1; 2]; \\ 0 & x \notin (1; 2] \end{cases}$;

7) $f(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - 6, & x \in (2; 4); \\ 0, & x \notin (2; 4) \end{cases}$;

8) $f(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}} & x \in (-3; 3) \\ 0 & x \notin (-3; 3) \end{cases}$:

Գտնել $F(X)$ բաշխման ֆունկցիան ξ հաշվել $M(X)-\hat{A}$ և $D(X)-\hat{A}$:
 Հաշվել հավանականությունը, որ X պատահական մեծությունը կընդունի արժեք $(\alpha; \beta)$ միջակայքից:

9.3.6. X և Y անկախ պատահական մեծությունները տրված են իրենց բաշխման օրենքով: Հաշվել $Z = 2X - 3Y$ պատահական մեծության մաթեմատիկական սպասումը, դիսպերսիան և միջին քառակուսային շեղումը, եթե

1)

X	-6	8	9	10
P	0.1	0.1	0.6	0.2

Y	-8	2
P	0.4	0.6

2)

X	-2	-1	0	3
P	0.2	0.5	0.1	0.2

Y	-3	2
P	0.3	0.7

3)

X	-5	-4	-2	3
P	0.1	0.5	0.2	0.2

Y	-8	-1
P	0.7	0.3

4)

X	-6	-3	2	1
P	0.3	0.3	0.2	0.2

Y	-2	8
P	0.2	0.8

5)

X	-4	-2	-1	3
P	0.1	0.3	0.2	0.4

Y	-3	-1
P	0.4	0.6

6)

X	-2	0	1	4
P	0.5	0.1	0.2	0.2

Y	1	3
P	0.2	0.8

7)

X	-7	-5	-2	3
P	0.4	0.4	0.1	0.1

Y	-3	4
P	0.1	0.9

8)

X	-1	2	4	8
P	0.2	0.5	0.1	0.2

Y	-2	1
P	0.8	0.2

9)

X	-8	-6	-1	5
P	0.5	0.1	0.2	0.2

Y	3	7
P	0.2	0.8

10)

X	-2	1	3	8
P	0.1	0.1	0.3	0.5

Y	7	10
P	0.1	0.9

ԳԼՈՒԽ X
ԿՈՄՊԼԵՔՍ ԹՎԵՐ:
ԿՈՄՊԼԵՔՍ ՓՈՓՈՆԱԿԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ:
ՕՊԵՐԱՑԻՈՆ ՀԱՇԻՎ:

«1 Կոմպլեքս քվեր»

10.1.1. Ապացուցել հետևյալ հավասարությունները՝

55) $\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$; 56) $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$; 57) $\overline{\overline{z_1 + z_2}} = z_1 + z_2$;

58) $|\overline{z}| = |z|$; 59) $z\overline{z} = |z|^2$; 60) $\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$;

61) $\operatorname{Im} z = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$; 62) $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$; 63) $\overline{\overline{z}} = z$;

64) $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$:

10.1.2. Գտնել $x - \overline{A}$ և $x - \overline{A}$ հետևյալ ալ հավասարումներից
 ($x, y \in \mathbb{R}$)

1) $2 + 5ix - 3iy = 14i + 3x - 5y$; 2) $(1+i)x + (1-i)y = 3 - i$;

3) $(2 - 3i)x + (3 - 5i)y = 2 - 5i$; 4) $\frac{6x - iy}{5 + 2i} = \frac{15}{8x + 3iy}$;

5) $\frac{yi}{x - i} = i + x - 2$; 6) $\frac{8i}{x} + iy - 2 = 7i - \frac{10}{x} + y$:

10.1.3. Հաշվել տրված կոմպլեքս քվերների արժեքները՝

1) $\frac{1 - 3i}{2 - i}$; 2) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$; 3) $\frac{(2 - 3i)(4 - i)}{5 - i}$;

4) $\frac{5 + i}{(1 - 2i)(5 - i)}$; 5) $(1 + 2i)^6$; 6) $\frac{(5 + 2i)(4 - 3i)}{(1 - 2i)(1 + 3i)}$;

7) $\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}} - (1 - i)^2$; 8) $\frac{(1 + 2i)^2 - (1 - i)^2}{(3 + 2i)^2 - (2 + i)^2}$; 9) $\cos(1 + i)$;

10) $(1 + 2i)^5 - (1 - 2i)^5$; 11) $\ln(1 - i)$; 12) $\ln(1 + i\sqrt{3})$;

13) $\sin \pi i$; 14) $\operatorname{tg} 2i$; 15) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - i\sqrt{2}\right)$; 16) $(1 + i)(2 + i) + \frac{5}{1 + 2i}$;

10.1.4. Որոշել հետևյալ կոմպլեքս քվերի մոդուլը և արգումենտի
 Գլխավոր արժեքը՝

1) i ; 2) $1 - i$; 3) $-1 - i$;

$$4) \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 5) \frac{1+2i}{2-3i}; \quad 6) \frac{2}{5+i};$$

$$7) 1 + \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}; \quad 8) -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}; \quad 9) \ln(i\sqrt{3});$$

$$10) 3^{2-i}; \quad 11) \ln(-1); \quad 12) \ln(-5);$$

$$13) \ln(1+i\sqrt{3}); \quad 14) \ln(\sqrt{3}-i); \quad 15) \ln i; \quad 16) 5^{-i};$$

10.1.5. Հետևյալ կոմպլեքս թվերը ներկայացնել եռանկյունաչափական տեսքով՝

$$1) -1; \quad 2) \pm i; \quad 3) 2i; \quad 4) 1 \pm i; \quad 5) -1 - i\sqrt{3}; \quad 6) 5+3i; \quad 7) e^{-i}; \quad 8) e^{4-3i};$$

$$9) \sin \alpha - i \cos \alpha; \quad 10) 1 - \sin \alpha + i \cos \alpha, \quad \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$$

10.1.6. Հ ա ղ վ ե լ

$$1) (1+i)^{16}; \quad 2) -(1-i\sqrt{3})^{15}; \quad 3) \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{18};$$

$$4) \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}; \quad 5) \frac{(1-i\sqrt{3})^{10}(-\sqrt{3}+i)^{15}}{(1+i)^{16}}; \quad 6) \frac{(-1+i\sqrt{3})^{15}}{(1-i)^{20}};$$

$$7) \frac{(-1-i\sqrt{3})^{10}}{(-1+i)^{16}}; \quad 8) \frac{(1-i\sqrt{3})^{12} - (1+i\sqrt{3})^6}{(i-1)^{12}}; \quad 9) \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8;$$

$$10) \frac{(1+i\sqrt{3})^{10}}{(1-i)^{12}(\sqrt{3}-i)^{21}};$$

10.1.7. Որոշել հետևյալ աստիճանների բոլոր արժեքները՝

$$1) i^i; \quad 2) (-1)^{i\sqrt{2}}; \quad 3) i^i; \quad 4) -i^i; \quad 5) 1^{\sqrt{2}};$$

$$6) \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i}; \quad 7) \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\sqrt{3}}; \quad 8) (1-i)^{2-2i};$$

10.1.8. Գ տ ն ե լ հետևյալ արմատների բոլոր արժեքները՝

$$1) \sqrt[3]{1}; \quad 2) \sqrt[4]{-1}; \quad 3) \sqrt{i}; \quad 4) \sqrt[4]{i};$$

$$5) \sqrt[5]{-i}; \quad 6) \sqrt{1-i}; \quad 7) \sqrt[3]{2-2i}; \quad 8) \sqrt[3]{-1+i};$$

$$9) \sqrt{2-2\sqrt{3}i}; \quad 10) \sqrt[5]{\frac{\sqrt{6}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}};$$

10.1.9. Լ ու ծ ե լ հ ե տ ն յ ա լ հ ա վ ա ս ար ու մ ն եր ը՝

$$1) x^2 + 1 = 0; \quad 2) x^4 + 16 = 0; \quad 3) x^3 + 8 = 0; \quad 4) x^2 + 4x + 9 = 0;$$

5) $x^4 + x^2 + 1 = 0$; 6) $x^4 - 2x^2 + 4 = 0$; 7) $x^3 - 1 = 0$; 8) $x^6 - 1 = 0$;

10.1.10. Հաշվել հետևյալ գումարները՝

- 1) $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin kx$; 2) $\cos x + \cos 2x + \dots + \cos kx$;
 3) $\sin x + \sin 3x + \dots + \sin(2k-1)x$; 4) $\cos x + \cos 2x + \dots + \cos(2k-1)x$;
 5) $1 + 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 + \dots + \sin(2k-1)x$, որտեղ $\varepsilon = \sqrt[k]{1} - \zeta$ որի ζ արժեքն է:

10.1.11. Հետազոտել $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ շարքի զուգամիտությունը, եթե՝

- 1) $z_n = e^{in}$; 2) $z_n = \frac{e^{in}}{n}$; 3) $z_n = \frac{e^{in\varphi}}{n}$; 4) $z_n = \frac{e^{in}}{n^2}$;
 5) $z_n = \frac{1}{n} e^{\frac{\pi i}{n}}$; 6) $z_n = \frac{i^n}{n}$; 7) $z_n = \left(\frac{1+i}{2}\right)^n$; 8) $c_n = \frac{(1+i)^{n-1}}{n!}$;
 9) $z_n = \frac{n_i}{n+1}$; 10) $z_n = \frac{1}{n!} + \frac{i}{n}$:

10.1.12. Գտնել $\sum_{n=1}^{\infty} c_n z^n$ աստիճանային շարքի զուգամիտության շառավիղը, եթե՝

- 1) $c_n = \frac{1}{n}$; 2) $c_n = n^n$; 3) $c_n = \frac{1}{n!}$; 4) $c_n = \frac{n}{2^n}$;
 5) $c_n = \cos in$; 6) $c_n = (1+i)^n$; 7) $c_n = n^p$; 8) $c_n = \frac{n!}{n^n}$;
 9) $c_n = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{3}\right)^n$; 10) $c_n = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^n$:

« 2. Կոմպլեքս փոփոխականի ֆունկցիաներ

10.2.1. Վերականգնել $f(z) = u(x; y) + iv(x; y)$ անալիտիկ ֆունկցիան,

եթե հայտնի է նրա իրական կամ կեղծ մասը.

- 1) $u = x^2 - y^2, f(0) = 0$; 2) $u(x; y) = 2e^x \cos y, f(0) = 2$;
 3) $u = \frac{x}{x^2 + y^2}, f(\pi) = \frac{1}{\pi}$; 4) $v = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, f(1) = 0$;
 5) $v = e^x(y \cos y + x \sin y) + x + y$; 6) $v = x^3 - 3xy^2, f(i) = i$;
 7) $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$; 8) $u = \frac{1}{2}(e^{-y} + e^y) \cos x$;
 9) $v = \frac{1}{2}(e^y - e^{-y}) \cos x$; 10) $v = e^{x^2 - y^2} \cdot \sin 2xy$:

10.2.2. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների մնացրները եզակի կետերում.

$$\begin{aligned}
 &1) f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}; \quad 2) f(z) = \frac{1}{z^2 + 4}; \quad 3) f(z) = \frac{1}{z^2 - 2z + 5}; \\
 &4) f(z) = \frac{z^2}{(z-2)^3}; \quad 5) f(z) = \frac{e^z}{z^3(z-1)}; \quad 6) f(z) = \frac{z^{2n}}{(z-1)^n}; \\
 &7) f(z) = \frac{\cos z}{(z-1)^2}; \quad 8) f(z) = \frac{1}{e^z + 1}; \quad 9) f(z) = \frac{\sin \pi z}{(z^2 + 1)^2}; \\
 &10) f(z) = \frac{1}{\sin z} (z = \pi); \quad 11) f(z) = \frac{1}{1 - \cos z} (z = 0);
 \end{aligned}$$

10.2.3. Հաշվել հետևյալ ինտեգրալները.

$$\begin{aligned}
 &1) \int_{|z|=1} z \bar{z} dz; \quad 2) \int_{|z|=1} z \operatorname{Im} z^2 dz; \quad 3) \int_{|z|=1} \bar{z} dz; \quad 4) \int_{|z-a|=R} \frac{dz}{(z-a)^n}; \\
 &5) \int_0^{1+i} z \sin z^2 dz; \quad 6) \int_1^i z e^z dz; \quad 7) \int_0^{1+i} z^3 dz; \quad 8) \int_0^i z \cos z dz; \\
 &9) \int_{|z|=1} \frac{e^z dz}{z^2 + 2z}; \quad 10) \int_{|z-1|=2} \frac{\sin \frac{\pi z}{2} dz}{z^2 + 2z - 3}; \quad 11) \int_{|z-2|=1.5} \frac{e^z dz}{z(z-3)}; \quad 12) \int_{|z-i|=1} \frac{dz}{z^2 + 1}; \\
 &13) \int_{|z+i|=2} \frac{\cos z dz}{z + 2i}; \quad 14) \int_{|z-2|=2} \frac{z dz}{z^4 - 1}; \quad 15) \int_{|z|=2} \frac{z dz}{(z-1)(z-3)};
 \end{aligned}$$

10.2.4. Մնացրների օգնությամբ հաշվել հետևյալ ինտեգրալները.

$$\begin{aligned}
 &1) \int_{|z|=1} \frac{ctgz}{4z - \pi} dz; \quad 2) \int_{|z-1-i|=1} \frac{dz}{z^3 + 1}; \quad 3) \int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3} dz; \\
 &4) \int_{|z-1|=1.5} \frac{e^{iz} dz}{(z^2 - 1)^2}; \quad 5) \int_{|z|=1} z t g \pi z dz; \quad 6) \int_{|z-1|=1} \frac{dz}{z^4 + 1}; \\
 &7) \int_{|z|=\sqrt{3}} \frac{\sin \pi z dz}{z^2 - z}; \quad 8) \int_{|z-1-i|=2} \frac{dz}{(z^2 + 1)(z-1)^2}; \quad 9) \int_{|z|=2} \frac{z \sin z dz}{(z-1)^5}; \\
 &10) \int_{|z|=1} \frac{z^2 dz}{\sin^3 z \cos z}; \quad 11) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4x + 13)^2}; \\
 &12) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin ax dx}{x^2 + b^2} (a > 0; b > 0); \quad 13) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2 - 2x + 10}; \\
 &14) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2 + 4x + 20}; \quad 15) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}; \quad 16) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1 + x^2)^{n+1}};
 \end{aligned}$$

$$17) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{1 - 2p \cos x + p^2} \quad (0 < p < 1); \quad 18) \int_0^{+\infty} \frac{\cos x dx}{a^2 + x^2} \quad (m > 0; a > 0):$$

$$19) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^3}; \quad 20) \int_0^{2\pi} \frac{dx}{(a+b \cos x)^2} \quad (a > b > 0); \quad 21) \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx:$$

« 3. Օպերացիոն հաշիվ

10.3.1. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների պատկերները

- 1) $f(t) = a^t$; 2) $f(t) = \cos^3 t$; 3) $f(t) = \operatorname{sh} bt$;
 4) $f(t) = \operatorname{sh} at \sin bt$; 5) $f(t) = t \operatorname{ch} t$; 6) $f(t) = \sin^2 t$;
 7) $f(t) = e^t \cos^2 t$; 8) $f(t) = \operatorname{ch} bt$; 9) $f(t) = \operatorname{sh} at \cos bt$;
 10) $f(t) = \operatorname{ch} at \sin bt$; 11) $f(t) = \operatorname{ch} at \cos bt$; 12) $f(t) = \operatorname{sh} bt$:

10.3.2. Գտնել հետևյալ ֆունկցիաների օրիգինալները

$$1) F(p) = \frac{p}{p^2 - 2p + 5}; \quad 2) F(p) = \frac{1}{p^3 - 8}; \quad 3) F(p) = \frac{p}{(p-1)^3(p+2)^2};$$

$$4) F(p) = \frac{p+1}{p(p-1)(p-2)(p-3)}; \quad 5) F(p) = \frac{1}{p(p^4+1)};$$

$$6) F(p) = \frac{1}{p(p^2+1)(p^2+4)}; \quad 7) F(p) = \frac{1}{(p-1)(p^2-4)};$$

$$8) F(p) = \frac{p+3}{p(p^2-4p+3)}; \quad 9) F(p) = \frac{1}{p(p^4-5p^2+4)};$$

$$10) F(p) = \frac{p}{p^4-1}; \quad 11) F(p) = \frac{p^2}{(p^2+1)^2};$$

$$12) F(p) = \frac{1}{(p-1)^3}; \quad 13) F(p) = \frac{p}{(p+1)(p+2)(p+3)(p+4)};$$

$$14) F(p) = \frac{4-p-p^2}{p^3-p^2}; \quad 15) F(p) = \frac{1}{(p-1)^3(p^3+1)};$$

$$16) F(p) = \frac{1}{(p^2+a^2)^2}; \quad 17) F(p) = \frac{p}{(p^2+a^2)^2};$$

10.3.3. Օպերացիոն հաշիվի մեթոդներով լուծել հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարումները

$$1) y'' - 2y' - 3y = e^{3t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0;$$

$$2) y'' + y' - 2y = e^{-t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$$

$$3) y'' - 9y = e^{3t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0;$$

- 4) $y'' + y' - 2y = e^t$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 0$;
- 5) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = e^{3t}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$;
- 6) $y'' + 9y = 6e^{3t}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$;
- 7) $y'' + 6y' + 5y = e^{2t}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
- 8) $y'' + 2y' + y = \sin t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
- 9) $y'' + y = 2\cos t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
- 10) $y'' - y' - 6y = 4$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;
- 11) $y'' - 3y' + 2y = t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;
- 12) $\begin{cases} x' = 2y; & x(0) = 2 \\ y' = 2x; & y(0) = 2 \end{cases}$;
- 13) $\begin{cases} x' = 2x + 4y; & x(0) = 0 \\ y' = 4x - 3y; & y(0) = 1 \end{cases}$;
- 14) $\begin{cases} x' = x - 2y; & x(0) = 1 \\ y' = x - y; & y(0) = 1 \end{cases}$;
- 15) $\begin{cases} x' = 3x + 2y; & x(0) = -1 \\ y' = -x - y; & y(0) = 1 \end{cases}$;

**ՊԱՏԱՍԻԱՆՆԵՐ
ԳԼՈՒԽ I**

«1

- 1.1.1. 1)150; 2) 240; 3) 210; 4) 208; 1.1.2. 1) ուղղանկյուն, 2) սուրանկյուն, 3) սուրանկյուն, 4) բութանկյուն, 5) ուղղանկյուն, 6) ուղղանկյուն; 1.1.3.(3;0); 1.1.4. (0;1), (0;4;25);; 1.1.5. 1) (5;5), (29;29); 2)(4;4), (20;20); 1.1.6.(6;4); 1.1.7 1)(4;0), (3;0); 2)(1;0), (6;0); 1.1.8.(3;0); 1.1.10.(0;4), (-1;-3) 1.1.11.(-5;0), (-2;-4) կամ (3;6), (6;2); 1.1.12. 1)R = 10, (3;-2); 2)R = 5, (7;6); 1.1.14.R = 2, (2;2) կամ R = 10, (10 ;10); 1.1.15.(-3;-5), (5;-5); 1.1.16. 1)(-2;4), (4;1), (2;3); 2)(2;-4), (-2;2), (-1;1); 1.1.17. $\sqrt{72.5}, 5\sqrt{2}, \sqrt{42.5}$; 1.1.18.1)(1;-3), (3;1), (-5;7); 2)(-5;-4), (7;0), (1;8); 3)(-7;-2), (9;6), (1;14); 1.1.19. 1)(-3;1); 2)(-2;9); 3)(1;3); 1.1.20. 1)(-3;75;7), (-1;5;6), (1;25;5); 2)(-2;-2), (1;0), (4;2), (7;4); 3) (4;3), (7;5); 4) $\left(\frac{4}{3}; 6\right); \left(\frac{14}{3}; 6\right)$, 5) (1;-1), (3;0), (5;1), (7;2); 1.1.21. A(3;-1), B(0;8); 1.1.22. $M_2(6;10)$; 1.1.23. C(2;2;6;4); 1.1.24. C(-1;75;0.25); 1.1.25. C(-2;-8); 1.1.26. 1) $\frac{14\sqrt{2}}{3}$; 2)1.5; 1.1.27. 1)(2;1); 2)(4;3); 3)(-2;1); 1.1.28. (1;2); 1.1.29. A(2;1), B(6;9); 1.1.30. (3;-1); 1.1.31. (4;-5); 1.1.32.(-9;0); 1.1.33.(0;-3); 1.1.34.1:3; 1.1.35.(4;5;1); 1.1.36.1)14; 2)12; 3)25; 1.1.37. 1)5; 2)1; 1.1.38. 7.4; 1.1.39.1)(4;2); 2)(6;3); 1.1.40. $\left(-\frac{6}{11}; \frac{45}{11}\right)$; 1.1.41. $\left(\frac{7}{18}; \frac{10}{3}\right)$; 1.1.42. (0;-8) կամ (0;-2); 1.1.43. (5;0) կամ $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$; 1.1.44. (5;2) կամ (2;2):

«2

- 1.2.3.1) $x - \sqrt{3}y + 2\sqrt{3} = 0$; 2) $x - y + 3 = 0$; 3) $\sqrt{3}x - y = 0$; 4) $x + y + 2 = 0$; 5) $x - 2y + 2 = 0$; 6) $4x - y + 2 = 0$; 7) $\sqrt{3}x + y + 1 = 0$; 8) $x + \sqrt{3}y - 5\sqrt{3} = 0$; 1.2.4. 1) $x - \sqrt{3}y = 0$; 2) $y - x - 2 = 0$; 3) $y - 2x - 4 = 0$; 4) $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$; 5) $5x - y + 9 = 0$; 6) $\sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0$; 1.2.5.1) $3x + 2y - 6 = 0$; 2) $x - y + 1 = 0$; 3) $x + 5y - 5 = 0$; 4) $3x - 2y - 6 = 0$; 5) $2x + 3y + 6 = 0$; 1.2.6.1) $k = 5, b = 3$; 2) $k = -\frac{2}{3}, b = 2$; 3) $k = -\frac{5}{3}, b = -\frac{2}{3}$; 4) $k = -\frac{2}{3}, b = 0$; 5) $k = 0, b = \frac{4}{3}$;

6) $k = -\frac{4}{9}, b = \frac{10}{9}$; 1.2.7. 1) $\frac{x}{9} + \frac{y}{-1} = 1$; 2) $\frac{x}{0.4} + \frac{y}{1} = 1$; 3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} = 1$;

4) $\frac{x}{1} + \frac{y}{0.5} = 1$; 1.2.9. 1) 7.5; 2) 17; 1.2.10. 1) $x - 2y + 2 = 0, 2x + y - 1 = 0, 3x + 4y + 6 = 0$;

2) $2x + 3y - 11 = 0, x - y - 3 = 0, 9x + y + 13 = 0$;

1.2.11. $(-1; 4)$ лунд $\left(\frac{25}{7}; -\frac{36}{7}\right)$; 1.2.12. $(1; -3), (-2; 5), (5; -9), (8; -17)$;

1.2.13. $(1; -7)$ лунд $(-2; 10)$; 1.2.14. 1) $3x - 4y + 11 = 0, k = 0.75$;

2) $3x + 2y - 8 = 0, k = -1.5$; 3) $y = 3x, k = 3$; 4) $y = -1, k = 0$;

5) $x - 2y - 2 = 0, k = 0.5$; 1.2.15. 1) 0° ; 2) 90° ; 3) 45° ; 4) 0° ; 5) 90° ; 6) 45° ; 7) 45° ;

8) $\arctg \frac{23}{14}$ 9) 60° ; 1.2.16. 1) $y = 7$; 2) $x = -3$; 3) $5x - 2y + 29 = 0$;

4) $x + 3y = 18$; 5) $y = -2x + 1$; 6) $7x + 3y = 0$; 1.2.17. 1) $2x - y + 1 = 0$;

2) $3x + 7y - 41 = 0$; 3) $y = 5$; 4) $x = 2$; 5) $y = 3x - 1$; 6) $y = -x + 7$;

1.2.18. $3x + 2y = 0, 2x - 3y - 13 = 0$; 1.2.19. $(2; 1), (4; 2), (-1; 7), (1; 8)$;

1.2.20. $(11; -11)$; 1.2.21. $(-2; -1)$; 1.2.22. 1) $3x - 2y - 7 = 0$; 2) $5x + y - 7 = 0$;

3) $8x + 12y + 5 = 0$; 4) $5x + 7y + 9 = 0$; 1.2.23. 1) $7x + 13y - 20 = 0$;

2) $9x - 4y - 5 = 0$; 1.2.24. 1) $2x - 3y + 11 = 0$; 2) $x - 3y + 10 = 0$; 1.2.25.

$5x - 2y - 33 = 0, x + 4y - 11 = 0, 7x + 6y + 33 = 0$;

1.2.26. $7x - 2y - 12 = 0, 5x + y - 28 = 0, 2x - 3y - 18 = 0$;

1.2.27. $2x + y - 8 = 0, x + 2y - 1 = 0, x - y - 1 = 0, x - 3 = 0, x + y - 3 = 0, y = 0$;

1.2.28. $\left(\frac{8}{3}; -2\right)$; 1.2.29. $2x - 5y + 25 = 0, 2x - 5y - 4 = 0$; 1.2.30. $(3; 4)$; 1.2.33.

$3x - 5y + 4 = 0, x + 7y - 16 = 0, 3x - 5y - 22 = 0, x + 7y + 10 = 0$;

1.2.34. $(-12; 5)$; 1.2.35. $(10; -5)$; 1.2.36. $x + 5y - 17 = 0$ лунд $5x - y - 7 = 0$;

1.2.37. $x - 5y + 3 = 0$ лунд $5x + y - 11 = 0$; 1.2.38. $4x + 3y + 1 = 0,$

$3x - 4y + 32 = 0, 4x + 3y - 24 = 0, 3x - 4y + 7 = 0, x + 7y - 31 = 0$;

1.2.39. $3x - 4y + 15 = 0, 4x + 3y - 30 = 0, 3x - 4y - 10 = 0, 4x + 3y - 5 = 0$;

1.2.40. $2x + y - 16 = 0, 2x + y + 14 = 0, x - 2y - 18 = 0$; 1.2.41. $(6; -6)$;

1.2.42. $4x - y - 13 = 0, x - 5 = 0, x + 8y + 5 = 0$;

1.2.43. $3x + 4y - 22 = 0, 2x - 7y - 5 = 0, 3x + 5y - 23 = 0$;

1.2.44. $2x - y + 3 = 0, 2x + y - 7 = 0, x - 2y - 6 = 0$;

1.2.45. $4x - 3y + 10 = 0, 7x + y - 20 = 0, 3x + 4y - 5 = 0$;

$$1.2.46.1) \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - 2 = 0; 2) -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 10 = 0; 3) -\frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 1 = 0;$$

$$4) -x - 2 = 0; 5) \frac{2}{\sqrt{5}}x - \frac{1}{\sqrt{5}}y - 1 = 0: 1.2.47. 1)3; 2)1; 3)4; 4)0: \quad 1.2.48. 1)$$

նույն կողմում; 2) տարբեր կողմերում; 3) նույն կողմում; 4) նույն կողմում;
5)տարբեր կողմերում: 1.2.49.1)2.5;2)3; 3) 0.5; 4) 3.5: 1.2.50. 5: 1.2.53. 6:

$$1.2.54. 1) ուռուցիկ է; 2) ուռուցիկ չէ: 1.2.55. 4: 1.2.56. 1) $x + y - 3\sqrt{2} = 0;$$$

$$2) $x - \sqrt{3}y + 6 = 0;$ 3) $x - \sqrt{3}y + 6 = 0;$ 4) $x - y + 3\sqrt{2} = 0: 1.2.57.$$$

$$1) $4x - 4y + 3 = 0, 2x + 2y - 7 = 0;$ 2) $4x + 1 = 0,$ $8y + 13 = 0;$$$

$$3) $14x - 8y - 3 = 0, 64x + 112y - 23 = 0;$ 4) $x - 3y - 2 = 0,$ $3x + y - 12 = 0:$$$

$$1.2.58.1;6;8: 1.2.59.2;4\sqrt{5}: 1.2.60. $8x + 4y - 5 = 0:$ 1.2.61. $3x - 19 = 0:$$$

$$1.2.62. $7x + 56y - 40 = 0:$ 1.2.63. $x + y + 5 = 0:$$$

$$1.2.64.1) \begin{cases} 3x + 4y - 36 > 0 \\ 11x - 2y - 68 < 0 \\ 13x - 16y + 58 > 0 \end{cases}; 2) \begin{cases} 3x + 4y - 13 > 0 \\ 13x - 16y + 117 > 0 \\ 11x - 2y - 81 < 0 \end{cases}; 3) \begin{cases} 3x + 4y + 40 > 0 \\ 11x - 2y - 20 < 0 \\ 13x - 16y + 140 > 0 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} 3x + 4y - 3 > 0 \\ 11x - 2y - 161 < 0 \\ 13x - 16y - 13 > 0 \end{cases}; 5) \begin{cases} 3x + 4y + 5 > 0 \\ 7x + y - 30 < 0 \\ x - 2y + 15 > 0 \end{cases}; 6) \begin{cases} 3x + 4y - 21 > 0 \\ 7x + y - 49 < 0 \\ x - 2y + 23 > 0 \end{cases}: \quad 1.2.66.$$

$$1) $5x - 12y - 65 = 0, 5x + 12y - 65 = 0;$ 2) $y = 2, 3x + 4y + 10 = 0: 1.2.67. (2; -1):$$$

$$1.2.68. 1) $3x + 2y - 7 = 0;$ 2) $9x - 4y = 0;$ 3) $y = 0;$ 4) $x = 1;$ 5) $4x + 3y - 10 = 0;$$$

$$6) $3x - 2y + 1 = 0: 1.2.69. C = 11: 1.2.70. a \neq -2: 1.2.71. x - y - 7 = 0:$$$

$$1.2.72. $13x + 11y - 8 = 0: 1.2.73. 4x + 3y - 15 = 0$ կամ $3x - 4y + 205 = 0:$$$

«3

$$1.3.1. 1) $R = 2, (0; -2); 2) $R = \sqrt{0.5}, (-2.5; 2.5); 3) $R = 3.75, (3; -0.25);$$$$$

$$4) $R = \frac{9}{14}, \left(\frac{1}{7}; \frac{1}{2}\right): 1.3.2 A = B \neq 0, C^2 + D^2 > AE, R = \frac{\sqrt{C^2 + D^2 - AE}}{|A|}; \left(-\frac{C}{A}; -\frac{D}{A}\right):$$$

$$1.3.3.1) O(0;0) \text{ կենտրոնով } \S R = 3 \text{ շառավղով կիսաշրջանագիծ } (y \geq 0);$$

$$2) O(0;0) \text{ կենտրոնով } \S R = 5 \text{ շառավղով կիսաշրջանագիծ } (y \leq 0);$$

$$3) O(0;0) \text{ կենտրոնով } \S R = 2 \text{ շառավղով շրջանագիծ } (x \leq 0);$$

$$4) O(0;0) \text{ կենտրոնով } \S R = 4 \text{ շառավղով շրջանագիծ } (x \geq 0);$$

$$5) O(0;15) \text{ կենտրոնով } \S R = 8 \text{ շառավղով կիսաշրջանագիծ } (y \geq 15);$$

$$6) O(0;15) \text{ կենտրոնով } \S R = 8 \text{ շառավղով կիսաշրջանագիծ } (y \leq 15);$$

$$7) O(-2;0) \text{ կենտրոնով } \S R = 3 \text{ շառավղով կիսաշրջանագիծ } (x \leq -2);$$

$$8) O(-2;0) \text{ կենտրոնով } \S R = 3 \text{ շառավղով կիսաշրջանագիծ } (x \geq -2);$$

9) $O(-2; -3)$ կենտրոնով § $R = 5$ շառավղով կիսաշրջանագիծ ($x \leq 3$);

10) $O(-5; -3)$ կենտրոնով § $R = 7$ շառավղով կիսաշրջանագիծ ($x \geq -5$):

1.3.4. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 10$: 1.3.5. $4x - 3y + 15 = 0$: 1.3.6. $4x + 3y - 16 = 0$:

1.3.7. $5x - 12y + 29 = 0$, $5x - 12y - 23 = 0$: 1.3.8. $x - 5 = 0$, $y - 4 = 0$:

1.3.9. 1) $(x-6)^2 + (y+8)^2 = 0$; 2) $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 8$; 3) $x^2 + y^2 = 16$;

4) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$; 5) $(x-1)^2 + y^2 = 1$; 6) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$: 1.3.10.

1) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$, $(x-4.4)^2 + (y+6.2)^2 = 57.8$;

2) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$, $\left(x + \frac{202}{49}\right)^2 + \left(y - \frac{349}{49}\right)^2 = \left(\frac{185}{49}\right)^2$:

1.3.11. 1) $\left(x + \frac{10}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{25}{7}\right)^2 = 1$, $\left(x - \frac{30}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{7}\right)^2 = 1$:

2) $(x-5)^2 + y^2 = 16$, $(x+15)^2 + y^2 = 256$: 1.3.12. 1) 7; 2) 17; 3) 2; 1.3.13.

1) $|Aa + Bb + C| > R\sqrt{A^2 + B^2}$; 2) $|Aa + Bb + C| < R\sqrt{A^2 + B^2}$

3) $|Aa + Bb + C| = R\sqrt{A^2 + B^2}$: 1.3.14. $2x + y - 5 = 0$, $x - 2y = 0$:

1.3.15. 90° : 1.3.16. 7.5: 1.3.17. 1) $3x^2 - y^2 = 27$; 2) $5x^2 - 4y^2 = 20$;

3) $5x^2 + 9y^2 = 45$; 4) $3x^2 + 4y^2 = 108$; 5) $8y = (x-2)^2 + 24$;

6) $12y = (x-3)^2 - 12$:

1.3.18. 1) $a \neq b$, $\sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$, $(\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$ \neq $(-\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$ $x = \pm \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - b^2}}$; 2)

$a \neq b$, $\sqrt{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2}$, $(0; \sqrt{a^2 - b^2})$ \neq $(0; -\sqrt{a^2 - b^2})$, $y = \pm \frac{b^2}{\sqrt{b^2 - a^2}}$;

3) 5 § 3; 0.8; (4; 0) \neq (-4; 0), $x = \pm 6.25$;

4) 0.5 § 1; $\frac{\sqrt{3}}{2}$: $\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ § $\left(0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $y = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$;

5) 1 § 4; $\frac{\sqrt{15}}{4}$; $(0; \sqrt{15})$ § $(0; -\sqrt{15})$; $y = \pm \frac{1}{\sqrt{15}}$;

6) $\frac{1}{5} \neq \frac{1}{3}$; $\frac{4}{5}$; $\left(0; \frac{4}{15}\right)$ § $\left(0; -\frac{4}{15}\right)$; $y = \pm \frac{5}{4}$:

1.3.19. A_7, A_6 – ը գտնվում են էլիպսի վրա, $A_3, A_5, A_7, A_9, A_{10}$ – ը գտնվում են էլիպսից դուրս, A_2, A_4, A_8 – ը գտնվում են էլիպսի ներսում: 1.3.20. 1)

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1; 2) \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{75} = 1; 3) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1; 4) \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1;$$

$$5) \frac{x^2}{10} + y^2 = 1; 6) \frac{x^2}{56.25} + \frac{y^2}{36} = 1; 7) \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1; 8) \frac{x^2}{25} + \frac{36y^2}{275} = 1;$$

$$9) \frac{x^2}{24} + \frac{36y^2}{16} = 1; 10) 68x^2 + 48xy + 82y^2 - 25 = 0;$$

11) $5x^2 + 9y^2 + 4x - 18y - 55 = 0$: 1.3.21. 1) (4;15), (3;2): 2) չի հասնում:

1.3.22. $K^2a^2 + b^2 = m^2$: 1.3.23. 1) $x + y = 5$ § $x + 4y = 10$;

2) $4x + 3y = 16$ § $4x + 5y = 0$; 3) $42y + (24\sqrt{30})x + (1\sqrt{16\sqrt{30}}) = 0$:

1.3.24.1 $a \neq b$, $\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$, $(\sqrt{a^2 + b^2}; 0) \notin (-\sqrt{a^2 + b^2}; 0) \notin$

$$x = \pm \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}, bx \pm ay = 0;$$

2) $b \neq a$, $\sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}$, $(0; \sqrt{a^2 + b^2}) \notin (0; -\sqrt{a^2 + b^2})$,

$$y = \pm \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}, bx \pm ay = 0:$$

3) $4 \neq 3, \frac{5}{4}$, $(5; 0) \notin (-5; 0)$, $x = \pm \frac{16}{5}$, $3x \pm 4y = 0$;

4) $1 \neq 1, \sqrt{2}$, $(0; \sqrt{2}) \notin (0; -\sqrt{2})$, $y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$, $y \pm x = 0$;

5) $4 \neq 1, \frac{\sqrt{17}}{4}$, $(\sqrt{17}; 0) \notin (-\sqrt{17}; 0)$, $x = \pm \frac{16}{\sqrt{17}}$, $x \pm 4y = 0$;

6) $\frac{5}{2} \neq \frac{5}{3}, \frac{\sqrt{13}}{3}$, $\left(\frac{5\sqrt{13}}{6}; 0\right) \notin \left(-\frac{5\sqrt{13}}{6}; 0\right)$, $x = \pm \left(\frac{5}{2\sqrt{13}}\right)$, $2x \pm 3y = 0$:

1.3.25. A_7 – ը գտնվում է հիպերբոլի վրա, A_2, A_4 – ը ընկած են ճյուղերից մեկի ներսում, A_3 – ը՝ ճյուղերի միջև: 1.3.26.1) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$; 2)

$\frac{x^2}{0.25} - \frac{y^2}{3} = 1$; 3) $x^2 - \frac{y^2}{0.2} = 1$ կամ $\frac{6x^2}{485} - \frac{y^2}{7760} = 1$; 4) $\frac{64x^2}{9} - 4y^2 = 1$;

$$5) \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1; \quad 6) \frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{2} = 1; \quad 7) \text{ ուժում չկա}; \quad 8) \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1;$$

$$9) \frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{5} = 1 \text{ կամ } \frac{(x+14)^2}{100} - \frac{(y-3)^2}{125} = 1; \quad 10) \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1: \quad 1.3.27.$$

$$1) (5; -3) \notin (-1; -3), 3 \notin 4, \frac{5}{3}, 4x - 3y - 17 = 0 \notin 4x + 3y + 1 = 0,$$

$$5x - 1 = 0 \notin 5x - 19 = 0;$$

$$2) (3; 1), 8 \notin 6, 1.25, 3x + 4y + 11 = 0 \notin 3x - 4y + 19 = 0, x = -11.4 \notin x = 1.4;$$

$$3) (2; 3) \notin (2; -5), 3 \notin 4, 1.25, 4x + 3y - 5 = 0 \notin 4x - 3y - 11 = 0, y = -4.2 \notin x = 2.2:$$

$$1.3.28. 1) (6; 2) \notin \left(\frac{14}{3}; -\frac{2}{3}\right); 2) \left(\frac{25}{4}; 3\right); \quad 1.3.29. K^2 a^2 - b^2 = m^2;$$

$$1.3.30. 5x - 3y - 16 = 0 \quad \S \quad 13x + 5y + 48 = 0: \quad 1.3.31. 1) \left(\frac{p}{2}; 0\right), x = -\frac{p}{2};$$

$$2) \left(-\frac{p}{4}; 0\right), x = -\frac{p}{4}; 3) (1.5; 0), x = -1.5; 4) \left(-\frac{3}{4}; 0\right), x = \frac{3}{4}; 5) \left(0; \frac{1}{4}\right), y = -\frac{1}{4};$$

$$6) \left(0; -\frac{\sqrt{3}}{4}\right), y = \frac{\sqrt{3}}{4}; \quad 1.3.32.1) 49x = 3y^2; 2) x^2 = 28y; 3) y^2 = 12x - 36;$$

$$4) x^2 = 16y - 64; 5) y^2 = -28x; 6) (y - \beta)^2 = \pm(x - \alpha); 7) (x - \alpha)^2 = 2p(y - \beta);$$

$$8) x^2 + 2xy + y^2 - 6x + 2y + 9 = 0; \quad 9) 4x^2 - 4xy + y^2 + 32x + 34y + 89 = 0:$$

$$1.3.33. 1) (2; 0), p = 2, x - 1 = 0; 2) \left(\frac{2}{3}; 0\right), p = 3, 6x - 13 = 0;$$

$$3) \left(0; -\frac{1}{3}\right), p = 3, 6y + 11 = 0; 4) (0; 2), p = 0.5, 4y - 9 = 0;$$

$$5) (-2; 1), p = 2, y = 0 \quad (-2; 1); 6) (1; 3), p = 0.125, y = \frac{47}{16};$$

$$7) (-4; 3), p = 0.25, x = \frac{33}{8}; 8) (0; 1), p = 0.5, x = \frac{1}{4};$$

$$1.3.34. 1) (y - 3)^2 = 16(x - 1) \text{ պարաբոլի այն մասը, որն ընկած է } y - 3 = 0 \text{ ուղղից ներքո};$$

$$2) (y + 5)^2 = -3(x + 7) \text{ պարաբոլի այն մասը, որն ընկած է } y + 5 = 0 \text{ ուղղից ներքո};$$

$$3) (x + 4)^2 = 9(y + 5) \text{ պարաբոլի այն մասը, որն ընկած է } x + 4 = 0 \text{ ուղղից աջ};$$

$$4) (x - 2)^2 = -2(y - 3) \text{ պարաբոլի այն մասը, որն ընկած է } x - 2 = 0 \text{ ուղղից ձախ};$$

$$1.3.35. p = 2bk: \quad 1.3.36. 1) k < 0.5; 2) k = 0.5; 3) k > 0.5:$$

1.3.37. $yy_0 = p(x + x_0)$: 1.3.38. $x + y + 2 = 0$: 1.3.39. $2x - y - 16 = 0$:

1.3.40. $3x - y + 3 = 0$ § $3x - 2y + 12 = 0$: 1.3.41. $13\frac{5}{13}$:

1.3.42. $(6; 12) \notin (6; -12)$: 1.3.43. $(10; \sqrt{30}), (2; \sqrt{6}) \notin (2; -\sqrt{6})$:

1.3.44. $(2; 1), (-1; 4), \left(\frac{3 + \sqrt{13}}{2}; \frac{7 + \sqrt{13}}{2}\right) \notin \left(\frac{3 - \sqrt{13}}{2}; \frac{7 - \sqrt{13}}{2}\right)$:

1.3.45. 1) էլիպս; 2) պարաբոլ; 3) հիպերբոլի ճյուղ; 4) էլիպս;
5) հիպերբոլի ճյուղ; 6) պարաբոլ:

1.3.46. 1) $r^2 = \frac{b^2}{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi}$; 2) $r^2 = \frac{b^2}{\varepsilon^2 \cos^2 \varphi - 1}$; 3) $r = \frac{2p \cos \varphi}{\sin^2 \varphi}$;

1.3.47.1) էլիպս: $\frac{x'^2}{9} + \frac{y'^2}{4} = 1$, նոր սկզբնակետը $O'(5; -2)$ կետն է;

2) հիբերբոլ: $\frac{x'^2}{12} - \frac{y'^2}{9} = 1$, նոր սկզբնակետը $O'(3; -2)$ կետն է;

3) դատարկ բազմություն;

4) երկու հաստվող ուղիղներ $4x'^2 - y'^2 = 0$ նոր սկզբնակետը
 $O'(1; -12)$ կետն է;

5) մեկ կետը՝ $(-4; 1)$;

6) հիբերբոլ $\frac{x'^2}{9} - \frac{y'^2}{4} = 1$;

7) էլիպս $\frac{x'^2}{16} + \frac{y'^2}{4} = 1$;

8) մեկ կետը;

9) հիբերբոլ $x'^2 - \frac{y'^2}{4} = 1$;

10) էլիպս $\frac{x'^2}{16} + \frac{y'^2}{9} = 1$;

11) պարաբոլ $y'^2 = 2x'$;

12) պարաբոլ $y'^2 = 6x'$:

ԳԼՈՒԽ II

« 1.

2.1.1. $(4; 1; 1)$: 2.1.2. $(-1; 2; 3)$: 2.1.3 $a_x = \sqrt{2}, a_y = 1, a_z = -1$:

2.1.4. 1) $\cos \alpha = \frac{12}{25}$; $\cos \beta = -\frac{3}{5}$; $\cos \gamma = -\frac{16}{25}$;

$$2) \cos \alpha = \frac{3}{13}; \cos \beta = \frac{4}{13}; \cos \gamma = \frac{12}{13};$$

2.1.5. 1) այն, 2) ոչ, 3) այն, 4) ոչ, 5) այն, 6) ոչ:

2.1.6. $(1; -1; \sqrt{2})$ կամ $(1; -1; -\sqrt{2})$: 2.1.7. 22: 2.1.8. 20:

2.1.9. 1) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 13$; 2) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{129}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$;

3) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$:

2.1.10. 1) $\vec{a} \perp \vec{b}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյունը;

3) $\vec{a} - \vec{b}$ վեկտորների կազմած անկյունը պետք է լինի բութ;

4) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$:

2.1.11. $\vec{a} = 2\vec{p} + 5\vec{q}$: 2.1.12. $\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}$; $\vec{b} = 0.5\vec{a} - 0.5\vec{c}$; $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$:

2.1.13. $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{d}$, $\vec{b} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$,

$$\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d}:$$

2.1.14. $\alpha = 4$; $\beta = -1$: 2.1.15. $\vec{c} = (-3; 15; 12)$: 2.1.16. 1) այն, 2) ոչ, 3) այն:

2.1.17. 1) $1.5\sqrt{2}$; 2) -21 ; 3) 0; 4) 6: 2.1.18. 1) 6; 2) 38:

2.1.19. 1) 3; 2) -1 ; 3) 0; 4) 22; 5) -1 ; 6) 0:

2.1.20. 1) 0; 2) $\alpha = \arccos 0.8$; 3) $\alpha = \pi - \arccos 0.3\sqrt{10}$;

4) $\alpha = \arccos \frac{5}{9}$; 5) $\alpha = \pi$; 6) $\alpha = \frac{\pi}{2}$:

2.1.21. 1) $(-28; -14)$; 2) -13 ; 3) 77: 2.1.22. 1) $(-25; -20; 5)$; 2) 11; 3) -28 :

2.1.23. $(5; 2)$: 2.1.24. $(1; -1; 3)$: 2.1.25. $-1, 5$: 2.1.26. 10: 2.1.27. ± 0.6 :

2.1.28. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$: 2.1.29. $\arccos \frac{2}{\sqrt{7}}$: 2.1.30. $\alpha = -6$: 2.1.31. $\vec{x} = (-24; 32; 30)$:

2.1.32. $\vec{x} = (1; 0.5; -0.5)$: 2.1.33. $\vec{x} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 12\vec{k}$: 2.1.34. 6: 2.1.35. -4 :

2.1.36. 5: 2.1.37. -11 : 2.1.38. 15: 2.1.39. 1) 3; 2) 27; 3) 300:

2.1.40. 1) 24, 2) 60: 2.1.41. $\vec{a} \parallel \vec{b}$: 2.1.43. $\vec{a} \perp \vec{b}$:

2.1.44. 1) $(5; 1; 7)$; 2) $(20; 4; 28)$; 3) $(10; 2; 14)$: 2.1.45. 14:

2.1.46. 1) 0; 2) -23 ; 3) -4 : 2.1.47. 1) համահարթ են, 2) համահարթ չեն:

2.1.48. $\lambda = 3 \vec{i} \vec{b} \vec{c}$ $\lambda = -4$: 2.1.50. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{30}}$:

2.1.51. Եթե \vec{a}, \vec{b} § \vec{c} վեկտորները փոխադրահայաց են:

«2.

2.2.1. 1) $x - 2y + 3z + 3 = 0$; 2) $5x - 3z = 0$;

3) $2y + z - 7 = 0$; 4) $x - 3y + 3 = 0$

- 2.2.2. 1) $x - y - 3z + 2 = 0$; 2) $x + 5y - 10 = 0$;
 3) $2x - y - z = 0$; 4) $x - 2y + 3z = 0$;
- 2.2.3. 1) $x + 4y + 7z + 16 = 0$; 2) $7x - y - 10z + 39 = 0$;
 3) $2x + y - 2z + 1 = 0$; 4) $7x + 2y + 3z - 6 = 0$;
- 2.2.4. 1) $x - y - z = 0$; 2) $4x - y - 2z + 8 = 0$; 3) $x + 2y - z - 4 = 0$;
 4) $x + 2y + z - 1 = 0$;
- 2.2.5. 1) $3x + 3y + z - 8 = 0$; 2) $y + z - 2 = 0$;
 3) $x + 3y + 4z - 9 = 0$; 4) $9x + y - 5z + 17 = 0$;
- 2.2.6. 1), 2), 3) գուղահեռ են; 4), 5), 6) ուղղահայաց են:
- 2.2.7. 1) $5x - 3y + 2z = 0$; 2) $2x - 3z - 27 = 0$;
 3) $3x - y + 2z - 7 = 0$; 4) $3y - z + 1 = 0$;
- 2.2.8. 1) $7x - y - 5z = 0$; 2) $x + 2z - 4 = 0$;
 3) $x + y - z - 4 = 0$; 4) $y + z - 1 = 0$;
- 2.2.9. 1) $4x - y - 2z - 9 = 0$; 2) $4x + y + 9z - 19 = 0$;
 3) $x - y + 3 = 0$; 4) $x + y = 0$;
- 2.2.10. 1) $a \neq 7$; 2) $a = 7, b = 3$; 3) $a = 7, b \neq 3$;
- 2.2.11. 1) $2y + z = 0$; 2) $3x + z = 0$; 3) $4x + 3y = 0$;
- 2.2.12. 1) $z - 3 = 0$; 2) $y + 2 = 0$; 3) $x + 5 = 0$;
- 2.2.13. 1) $y + 4z + 10 = 0$; 2) $x - z - 1 = 0$; 3) $5x + y - 13 = 0$;
- 2.2.14. 1) $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$; 2) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-0,5} = 1$;
 3) $\frac{x}{1/3} + \frac{y}{1/4} + \frac{z}{1} = 1$; 4) $\frac{x}{-24} + \frac{y}{20} + \frac{z}{-40} = 1$;
- 2.2.15. 1) $\pi - \arccos \frac{1}{6}$; 2) $\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{5}$;
 3) $\arccos \frac{23}{2\sqrt{247}}$; 4) $\pi - \arccos \frac{1}{\sqrt{170}}$;
- 2.2.16. 1) 3; 2) $\frac{\sqrt{14}}{7}$; 3) 0; 4) $\frac{1}{\sqrt{13}}$; 2.1.17. 1) 2; 2) 3.5; 3) 6.5; 4) 0.35;
- 2.2.18. 1) $4x - y - 2z - 4 = 0$; 2) $3x + 2y - z + 1 = 0$;
 3) $4x - 5y + z - 2 = 0 \not\equiv 2x + y - 3z + 8 = 0$;
 4) $x - 3y - 1 = 0 \not\equiv 3x + y - 2z - 1 = 0$;
- 2.2.19. 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$; 2) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$;
 3) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$; 4) $\frac{x}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$;

- 2.2.20. 1) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$; 2) $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$;
 3) $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{-2}$, 4) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{0}$;
- 2.2.21. 1) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{7} = \frac{z}{4}$; 2) $\frac{x}{-5} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-1}{13}$;
 3) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$; 4) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{-5}$;
- 2.2.22. 1) $m = -7$; 2) $m = 3$; 3) $m = 1$: 2.2.23. $m = 3$;
- 2.2.24. 1) 60° ; 2) $\arccos \frac{5}{2\sqrt{133}}$; 3) $\pi - \arccos \frac{5}{\sqrt{154}}$;
- 2.2.25. 1) $\arcsin \frac{2}{\sqrt{305}}$, (2;-3;6); 2) ուղիղը զուգահեռ է հարթությանը;
 3) ուղիղը գտնվում է հարթության վրա; 4) $\arcsin \frac{4}{21}$; (0;0;-1):
- 2.2.26. 1) $\frac{x-2}{6} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+5}{-5}$; 2) $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-1}$;
 3) $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$; 4) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$;
- 2.2.27. 1) $2x - 3y + 4z - 1 = 0$; 2) $x + 2y + 3z - 4 = 0$;
 3) $2x - y - 3z - 7 = 0$; 4) $2x - 2y + 5z = 0$;
- 2.2.28. $A = 3, D = -23$;
- 2.2.29. 1) (3;-2;4); 2) (3;1;-3); 3) (2;3;-1); 4) (-1;-2;4):
- 2.2.30. 1) (3;-4;0); 2) (0;-2;3); 3) (1;0;2); 4) (-3;0;0):
- 2.2.31. 1) (-5;1;0); 2) (-2;2;1); 3) (4;0;0); 4) (0;3;-3):
- 2.2.32. 1) (4;1;-3); 2) (5;0;-3); 3) (-3;1;4); 4) (-4;-3;-4):
- 2.2.33. 1) 21; 2) 6; 3) 15; 4) $\sqrt{6}$;
- 2.2.34. 1) $9x + 11y + 5z - 16 = 0$; 2) $4x + 10y - z + 12 = 0$;
 3) $10x + 11y - 4z - 1 = 0$; 4) $14x - 5y - 8z = 0$;
- 2.2.35. 1) $4x + 6y + 5z - 1 = 0$; 2) $x + 5y + z + 4 = 0$;
 3) $4x + 5y + 7z + 11 = 0$; 4) $2x - z = 0$;
- 2.2.36. $2x - 16y - 13z + 31 = 0$; 2.2.37. (2;-3;-5):
- 2.2.38. 1) $x - y - z - 2 = 0$; 2) $8x + 10y - 7z - 3 = 0$;
 3) $16x - 7y + 10z + 30 = 0$; 4) $16x - 5y + 14z = 0$;
- 2.2.39. 1) 13; 2) 3; 3) 7:
- 2.2.40. 1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+8}{-3} = \frac{z+12}{-4}$; 2) $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{8}$;

$$3) \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-13}{-3} :$$

$$2.2.41. \quad 1) \frac{x-3}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}; \quad 2) \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2};$$

$$3) \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3} :$$

« 3.

2.3.1. 1) Գլանային մակերևույթ, որի ուղղորդ գիծը $x^2 = 4y$ պարաբոլն է, իսկ ծնիչը զուգահեռ է Oz առանցքին;

2) Գլանային մակերևույթ, որի ուղղորդ գիծը $z = 5y^2$ պարաբոլն է, իսկ ծնիչը զուգահեռ է առանցքին;

3) Գլանային մակերևույթ, որի ուղղորդ գիծը

$(x-1.5)^2 + z^2 = 2.25$ շրջանագիծն է, իսկ ծնիչը զուգահեռ է Oy առանցքին;

4) Կոն, որի գագաթը $(0;1;1)$ կետն է, իսկ ծնիչը Oz առանցքի հետ կազմում է 45° անկյուն;

5) Երկխոռոչ հիպերբոլոդ, որի համաչափության կենտրոնը $(1;1;1)$ կետն է;

6) Էլիպտական պարաբոլիոդ, որի գագաթը $(3;-3;0)$ կետն է;

7) միախոռոչ հիպերբոլիոդ, որի համաչափության կենտրոնը $(3;2;1)$ կետն է;

8) Գլանային մակերևույթ, որի ուղղորդ գիծը

$$\frac{(x+0.5)^2}{0.375} + \frac{(z+0.5)^2}{0.75} = 1 \text{ էլիպսն է, իսկ ծնիչը զուգահեռ է } Oy$$

առանցքին:

2.3.2 1) $O(2;2;2)$, $R = 2\sqrt{3}$; 2) $O(1;2;3)$, $R = \sqrt{12.5}$:

2.3.3. $(x-z)^2 + (y-z)^2 = a^2$: 2.3.4 $(x-2)^2 + 4(y+1)^2 - 4(z-3)^2 = 0$:

2.3.5. 1) $y^2 + z^2 = (x-0.5)^2$; 2) $x^2 + z^2 = (y-5)^2$:

2.3.6. $4x^2 + 4y^2 - (z-2)^2 = 0$: 2.3.7. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$:

2.3.8. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$: 2.3.9. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$:

2.3.10. 1) էլիպտիդ, եթե $\lambda > 0$; կետ, եթե $\lambda = 0$; դաստարկ բազմություն, եթե $\lambda < 0$;

2) էլիպտիդ, եթե $\lambda > 0$; էլիպտական գլան, եթե $\lambda < 0$; միախոռոչ հիպերբոլիոդ, եթե $\lambda < 0$;

3) էլիպտիդ, եթե $\lambda > 0$; ուղիղ, եթե $\lambda = 0$; երկխոռոչ հիպերբոլիոդ, եթե $\lambda < 0$;

- 4) միախտոռչ հիպերբոլիդ, եթե $\lambda > 0$; կոն, եթե $\lambda = 0$; երկխտոռչի
իպերբոլիդ, եթե $\lambda < 0$;
- 5) երկխտոռչ հիպերբոլիդ, եթե $\lambda > 0$, կոն, եթե $\lambda = 0$; միախտոռչ
հիպերբոլիդ, եթե $\lambda < 0$;
- 6) էլիպսիդ, եթե $\lambda > 0$; երկու գուգահեռ հարթություններ, եթե
 $\lambda = 0$; երկխտոռչ հիպերբոլիդ, եթե $\lambda < 0$;
- 7) էլիպսիդ, եթե $\lambda > 0$; հարթություն, եթե $\lambda = 0$; միախտոռչ
հիպերբոլիդ, եթե $\lambda < 0$;
- 8) էլիպտական պարաբոլիդ, եթե $\lambda \neq 0$; ուղիդ եթե $\lambda = 0$;
- 9) էլիպտական պարաբոլիդ, եթե $\lambda > 0$; հիպերպոլական
պարաբոլիդ, եթե $\lambda = 0$; պարաբոլական գլան, եթե $\lambda = 0$;
- 10) էլիպտական պարաբոլիդ, եթե $\lambda \neq 0$; հարթություն, եթե $\lambda = 0$;
- 11) էլիպտական պարաբոլիդ, եթե $\lambda > 0$; հարթություն, եթե $\lambda = 0$;
հիպերբոլական պարաբոլիդ, եթե $\lambda < 0$;
- 12) էլիպտական պարաբոլիդ, եթե $\lambda > 0$; երկու գուգահեռ
հարթություններ, եթե $\lambda = 0$; հիպերբոլական պարաբոլիդ,
եթե $\lambda < 0$;
- 13) էլիպտական գլան, եթե $\lambda > 0$, ուղիդ, եթե $\lambda = 0$; դատարկ
բազմություն, եթե $\lambda < 0$;
- 14) հիպերբոլական գլան, եթե $\lambda \neq 0$; երկու հատվող
հարթություններ, եթե $\lambda = 0$:

ԳԼՈՒԽ III

« 1

- 3.1.1. 1) 6; 2) 0; 3) $4ab$; 4) $2a$; 5) $\sin(\alpha - \beta)$; 6) 1; 7) $\cos(\alpha - \beta)$;
8) $\frac{1}{2}(\cos 2\beta - \cos 2\alpha)$;
- 3.1.2. 1) 0; 2) 21; 3) 17; 4) -5 ; 5) 0; 6) -34 ; 7) 100; 8) $-2b^2$; 9) 1;
10) $0.25 \sin 4\alpha + \cos 2\alpha$;
- 3.1.3. 1) -77 ; 2) 66; 3) 15; 4) 15; 5) $\prod_{1 \leq j < i \leq 4} (x_i - x_j)$; 6) $abx^2 - x^4$;
- 3.1.4. 1) $\sum_{k=0}^n a_k x^k$; 2) 1; 3) $(1+a)^n - a^n$; 4) $\alpha^n + \beta^n$; 5) $x^n - (n-1)abx^{n-2}$;
6) $\prod_{1 \leq j < i \leq n} (x_i - x_j)$;
- 3.1.5. 1) $-4 \pm \sqrt{22}$; 2) 0; 1; 3) 0; 4) \emptyset ; 5) $x \in (4; +\infty)$; 6) $x \in (-6; 4)$;

$$3.1.6. \quad 1) \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} -7 & 7 & 0 \\ -2 & -3 & 6 \\ 11 & -8 & -13 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ -14 & 6 & 5 \end{pmatrix};$$

$$3.1.7. \quad 1) \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 10 & -2 & -2 \\ -9 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 3 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 6 & 5 & 1 \\ -5 & -4 & -9 \end{pmatrix};$$

$$3.1.8. \quad 1) \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -10 \\ 24 & -17 \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 26 & 19 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 15 & 7 \end{pmatrix}; \quad 5) \begin{pmatrix} -2 & 10 \\ -1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$6) (0 \ 7 \ 3); \quad 7) \begin{pmatrix} 22 & -6 & 1 \\ 5 & -1 & 12 \\ 31 & -5 & -7 \end{pmatrix}; \quad 8) \begin{pmatrix} 2 & -16 & 0 \\ -2 & 11 & -2 \\ -7 & -16 & -24 \end{pmatrix};$$

$$9) (52 \ 61 \ 21); \quad 10) \begin{pmatrix} 16 & 7 \\ -218 & -96 \end{pmatrix}; \quad 11) (19):$$

$$3.1.9. \quad 1) AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad BA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad A^T B^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$2) AB = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad BA = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}; \quad A^T B^T = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}; \quad B^T A^T = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$3) AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad BA = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -5 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & -5 \end{pmatrix}; \quad A^T B^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 5 \\ 6 & 0 & 3 \\ -5 & -1 & -5 \end{pmatrix}; \quad B^T A^T = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$4) \quad AB = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad BA = \begin{pmatrix} -3 & -5 & 3 & 0 \\ 0 & -5 & 1 & 0 \\ -3 & -5 & 3 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}; ;$$

$$A^T B^T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 & 1 \\ -5 & -5 & -5 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B^T A^T = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3.1.10. \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{pmatrix} \cos n\varphi & -\sin n\varphi \\ \sin n\varphi & \cos n\varphi \end{pmatrix}; \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$4) A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (n \geq 3); \quad 5) A^n = A, \quad (n \geq 1);$$

$$6) A^{2k} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A^{2k+1} = A:$$

$$3.1.11. 1) \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -1 & 4 & 2 \\ -2 & -3 & 10 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix};$$

$$3.1.12. 1) \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}; 2) -\frac{1}{28} \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}; 3) -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$5) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; 6) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 7 & -8 & -5 \\ -5 & 6 & 3 \end{pmatrix}; 7) \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix};$$

$$8) \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 \\ -9 & 3 & -8 \\ 10 & -2 & 8 \end{pmatrix}; 9) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 2 & -8 \\ -8 & -4 & 18 \\ -3 & -1 & 6 \end{pmatrix}; 10) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -7 & -12 \\ -2 & 9 & 14 \\ 2 & -8 & -12 \end{pmatrix};$$

$$11) \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -8 & -4 & 12 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}; 12) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -12 & -4 & -5 \\ 10 & 4 & 4 \\ -6 & -2 & -2 \end{pmatrix}; 13) \begin{pmatrix} -6 & 2 & 5 \\ 15 & -5 & -12 \\ 5 & -2 & -4 \end{pmatrix};$$

$$14) \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ 0 & 3 & 6 \\ 1 & -4 & -11 \end{pmatrix}; 15) \frac{1}{24} \begin{pmatrix} -5 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 7 & -5 \\ 1 & 7 & -5 & 1 \\ 7 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$16) \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -4 & 5 & 0 & 1 \\ 10 & -10 & 5 & 0 \\ -10 & 5 & -10 & 5 \\ 6 & 0 & 5 & -4 \end{pmatrix}; 17) \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$18) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3.1.13. 1) 2; 2) 2; 3) 1; 4) 2; 5) 2; 6) 3; 7) 2; 8) 2; 9) 2; 10) 3;$$

$$3.1.14. 1) \begin{pmatrix} 16 & -32 \\ -6 & 13 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}; 4) \begin{pmatrix} 24 & 13 \\ -34 & 18 \end{pmatrix};$$

$$5) \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 36 \end{pmatrix}; 6) \text{Lинейный элемент}; 7) \begin{pmatrix} a & b \\ 2-2a & 1-2b \end{pmatrix} \quad a, b \in \mathbb{R};$$

$$3.1.15. 1) \begin{pmatrix} a+b & 5a \\ a & b \end{pmatrix} a, b \in R;$$

$$3.1.20. 1) (1 \ 0 \ 0)^T (\omega \varrho \text{h} \eta \zeta); 2) (1 \ 0 \ 0) (\delta \alpha \text{f} \text{u} \text{h} \eta \zeta):$$

« 2.

$$3.2.1. 1) (4; 0); 2) (11; 17); 3) (1; 1; 1); 4) (3; 2; 1); 5) (2; 0; -1); 6) (-1; 2; -3);$$

$$7) (4; -2; 0); 8) (-1; 0; -3); 9) (1; -1; 6); 10) (3; 1; 1); 11) (1; 2; -2);$$

$$12) (2; -2; 3); 13) (1; 1; -1; 2); 14) (-1; -1; 0; 1); 15) (1; 2; -1; -2);$$

$$3.2.2. 1) (1; -1); 2) (1; 2); 3) (0; -2; 1); 4) (3; 0; -1); 5) (-2; 2; 0); 6) (2; -3; 0);$$

$$7) (-1; 0; 4); 8) (0; 1; -2); 9) (2; -1; 0); 10) (0; -3; 1); 11) (2; 1; 0);$$

$$12) (1; 0; -2); 13) (-2; 2; -3; 3); 14) (2; 1; 0; -1); 15) (-1; 1; -1; 1);$$

$$3.2.3. 1) (1; 0; 5; 0; 25); 2) (2; 3; 1); 3) (1; 0; 1); 4) (1; 1; -1; 1);$$

$$5) (3x_3 - 4; 2 - 5x_3; x_3); 6) (-5x_4 - 1.6; 1.95 + 1.5x_4; -0.25 - 1.5x_4; x_4);$$

$$7) (x_1; 2x_1 + 18x_4 + 3; 0; x_4; 1 + 5x_4); 8) (x_1; x_2; 2x_2 - x_1; 1);$$

$$9) \left(\frac{1 + x_5}{3}; \frac{1 + 3x_3 + 3x_4 - 5x_5}{3}; x_3; x_4; x_5 \right); 10) \text{անհասմատելի է};$$

$$11) (-8; 3 + x_4; 6 + 2x_4; x_4); 12) (-0.5x_5; -1 - 0.5x_5; 0; -1 - 0.5x_5; x_5);$$

$$13) (1; 2; 1; -1); 14) (-2; -4; 4; 2; -2); 15) (2; 0; 3; -3);$$

$$3.2.4. 1) (-0.4x_3; 2; 2x_3; x_3); 2) (x_3; 3x_3; x_3); 3) \left(\frac{38}{3}x_4; -\frac{14}{3}x_4; 0; x_4 \right);$$

$$4) \left(-\frac{11}{7}x_3; -\frac{x_3}{7}; x_3 \right); 5) (0; 0; 0; x_5; x_5);$$

$$6) \left(\frac{3x_3 - 13x_4}{17}; \frac{19x_3 - 20x_4}{17}; x_3; x_4 \right);$$

$$7) \left(\frac{-4x_4 + 7x_5}{8}; \frac{-4x_4 + 5x_5}{8}; \frac{4x_4 - 5x_5}{8}; x_4; x_5 \right);$$

$$8) \left(\frac{7x_5}{6} - x_3; \frac{5x_5}{6} + x_3; x_3; \frac{x_5}{3}; x_5 \right);$$

$$9) (-2x_2; -3x_3; x_2; x_3; 0); 10) (x_1; x_1 + x_3; x_3; -2x_1; -x_3);$$

$$11) \left(\frac{3x_4 - 4x_5}{8}; \frac{-25x_4 + 4x_5}{8}; 0; x_4; x_5 \right);$$

$$12) \left(\frac{15x_4 - 7x_5}{44}; \frac{-3x_4 - 3x_5}{11}; \frac{-7x_4 + 15x_5}{44}; x_4; x_5 \right);$$

$$13) (x_1; -7x_1 - 28x_3; x_3; 6x_1 + 18x_3 + x_5; x_5);$$

$$14) \left(\frac{69x_4 + 40x_5}{9}; \frac{-24x_4 - 16x_5}{9}; \frac{-57x_4 - 17x_5}{9}; x_4; x_5 \right);$$

15) $(5x_2 + 7x_1 + 3x_5; x_2; x_3; -3x_2 - 4x_3 - 2x_5; x_5)$:

- 3.2.5. 1) $x_1'^2 + x_2'^2$; 2) $x_1'^2 - x_2'^2$; 3) $x_1'^2 - x_2'^2$; 4) $x_1'^2$; 5) $x_1'^2 + x_2'^2 - x_3'^2$;
 6) $x_1'^2 - x_2'^2 - x_3'^2$; 7) $x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2$; 8) $x_1'^2$; 9) $x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2$;
 10) $x_1'^2 + x_2'^2 - x_3'^2 - x_4'^2$; 11) $x_1'^2 + x_2'^2 - x_3'^2 - x_4'^2$; 12) $-x_1'^2 - x_2'^2 - x_3'^2$;
 13) $\sum_{i=1}^n x_i'^2$; 14) $\sum_{i=1}^n (-1)^{i-1} x_i'^2$; 15) $\sum_{i=1}^n x_i'^2$; 16) $\sum_{i=1}^n x_i'^2$; 17) $-\sum_{i=1}^n x_i'^2$;

« 3.

- 3.3.1. 1) f_1, f_2 – ը գծորեն անկախ են, $f_3 = \frac{1}{4}f_1 - \frac{1}{4}f_2$;
 2) f_1, f_2 – ը գծորեն անկախ են, $f_3 = f_1 + f_2, f_4 = -5f_1 + 4f_2$;
 3) f_1, f_2, f_3 – ը գծորեն անկախ են, $f_4 = f_1 + f_2 - f_3$;
 4) f_1, f_2, f_3 – ը գծորեն անկախ են, $f_4 = f_1 - 2f_2 - f_3$;
 5) գծորեն անկախ են;
 6) f_1, f_2 – ը գծորեն անկախ են, $f_3 = 2f_1 - f_2$;
 7) f_1, f_2 – ը գծորեն անկախ են, $f_3 = f_1 + 2f_2, f_4 = 2f_1 - f_2$;
 8) f_1, f_2, f_4 – ը գծորեն անկախ են, $f_3 = 2f_1 - f_2$;
 9) f_1, f_2 – ը գծորեն անկախ են, $f_3 = 3f_1 - f_2, f_4 = f_1 - f_2$;
 10) f_1, f_2, f_3 – ը գծորեն անկախ են, $f_4 = f_1 - f_2 - f_3$;
- 3.3.2. 1) $f = -2f_1 + 3f_2$; 2) $f = f_1 - 2f_2$; 3) $f = f_1 - 2f_2 + 3f_3$; 4) $f = -f_1 + 2f_2 - 5f_3$;
 5) $f = 2f_1 - 2f_2 + 5f_3$; 6) $f = 3f_1 + 4f_2 + 5f_3$; 7) $f = 5f_1 + f_2 - f_3 - f_4$;
 8) $f = f_1 - f_3$; 9) $f = f_1 - f_2 + 2f_3 - f_4$; 10) $f = f_1 + 2f_2 - f_3 + f_5$;
- 3.3.3. 1) f_1, f_2 – ը բազիս են, չափը՝ 2; 2) f_1 – ը բազիս է, չափը՝ 1;
 3) f_1, f_2 – ը բազիս են, չափը՝ 2; 4) f_1, f_2, f_3 – ը բազիս են, չափը՝ 3;
 5) f_1, f_2 – ը բազիս են, չափը՝ 2; 6) f_1, f_2, f_3, f_4 – ը բազիս են, չափը՝ 4;
 7) f_1, f_4 – ը բազիս են, չափը՝ 2; 8) f_1, f_2 – ը բազիս են, չափը՝ 2;
 9) f_1, f_2 – ը բազիս են, չափը՝ 2; 10) f_1, f_2 – ը բազիս են, չափը՝ 2;
- 3.3.4. 1) $\text{Ker} A (12; -5)$ – ը բազիս; $\text{Im} A. (5; 12)$ – ը բազիս;
 2) $\text{Ker} A (1; 1; -1)$ § $(3; 0; 2)$ – ը բազիս; $\text{Im} A. (1; 1; -1)$ – ը բազիս;
 3) $\text{Ker} A (1; 1; -1)$ – ը բազիս; $\text{Im} A. (1; 1; 0)$ § $(0; 1; -1)$ – ը բազիս;
 4) $\text{Ker} A = 0, \text{Im} A = R_3$;
 5) $\text{Ker} A (-1; 3; 5)$ – ը բազիս; $\text{Im} A. (4; -3; -1)$ § $(3; -1; -2)$ – ը բազիս;
 6) $\text{Ker} A (0; 1; 1; 0)$ § $(0; 0; 1; 1)$ – ը բազիս; $\text{Im} A. (1; 1; -3; -3)$ § $(1; -1; -1; 1)$ – ը բազիս;
 7) $\text{Ker} A (17; -5; 2; 9)$ – ը բազիս; $\text{Im} A = R_3$;

8) $\text{Ker}A(1;3;1;0) \S (-3;-5;0;1)$ – ը բազիս, $\text{Im}A(2;-1;2) \S (-1;1;1)$ – ը բազիս;

9) $\text{Ker}A(0;1;1)$ – ը բազիս; $\text{Im}A(-2;-2;-3;4;6) \S (2;2;2;1;-5)$ – ը բազիս;

10) $\text{Ker}A(-23;1;0;-3;6) \S (-42;0;1;5;10)$ – ը բազիս; $\text{Im}A = R_3$:

3.3.5.

1) $\lambda_1 = 4, x_1 = (3;1), \lambda_2 = -2, x_2 = (-3;1)$;

2) $\lambda_1 = -2, x_1 = (-2;1), \lambda_2 = 4, x_2 = (1;1)$;

3) $\lambda_1 = -1, x_1 = (1;-1), \lambda_2 = 4, x_2 = (2;1)$;

4) $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, x_1 = x_2 = (1;0;1), \lambda_3 = 2, x_3 = (1;2;-1)$;

5) $\lambda_1 = 0, x_1 = (1;3;2), \lambda_2 = -1, x_2 = (1;2;0), \lambda_3 = 2, x_3 = (1;-1;0)$;

6) $\lambda_1 = 0, x_1 = (1;-2;-7), \lambda_2 = 1, x_2 = (1;1;0), \lambda_3 = 6, x_3 = (1;-4;5)$;

7) $\lambda_1 = 0, x_1 = (1;-7;5), \lambda_2 = 1, x_2 = (0;1;-1), \lambda_3 = 3, x_3 = (2;1;1)$;

8) $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, x_1 = x_2 = (-1;1;-2), \lambda_3 = 2, x_3 = (1;1;0)$;

9) $\lambda_1 = 1, x_1 = (3;-6;20), \lambda_2 = -2, x_2 = (0;0;1)$;

10) $\lambda = -1, x = (1;1;-1)$;

11) $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, x_1 = (1;0;1), x_2 = (0;1;0), \lambda_3 = -1, x_3 = (1;0;-1)$;

12) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 2, x_1 = (1;1;0;0), x_2 = (1;0;1;0), x_3 = (1;0;0;1),$

$\lambda_4 = -2, x_4 = (1;-1;-1;-1)$:

3.3.6.

1) $(3;1)$ – ը բազիս, չափը՝ 1; 2) $(0;1;1)$ – ը բազիս, չափը՝ 1;

3) $(2;0;-3) \S (1;3;0)$ – ն բազիս, չափը՝ 2;

4) $(23;-18;3)$ – ը բազիս, չափը՝ 1; 5) չափը՝ 0; 6) չափը՝ 0;

7) $(1;2;0;0;0), (-13;0;10;2;10) \notin (1;0;2;0;-2)$ – ը բազիս, չափը՝ 3:

3.3.7.

1) $x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$; 2) $x_1 + x_2 = 0$; 3) $0 = 0$;

4) $x_1 - x_3 = 0, x_1 - 2x_2 + x_4 = 0$; 5) $x_1 - x_2 = 0, 2x_1 - x_3 = 0, 2x_1 - x_4 = 0$

6) $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$; 7) $0 = 0$; 8) $3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0$:

3.3.8.

1) այո; 2) ոչ; 3) ոչ; 4) ոչ; 5) այո; 6) ոչ; 7) այո;

8) ոչ; 9) այո; 10) այո; 11) ոչ; 12) այո:

3.3.9.

1) $ABx = (2x_3 - x_1; x_2; x_1 + x_2)$; 2) $A^2x = (-x_3; x_2 - x_3; x_2 - x_1)$;

3) $(A^2 - B)x = (-x_3 - x_2; x_2 - 3x_3; x_2 - 2x_1)$; 4) $B^2x = (2x_3; 2x_1; x_2)$;

5) $BAx = (x_1; 2x_1 + 2x_3; x_2 - x_3)$; 6) $B^3x = (2x_2; 2x_2; 2x_3)$;

7) $BA^2x = (x_2 - x_3; 2x_2 - 2x_1; -x_3)$;

8) $(A^2 + B)x = (x_2 - x_3; x_2 + x_3; x_2)$;

9) $(A^2 + B^2)x = (-3x_3; x_2 - x_3 - 2x_1; -x_1)$;

10) $AB^2x = (2x_1 - x_2; 2x_3; x_2 + 2x_3)$;

11) $(3A^2 + B)x = (-3x_3 + x_2; 3x_2 - x_3; 3x_2 - 2x_1)$;

$$12) B(A - B)x = (x_1 - 2x_3; 2x_3; -x_3);$$

$$13) (B - A + B^2)x = (3x_3; 2x_3 + x_1; x_2 - x_3);$$

$$14) (3B + 2A^2)x = (3x_2 - 2x_3; 2x_2 + 4x_3; x_1 + 2x_2);$$

$$3.3.10. 1) x = e'_1 + 3e'_2 + e'_3; 2) x = -2e'_1 + 2e'_2 + 2e'_3; 3) x = 12e'_1 - 9e'_2 + 17e'_3$$

$$4) x = 4e'_1 - 12e'_2 - 12e'_3; 5) x = 24\ell'_1 - 9\ell'_2 - 29\ell'_3;$$

$$6) x = 35\ell'_1 - 11\ell'_2 - 41\ell'_3; 7) x = 6e'_1 - 25e'_2 - 26e'_3;$$

$$8) x = 2e'_2 + 4e'_3; 9) x = 4e'_1 + e'_2 + e'_3; 10) x = 8e'_1 + 40e'_2 + 30e'_3;$$

$$3.3.11. 1) \begin{pmatrix} 9 & -1 & 27 \\ 7 & -3 & 16 \\ -3 & 1 & -8 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 2 & 12 & 26 \\ 1 & 9 & 19 \\ 0 & -4 & -7 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} -11 & 24 & 23 \\ -4 & 11 & 3 \\ 2 & -5 & -1 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 9 & -13 & -10 \\ 7 & -10 & -6 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}; 5) \begin{pmatrix} 4 & 9 & 29 \\ 1 & 8 & 18 \\ -2 & -1 & -8 \end{pmatrix}; 6) \begin{pmatrix} -20 & 29 & -19 \\ -10 & 18 & -10 \\ 3 & -4 & 5 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{pmatrix} -7 & 5 & -31 \\ -5 & 4 & -20 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}; 8) \begin{pmatrix} -2 & 19 & 27 \\ -1 & 12 & 18 \\ 0 & -4 & -7 \end{pmatrix}; 9) \begin{pmatrix} -6 & 20 & 19 \\ -3 & 12 & 14 \\ 0 & -2 & -5 \end{pmatrix};$$

$$10) \begin{pmatrix} -2 & 6 & 1 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix};$$

ԳԼՈՒԽ IV

« 1.

$$4.1.2. 1) A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9\}; 2) A \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\};$$

$$3) B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9\}; 4) A \cap B = \{3; 7\};$$

$$5) B \cap C = \{4\}; 6) A \cap C = \{1; 2; 5\}$$

$$7) (A \cup B) \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9\};$$

$$8) A \cup (B \cap C) = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\};$$

$$9) A \cap (B \cup C) = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\}; 10) A \cap (B \cap C) = \emptyset;$$

$$11) (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\};$$

$$12) (A \cap B) \cap (A \cap C) = \{1; 2; 3; 4; 5; 7\};$$

$$4.1.4. 1) x \in (-\infty; +\infty), y \in [0; +\infty); 2) x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]; y \in [0; 1];$$

3) $x \in (-\infty; +\infty), y \in [-\infty; +\infty)$; 4) $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty), y \in [-\infty; +\infty)$;

5) $x \in [0; 1]; y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; 6) $x \in [-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty) \cup \{0\}, y \in [0; \pi]$:

4.1.5. 1) $f(g(x)) = x, g(f(x)) = x$; 2) $f(g(x)) = x, g(f(x)) = x$;

3) $f(g(x)) = \sin(x^3 - 1), g(f(x)) = \sin^3 x - 1$;

4) $f(g(x)) = \frac{1}{x^2}; g(f(x)) = \frac{1}{x^2}$;

4.1.6. 1) $y = \frac{x+3}{2}$; 2) $y = \frac{2x+1}{x-1}$; 3) $y = \frac{1}{x^2-1}$; 4) $y = \frac{x-1}{x}$;

4.1.8. 1) π ; 2) 2π ; 3) պարբերական չէ; 4) 2π ; 5) պարբերական չէ: 4.1.9.

1) գույգ է; 2) կենսո է; 3) ոչ կենսո է ոչ գույգ; 4) կենսո է; 5) կենսո է;

6) գույգ է; 7) գույգ է; 8) գույգ է:

« 2.

4.2.1. 1) 1; 2) 4; 3) $+\infty$; 4) 0; 5) 3; 6) 0; 7) $\frac{1}{2}$; 8) 1; 9) $\frac{10}{21}$; 10) 3:

4.2.2. 1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) 4; 4) $-\infty$; 5) 0; 6) 1; 7) 1; 8) $-\infty$; 9) $-\frac{3}{2}$; 10) 2; 11) 0; 12) 0:

4.2.3. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $-\frac{3}{2}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $-\frac{7}{2}$; 6) 0; 7) 0;

8) 1; 9) 0; 10) 3; 11) $+\infty$; 12) 1; 13) 1; 14) $\frac{1}{2}$;

4.2.4. 1) 1; 2) 3; 3) $-\frac{1}{5}$; 4) $\frac{6}{5}$; 5) $\frac{3}{2}$; 6) $\frac{5}{4}$; 7) 0; 8) $e^{-\frac{1}{4}}$; 9) 0; 10) $e^{\frac{4}{3}}$;

11) e^{-2} ; 12) e^{-4} ; 13) $e^{\frac{1}{2}}$; 14) e^{-3} ; 15) e^{-2} ; 16) e^3 ; 17) e^2 ; 18) e^{-1} ;

4.2.5. 1) 7.5; 2) $-\frac{5}{4}$; 3) 2.5; 4) 0; 5) 0; 6) 3; 7) $-\frac{1}{2}$; 8) $-\frac{2}{5}$; 9) 6; 10) $\frac{m}{n}$;

11) ∞ ; 12) -2 ; 13) $\frac{a-1}{3a^2}$; 14) $3x^2$; 15) 1; 16) $-\frac{1}{2}$; 17) $-\frac{5}{6}$; 18) 3:

4.2.6. 1) $-\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{6}$; 5) 3; 6) $\frac{1}{12}$; 7) 6; 8) $\frac{1}{18}$; 9) 4; 10) $\frac{1}{4}$;

11) $\frac{1}{3}$; 12) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$; 13) $\frac{1}{4a\sqrt{a-b}}$; 14) $\frac{m}{n}$; 15) $-\frac{1}{4}$; 16) $\frac{1}{n}$; 17) 3;

18) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, եթե $x \neq 0$; ∞ , եթե $x = 0$; 19) $\frac{1}{2}$; 20) $-\frac{2}{5}$; 21) $\frac{2}{9}$; 22) $-\frac{4}{9}$;

23) $\frac{1}{12}$; 24) -3 ; 25) $\frac{1}{4}$;

4.2.7. 1) -1 ; 2) $-\frac{4}{3}$; 3) 0 ; 4) ∞ ; 5) 0 ; 6) ∞ ; 7) 0 ; 8) $-\sqrt{2}$; 9) $-\infty$; 10) 2 ;

11) -1 ; 12) $\frac{1}{4}$; 13) -1 ; 14) 1 ; 15) ∞ ; 16) 0 ; 17) 0 ; 18) 0 ; 19) $\frac{1}{2}$;

20) $\frac{a+b}{2}$; 21) $\frac{5}{2}$; 22) 1 ;

4.2.8. 1) $\frac{7}{6}$; 2) K ; 3) K ; 4) $\frac{3}{2}$; 5) 2 ; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\cos a$; 8) $\frac{2}{3}$; 9) $\frac{1}{2}$;

10) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, երբ $x \rightarrow +0$; $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, երբ $x \rightarrow -0$; 11) $\frac{2}{\pi}$; 12) 4 ;

13) 0 , երբ $n > m$; 14) $\frac{3}{4}$; 15) -1 ; 16) $-\frac{3}{2}$; 17) $\frac{1}{2\pi}$; 18) $\frac{\beta^2 - \alpha^2}{2}$;

19) $\frac{\sin 2\beta}{2\beta}$; 20) 1 ; 21) -2 ; 22) 6 ; 23) $\frac{1}{2}$; 24) $\frac{8}{9}$;

4.2.9. 1) e^6 ; 2) e^{km} ; 3) e ; 4) 1 ; 5) e^2 ; 6) e^2 ; 7) e^{-2} ; 8) e ; 9) e^2 ; 10) e^2 ;

11) 0 ; 12) -1 ; 13) e^{-3} ; 14) 1 ; 15) e^6 ; 16) e^2 ; 17) e^{-4} ; 18) e^{-4} ;

19) K ; 20) 1 ; 21) K ; 22) $\ln a$; 23) $\frac{1}{a}$; 24) $\frac{\alpha}{\beta}$; 25) $\alpha - \beta$; 26) $\frac{1}{2}$; 27) 1 ;

28) a ; 29) 1 ; 30) α ; 31) $k\alpha$; 32) -0.625 ; 33) α ; 34) $\frac{41}{35}$; 35) $\frac{\alpha}{\beta}$;

4.2.10. 1) $+\infty$, $x \rightarrow +0$; 0 , երբ $x \rightarrow -0$; 2) 0 , երբ $x \rightarrow +0$; $+\infty$, երբ $x \rightarrow -0$;

3) 0 , երբ $x \rightarrow +0$; $+\infty$, երբ $x \rightarrow -0$;

4) $+\infty$, երբ $x \rightarrow +0$; 0 , երբ $x \rightarrow -0$; 5) -49 ; 6) $-\frac{1}{3}$; 7) $-\frac{75}{4}$; 8) $\frac{1}{72}$;

9) 0 ; 10) 1 ; 11) 1 ; 12) $\frac{1}{2}$; 13) 1 ; 14) $\frac{1}{2}$; 15) 0 ;

16) 0 , երբ $n > 1$; $+\infty$, երբ $n < 1$; e , երբ $n = 1$; 17) $-\frac{1}{2}$; 18) $a^b \ln a$;

19) $2 \ln 2$; 20) $a^x \ln^2 a$; 21) 0 ; 22) $\frac{1}{4}$; 23) $\frac{2}{25}$; 24) $-\frac{1}{x^2}$; 25) \sqrt{e} ;

26) e ; 27) e^{ab} ; 28) $+\infty$, երբ $x \rightarrow +\infty$; 0 , երբ $x \rightarrow -\infty$;

29) 0 , երբ $x \rightarrow +\infty$; $+\infty$, երբ $x \rightarrow -\infty$; 30) \sqrt{e} ; 31) $3 \ln 5 - 2 \ln 7$;

32) $2 \ln 42$; 33) 4 ; 34) 7 ; 35) $-\ln 2$; 36) $\frac{1}{5 \ln 10}$; 37) $\frac{a^{\sqrt{a}}}{n}$; 38) $\frac{\alpha}{n} - \frac{\beta}{m}$;

4.2.11. 1) 2 ; 2) 1 ; 3) 1 ; 4) 2 ; 5) 2 ; 6) 2 . 4.2.13. 1) 3 ; 2) 1 ;

4.2.14. 1) 2 ; 2) 3 ; 3) 1 ;

4.2.15. 1) $x = 4$, առաջին տեսակի; 2) $x = 2$, $x = 3$ երկրորդ տեսակի;

3) $x = 0$, առաջին տեսակի; 4) $x = 0$, երկրորդ տեսակի;

5) $x = \frac{\pi}{4} + \pi K, K \in Z$, երկրորդ տեսակի;

6) $x = -2$ երկրորդ տեսակի:

4.2.16. 1) $x = 0$, առաջին տեսակի; 2) $x = 2$, երկրորդ տեսակի;

3) $x = 0$, երկրորդ տեսակի; 4) $x = 0$, առաջին տեսակի;

5) $x = 0$, երկրորդ տեսակի:

4.2.17. 1) անընդհատ է ամենուրեք, բացի $x = -1$ կետից;

2) անընդհատ է ամենուրեք, բացի $x = \pm 1$ կետերից;

3) անընդհատ է ամենուրեք; 4) անընդհատ է, երբ $x > -1$;

«3

4.3.1. 1) $3x^2$; 2) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$; 3) e^x ; 4) $\frac{1}{x}$; 5) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$; 6) $-\sin x$; 7) $-\frac{4}{(x-2)^2}$; 8) $-\frac{2}{x^3}$;

4.3.3. $y' = -\frac{1}{3} + 2x - 2x^3$; 4.3.4. $y' = 4x^3 - x^2 + 5x - 0.3$:

4.3.5. $y' = -\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{2}} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$; 4.3.6. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4}$;

4.3.7. $y' = \frac{1}{n} - \frac{n}{x^2} + \frac{2x}{m^2} - \frac{2m^2}{x^3}$; 4.3.8. $y' = \frac{3m\sqrt{x}}{2} + \frac{7n\sqrt[6]{x}}{6} + \frac{p}{2x\sqrt{x}}$;

4.3.9. $y' = -\frac{0.2}{3}x^{-\frac{5}{3}} + 7.28x^{-2.4} - 0.5x^{-\frac{6}{5}}$; 4.3.10. $\frac{7}{2}x^2\sqrt{x} - 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$;

4.3.11. $\frac{2ax^3 + bx^2 - c}{(a+b)x^2}$; 4.3.12. $4x^3 + 3x^2 - 8x + 9$;

4.3.13. $7x^6 - 10x^4 + 8x^3 - 12x^2 + 4x + 3$; 4.3.14. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(1 + \frac{1}{x}\right)$;

4.3.15. $\frac{1}{9}\left(\frac{60}{\sqrt[6]{x}} - \frac{5}{x\sqrt[6]{x^5}} + \frac{\sqrt{3}}{x^3\sqrt{x}} - 48\sqrt[6]{27x^2}\right)$;

4.3.16. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + 4\sqrt[3]{x} + 3 + \frac{10\sqrt[3]{x^2}}{3} + 12x$;

4.3.17. $6x^5 + 56x^3 + 98x$; 4.3.18. $\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{x}} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \frac{3}{2}\sqrt{6x}$;

4.3.19. $\frac{15\sqrt{x}}{2} + \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{2}{x\sqrt{x}}$; 4.3.20. $-\frac{2}{(x-1)^2}$; 4.3.21. $\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$;

4.3.22. $\frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$; 4.3.23. $\frac{3x^2+2x-2}{(x^2+x+1)^2}$; 4.3.24. $\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$;

$$4.3.25. -\frac{6x^2}{(x^3-1)^2} : 4.3.26. -\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} :$$

$$4.3.27. -\frac{x^4+2x^3+3x^2-2x-1}{(x^3+1)^2} : 4.3.28. -\frac{6x(5x^3-3x-1)}{(1-x^2)^2(1-2x^3)^2} :$$

$$4.3.29. 8x(x^2+1)^3 : 4.3.30. 20(x-1)^{19} : 4.3.31. 60(1+2x)^{29} :$$

$$4.3.32. -20x(1-x^2)^9 : 4.3.33. 5x(15x+2)(5x^3+x^2-4)^4 :$$

$$4.3.34. 6(2x-1)(x^2-x)^5 : 4.3.35. 12\left(7x^2-\frac{4}{x}+6\right)^5\left(7x+\frac{2}{x^2}\right) :$$

$$4.3.36. 4\left(x^3-\frac{1}{x^2}+3\right)^3\left(3x^2+\frac{2}{x^3}\right) :$$

$$4.3.37. n(ax^2+bx+c)^{n-1x} x(2ax-b) : 4.3.38. -\frac{4(x+1)}{(x-1)^3} :$$

$$4.3.39. \frac{5(x^2+1)^4(x^2+2x-1)}{(x+1)^6} : 4.3.40. \frac{3}{x^2}\left(a-\frac{1}{x}\right)^2 : 4.3.41. \frac{nx^{n-1}}{(x+1)^{n+1}} :$$

$$4.3.42. \frac{2\sqrt{x}+1}{6\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{(x+\sqrt{x})^2}} : 4.3.43. \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+2}} : 4.3.44. -\frac{2x}{3\sqrt[3]{(1-x^2)^2}} :$$

$$4.3.45. -\frac{2x}{5\sqrt[5]{(2-x^2)^4}} : 4.3.46. -\frac{1}{(1+x)\sqrt{1-x^2}} : 4.3.47. -\frac{1}{n(1+x)\sqrt[n]{1+x}} :$$

$$4.3.48. -\frac{2x+1}{2(x^2+x)\sqrt{x^2+x}} : 4.3.49. \frac{x}{(a^2-x^2)\sqrt{a^2-x^2}} :$$

$$4.3.50. -\frac{2x}{(1+x^2)\sqrt[3]{(1+x^2)}} : 4.3.51. \frac{2x^3(1+2x^4)}{(1-x^4-x^8)\sqrt{1-x^4-x^8}} :$$

$$4.3.52. \frac{2+3x}{2(1+3x)\sqrt{1+3x}} : 4.3.53. \frac{1+x}{\sqrt{x(1-x)^2}} : 4.3.54. \frac{2+3x-2x^2-x^3}{2\sqrt{1+x}(x^2+1)^2} :$$

$$4.3.55. \frac{\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2x}(1+\sqrt{2x})^2} : 4.3.56. \frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)} :$$

$$4.3.57. -\frac{2}{3(2x-1)\sqrt[3]{2x-1}} - \frac{15x}{2(x^2+2)\sqrt[4]{(x^2+2)^3}} :$$

$$4.3.58. \frac{x(x^2+2a^2)}{\sqrt{x^2+a^2}(x^2+a^2)} : 4.3.59. \cos x - \sin x : 4.3.60. 3\cos 3x :$$

$$4.3.61. -\sin\frac{x}{3} : 4.3.62. a\cos(ax+b) : 4.3.63. -an\sin(ax+b) :$$

$$4.3.64. \frac{(x+1)\sin x - (x-1)\cos x}{(\sin x + \cos x)^2}; 4.3.65. \frac{(\sin^2 x - x^2)(x \cos x - \sin x)}{x^2 \sin^2 x};$$

$$4.3.66. \frac{1 - \cos x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}; 4.3.67. x \cos x; 4.3.68. 3 \sin^2 x \cos x;$$

$$4.3.69. 23 \cos x^2 x \sin x; 4.3.70. ak \sin^{k-1}(ax+b) \cos(ax+b);$$

$$4.3.71. -ak \cos^{k-1}(ax+b) \sin(ax+b); 4.3.72. 2x \cos x^2;$$

$$4.3.73. \left(\frac{1}{x^2} - 1\right) \sin\left(x + \frac{1}{x}\right); 4.3.74. \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}; 4.3.75. \frac{1}{2x\sqrt{x}} \sin \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$4.3.76. \frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}; 4.3.77. -6 \cos 4x \sin 8x; 4.3.78. 0.5(3 \sin x - 4) \sin 2x;$$

$$4.3.79. \cos(\sin x) \cos x; 4.3.80. 4(1 + \sin^2 x)^3 \sin 8x; 4.3.81. -\sin^3 x;$$

$$4.3.82. -\frac{4 \cos 2x}{\sin^2 2x}; 4.3.83. \frac{5}{\cos^2 5x}; 4.3.84. -\frac{1}{\sin^2 \frac{x}{4}};$$

$$4.3.85. an[1 + tg^2(ax+b)]; 4.3.86. -an[1 + ctg^2(ax+b)]; 4.3.87. tg^3 x(1 + tg^2 x);$$

$$4.3.88. tg^4 x; 4.3.89. \frac{1}{2} \left(1 + tg^2 \frac{x+1}{2}\right); 4.3.90. \frac{1 + tg^2 x}{\sqrt{1 + 2tgx}};$$

$$4.3.91. -\frac{2x \left(1 + ctg^2 \sqrt[3]{1+x^2}\right)}{3 \sqrt[3]{(1+x^2)^2}}; 4.3.92. (3x^2 - 1)[1 + ctg^2(x-x^3)];$$

$$4.3.93. -\frac{2(1 + ctg^2 x)}{3 \sqrt[3]{ctgx}}; 4.3.94. -2ctg^4(2x-3)[1 + ctg^2(2x-3)]; 4.3.95. 0;$$

$$4.3.96. \arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}; 4.3.97. \frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}; 4.3.98. -\frac{1}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x};$$

$$4.3.99. -\frac{x + \sqrt{1-x^2} \arccos x}{x^2 \sqrt{1-x^2}}; 4.3.100. \frac{(1+x^2) \operatorname{arctg} x + 2x}{2\sqrt{x}(1+x^2)};$$

$$4.3.101. \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}; 4.3.102. -\frac{2}{\sqrt{2+4x-4x^2}}; 4.3.103. \frac{2x}{1+x^4};$$

$$4.3.104. -\frac{1}{(1+x)\sqrt{2x(1-x)}}; 4.3.105. -\frac{1}{(x+1)\sqrt{2x+1}}; 4.3.106. -\frac{2x}{x^4 - 2x^2 + 2}$$

$$4.3.107. \frac{2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{1+x^2} : 4.3.108. \frac{3x^2(1+x^2) \operatorname{arctg} x - x^3}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^2 x} :$$

$$4.3.109. \operatorname{arccos} \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} : 4.3.110. \frac{2 \cos(2 \operatorname{arctg} x)}{1+x^2} = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2} :$$

$$4.3.111. -\frac{3 \sin(3 \operatorname{arcsin} x)}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{3(4x^3-3x)}{\sqrt{1-x^2}} : 4.3.112. \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b \cos x} :$$

$$4.3.113. -\frac{3 \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}}{1+x^2} : 4.3.114. -\frac{4 \operatorname{arctg}^3 \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} : 4.3.115. \frac{4}{4x-1} :$$

$$4.3.116. \frac{3 \ln^2 x}{x} : 4.3.117. \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} : 4.3.118. \frac{2x-4}{x^2-4x} :$$

$$4.3.119. 2x \log_3 x + x \log_3 e : 4.3.120. \lg ex : 4.3.121. x^{n-1}(n \ln x + 1) :$$

$$4.3.122. \frac{2x}{(x^2-1) \ln 2} : 4.3.123. -\frac{2}{x(1+\ln x)^2} : 4.3.124. \frac{1-n \ln x}{x^{n+1}} :$$

$$\frac{ak \ln^{k-1}(ax+b)}{ax+b} : 4.3.126. \operatorname{ctg} x : 4.3.127. \frac{2}{\sin 2x} :$$

$$4.3.128. -\frac{2}{\sqrt{1-4x^2} \operatorname{arccos} x} : 4.3.129. 4 \operatorname{ctg} x \ln^3 \sin x :$$

$$4.3.130. \frac{1}{\sqrt{1-x^2} \operatorname{arcsin} x} : 4.3.131. \frac{x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}} :$$

$$4.3.132. \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)} : 4.3.133. \frac{1}{x \log_5 x \log_3(\log_5 x) \ln 2 \ln 3 \ln 5} :$$

$$4.3.134. \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} : 4.3.135. \frac{\ln x}{2x} : 4.3.136. \frac{6x-x^2-2}{(3-x)(2-x^2)} :$$

$$4.3.137. \frac{5a^2+2ax-54x^2}{x(a+3x)(a-2x)} : 4.3.138. \frac{1+3x^2-2x^4}{x(1+x^2)(1-x^2)} :$$

$$4.3.139. \frac{17x^2+64x-43}{2(x+1)(x-5)(2x-1)(3x-2)} : 4.3.140. \sin \ln x + \cos \ln x :$$

$$4.3.141. 2^x \ln 2 : 4.3.142. -3^{-x} \ln 3 : 4.3.143. 10^x + x 10^x \ln 10 :$$

$$4.3.144. 4^{-x} - x 4^{-x} \ln 4 : 4.3.145. (x+1)e^x : 4.3.146. (x-1)e^{-x} :$$

$$4.3.147. e^x(\cos x - \sin x) : 4.3.148. (x^2+1)e^x : 4.3.149. \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{\sin^2 x} :$$

$$4.3.150. 2 \cdot 10^{2x-3} \ln 10 : 4.3.151. \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{2\sqrt{x+1}} : 4.3.152. -\frac{1}{x^2} 2^{\frac{1}{x}} \ln 2 :$$

$$4.3.153. -3^{\cos x} \ln 3 \sin x : 4.3.154. \frac{a^{\sin \sqrt{x}} \ln a \cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} : 4.3.155. 2^x \ln 2 \cos 2^x :$$

$$4.3.156. \frac{2e^2}{\sqrt{1-4}^2} : 4.3.157. \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^{\frac{1}{x}} : 4.3.158. \frac{e^{\sqrt{\ln x}}}{2x\sqrt{\ln x}} :$$

$$4.3.159. 2^{3^x} 3^x \ln 2 \ln 3 : 4.3.160. -12 \cdot 10^{1-\sin^4 3x} \ln 10 \cdot \sin^3 3x \cos 3x :$$

$$4.3.161. -\frac{1}{1+x^2} 2^{\arctg \frac{1}{x}} \ln 2 : 4.3.162. a^x x^{a-1} (x \ln a + a) : 4.3.163. 3 \operatorname{sh}^2 x \operatorname{ch} x :$$

$$4.3.164. \operatorname{th} x : 4.3.165. 2 \operatorname{sh} 2x : 4.3.166. -2x [1 - \operatorname{th} x^2 (1 - x^2)] :$$

$$4.3.167. \operatorname{sh}(\operatorname{sh} x) \operatorname{ch} x : 4.3.168. \frac{\operatorname{sh} x}{2\sqrt{\operatorname{ch} x}} : 4.3.169. \frac{1 - \operatorname{th}^2(\ln x)}{x} :$$

$$4.3.170. \operatorname{sh} 2x e^{\operatorname{ch}^2 x} : 4.3.171. x \operatorname{ch} x : 4.3.172. \frac{1}{(1 + \operatorname{ch} x)^2} :$$

$$4.3.173. 10 \operatorname{ch}^4(2x + 1) \operatorname{sh}(2x + 1) : 4.3.174. 15 \operatorname{th}^2(5x - 1) [1 - \operatorname{th}^2(5x - 1)] :$$

$$4.3.175. x^x (\ln x + 1) : 4.3.176. \frac{x^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} (\ln x + 2) : 4.3.177. \sqrt[x]{x^{1-2x}} (1 - \ln x) :$$

$$4.3.178. (x^2 + 1)^{x-1} [(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + 2x^2] : 4.3.179. x^{\cos x - 1} (\cos x - x \sin x \ln x) :$$

$$4.3.180. (\cos x)^{\sin x - 1} (\cos^2 x \ln \cos x - \sin^2 x) :$$

$$4.3.181. x(\sin x)^{x^2 - 1} (2 \sin x \ln \sin x + x \cos x) :$$

$$4.3.182. (\sin x)^{\ln x - 1} \left(\frac{\sin x}{x} \ln \sin x + \cos x \ln x \right) :$$

$$4.3.183. 2x(x^2 - 1)^{x^2 - 1} [(x^2 - 1) \ln(x^2 - 1) + x^2] :$$

$$4.3.184. (\ln x)^{x-1} (\ln x \ln \ln x + 1) : 4.3.185. 2x^{-2} (x + 1)^{\frac{2}{x} - 1} [x - (x + 1) \ln(x + 1)] :$$

$$4.3.186. 2x^{\ln x - 1} \ln x : 4.3.187. \frac{2(2-x)(x^2 + 11x + 1)}{(x-5)^4 \sqrt[3]{(x+1)^2}} :$$

$$4.3.188. \frac{(x+1)^2 (57x^2 - 302x + 361)}{20(x-3)\sqrt{(x-3)^2} \sqrt[4]{(x-2)^3}} : 4.3.189. a^x x^{a^x - 1} (x \ln a \ln x + 1) :$$

$$4.3.190. x^{a-1} x^{x^a} (a \ln x + 1) : 4.3.191. x^x a^{x^x} (\ln x + 1) \ln a :$$

$$4.3.192. x^{x-1} x^{x^x} [x(\ln x + 1) \ln x + 1] : 4.3.193. -\frac{x^4 + 6x^2 + 1}{3\sqrt[3]{x^2(x^2 + 1)^2(x^2 - 1)^5}} :$$

$$4.3.194. \frac{3x^2 + 10x + 20}{15\sqrt[3]{(x-5)^2} \sqrt[15]{(x^2+4)^{16}}} : 4.3.195. \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2 :$$

$$4.3.196. \frac{p}{\sqrt{2px} \sqrt{1+\sqrt{2px}}} : 4.3.197. \frac{2x-3}{1+(x^2-3x+2)^2} :$$

$$4.3.198. \frac{1+\sin x}{(x-\cos x)\ln 10} : 4.3.199. 1.5 \sin 2x(\cos x - 2) :$$

$$4.3.200. e^{\cos x}(\cos x - \sin^2 x) : 4.3.201. \frac{5(x+1)^9(x-1)}{x^6} : 4.3.202. -\frac{1}{x^2+1} :$$

$$4.3.203. \frac{\sin \frac{x}{3} \left(2 \cos \frac{x}{3} \sin x - 3 \sin \frac{x}{3}\right)}{3(1-\cos x)} : 4.3.204. -\frac{124x^5 + 72}{27x^5 \sqrt[9]{(4x^5+2)^8}} :$$

$$4.3.205. \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} : 4.3.206. \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2(1+x)} :$$

$$4.3.207. -2 \sin 2x \ln x + \frac{\cos 2x}{x} : 4.3.208. \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x(1-\sin x)}} :$$

$$4.3.209. \frac{n \cos x}{\sqrt{1-n^2 \sin^2 x}} : 4.3.210. \sin\left(\frac{2-2\ln x}{x}\right) \frac{\ln x - 2}{x^2} :$$

$$4.3.211. \frac{2x - \cos x}{(x^2 - \sin x)\ln 3} : 4.3.212. \operatorname{arcsin}(\ln x) + \frac{1}{\sqrt{1-\ln^2 x}} :$$

$$4.3.213. \frac{x - \sqrt{1-x^2}}{x(1-2x^2)\sqrt{1-x^2}} : 4.3.214. 10^{\sqrt{x}} \left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{x} \ln 10\right) :$$

$$4.3.215. -\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} : 4.3.216. -\frac{x+2}{\sqrt{x+3} \sqrt[3]{(1+x\sqrt{x+3})^2}} :$$

$$4.3.217. 3x^2 \operatorname{arctg} x^3 + \frac{3x^5}{1+x^6} : 4.3.218. 10^{x \operatorname{tg} x} \left(\operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos^2 x}\right) \ln 10 :$$

$$4.3.219. \sin 2x \sin x^2 + 2x \sin^2 x \cos x^2 : 4.3.220. \frac{2-3x-x^3}{2(1+x^2)\sqrt{(1+x^2)(1-x)}} :$$

$$4.3.221. \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} : 4.3.222. 2^{\frac{x}{\ln x}} \left(\frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}\right) \ln 2 : 4.3.223. (a^2 + 1)e^{ax} \sin x :$$

$$4.3.224. e^{-\cos x} (1 + x \sin x) : 4.3.225. \frac{(e^{2x} + 1)(\cos x - \sin x)}{e^{2x} \cos x + \sin x} :$$

$$4.3.226. e^x \cos^2 x (1 + \sin x \cos x - 4 \sin^2 x): 4.3.227. \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin^2 x}:$$

$$4.3.228. \frac{1 - 2x^2}{x(1 - x^2)} + \operatorname{ctgx}: 4.3.229. \frac{(x^2 - 32x - 73)(3 - x)^3}{2(x + 1)^6 \sqrt{x + 2}}:$$

$$4.3.230. \frac{3e^{\sqrt{x}}(2 + \sqrt{x})}{10\sqrt[5]{(1 + xe^{\sqrt{x}})^2}}: 4.3.231. -\operatorname{thgx}: 4.3.232. -\frac{2nx^{n-1}}{x^{2n} + 1}:$$

$$4.3.233. (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}} \left(-\frac{\operatorname{Intg} 2x}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} + \frac{4 \operatorname{ctg} \frac{x}{2}}{\sin 4x} \right):$$

$$4.3.234. \frac{(1 + \sin x) \sin(x - \cos x)}{\cos^2(x - \cos x)}:$$

$$4.3.235. \frac{e^x \operatorname{arctgx}}{\ln^5 x} \left[1 + x + \frac{x}{(1 + x^2) \operatorname{arctgx}} - \frac{5}{\ln x} \right]:$$

$$4.3.236. \frac{\operatorname{ctgx} \ln \cos x + \operatorname{tgx} \ln \sin x}{\ln^2 \cos x}: 4.3.237. \frac{1 + x^4}{1 + x^6}:$$

$$4.3.238. \frac{(1 - x^2) e^{3x-1} \cos x}{(\arccos x)^3} \left[\frac{3 - 2x - 3x^2}{1 - x^2} - \operatorname{tgx} + \frac{3}{\sqrt{1 - x^2} \arccos x} \right]:$$

$$4.3.239. \frac{x^2}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}: 4.3.240. (\operatorname{arctgx})^x \left[\frac{x}{(1 + x^2) \operatorname{arctgx}} + \ln \operatorname{arctgx} \right]:$$

$$4.3.241. \frac{24 - x - 5x^2}{3\sqrt{x-1} \sqrt[3]{(x+2)^5} \sqrt{(x+3)^5}}: 4.3.242. \frac{(x^2 - 7x + 1)(x - 2)^8}{\sqrt{(x-1)^7} (x-3)^{13}}:$$

$$4.3.243. -\frac{(5x^2 + 19x + 20)(x + 2)}{(x + 1)^4 (x + 3)^5}: 4.3.244. \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \left[\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{x + 1} \right]:$$

$$4.3.245. \frac{1 + 2\sqrt{x} + 4\sqrt{x}\sqrt{x + \sqrt{x}}}{8\sqrt{x}\sqrt{x + \sqrt{x}}\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}: 4.3.246. \sqrt{\frac{a - x}{x - b}}:$$

$$4.3.252. (1 + 2x - x^3 - e^x) \cos x + (e^x - 4x^2) \sin x:$$

$$4.3.253. (0; 20), (1; 15), (-2; -12): 4.3.254. (1; -3): 4.3.255. b = -1, c = 1:$$

$$4.3.256. 1) x = 1, y = 0; 2) y = 2x, y = -\frac{1}{2}x; 3) y = x - 1, y = 1 - x;$$

$$4) x - 2y - 1 = 0, 2x + y - 2 = 0; 5) 2x + y - 3 = 0, x - 2y + 1 = 0;$$

$$6) y = 1, x = \frac{\pi}{2}; 7) x + 2y = 4a, y = 2x - 3a;$$

$$8) 27x - 3y - 79 = 0, 3x + 27y - 27 = 0;$$

$$9) 2x - y - 1 = 0, x + 2y - 3 = 0, \quad 10) y = 2x - a, x + 2y = 3a;$$

$$4.3.257.1) 2e^x(1+2x^2); 2) 2\cos 2x; 3) 2\operatorname{arctg}x + \frac{2x}{1+x^2}; 4) -\frac{2x}{x^2+a^2};$$

$$5) 56x^6 + 210x^4; 6) \frac{2(1-x^2)}{3(1+x^2)^2}; 7) 2x(3+2x^2)e^{x^2};$$

$$8) -\frac{a^2}{(a^2-x^2)\sqrt{a^2-x^2}}; 9) \frac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)}{4x\sqrt{x}}; 10) \frac{a(a^2-1)\sin x}{(1-a^2\sin^2 x)\sqrt{1-q^2\sin^2 x}};$$

$$11) \frac{2(x^2-1)}{(1+x^2)^2}; 12) \frac{a+3\sqrt{x}}{4x\sqrt{x}(a+\sqrt{x})^3}; 13) \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}};$$

$$14) 2\operatorname{arcctg}x - \frac{2x}{1+x^2}; 15) x^x \left[(\ln x + 1)^2 + \frac{1}{x} \right];$$

$$4.3.258.1) \sin\left(x + \frac{\pi}{2}n\right); 2) (-1)^n \cdot n!(1+x)^{-1-n}; 3) (-1)^{-1} \cdot \dots;$$

$$4) (-3)n^{e-3x}; 5) 2^n \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}n\right); 6) a^n e^{ax};$$

$$7) a^n \sin\left(ax + \frac{\pi}{2} \cdot n\right) + b^n \cos\left(bx + \frac{\pi}{2} \cdot n\right); 8) e^x(x+n); 9) \frac{(-1)^n a^n n!}{(ax+b)^{n+1}};$$

$$10) (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n \ln a}; 11) \frac{(-1)^{n-1} a^n (n-1)!}{(ax+b)^n}; 12) (-1)^n \frac{(n-2)!}{x^{n-1}} (n \geq 2);$$

$$13) (-1)^n \cdot \frac{n!}{2} \left[\frac{1}{(x+1)^{n+1}} + \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]; 14) 4^{n-1} \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}n\right);$$

$$4.3.259. 0.0901, 0.09: 4.3.260. -\frac{\pi}{72};$$

$$4.3.261.1) (\ln x + 1)dx; 2) \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}; 3) \frac{ndx}{x^{n+1}}; 4) \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right) dx;$$

$$5) -\frac{(1+\cos\varphi)}{\sin^2\varphi} d\varphi; 6) -\frac{2+\sin\varphi}{4\sin^2\varphi} d\varphi;$$

$$4.3.262.1) 0.48489; 2) 0.9651; 3) 1.24; 4) 0.81;$$

$$4.3.263.1) 5; 2) 1; 3) 0.94; 4) 0.9;$$

$$4.3.264.1) y'_x = \frac{2xy - y^2}{2y^2 - x^2}; 2) y'_x = (2 - ye^x)e^{-x}; 3) y'_x = \frac{1 - y \sin xy}{x \sin xy - 1};$$

$$4) y'_x = \frac{ye^x - e^y}{xe^y - e^x}; 5) y'_x = \frac{x^2 - ay}{ax - y^2}; 6) y'_x = \frac{2x^3 - xy^2}{x^2y - 2y^3};$$

$$7) y'_x = -\frac{y \cos^2(x+y)(\cos xy - \sin xy) - 1}{x \cos^2(x+y)(\cos xy - \sin xy) - 1}; 8) y'_x = \frac{1}{2(1 + \ln y)};$$

$$9) y'_x = 2^{x-y} \cdot \frac{2^y - 1}{1 - 2^x}; 10) y'_x = \frac{\sqrt{1-y^2} \left(1 - \sqrt{1-x^2}\right)}{\sqrt{1-x^2} \left(1 - \sqrt{1-y^2}\right)};$$

$$11) y'_x = -\frac{\sin(x+y)}{1 + \sin(x+y)}; 12) y'_x = -\frac{1+y \sin xy}{x \sin xy}; 13) y'_x = \frac{e^y}{2-y};$$

$$14) y'_x = \frac{y^2 - xy \ln y}{x^2 - xy \ln x}; 15) y'_x = -\sqrt[3]{\frac{y}{x}};$$

$$16) y'_x = \frac{\sin y}{2 \sin 2y - \sin y - x \cos y}; 17) y'_x = \frac{1+y^2}{y^2};$$

$$18) y'_x = \frac{y \cos x + \sin(x-y)}{\sin(x-y) - \sin x}; 19) y'_x = -\sqrt{\frac{y}{x}};$$

$$20) y'_x = \frac{3a^2 \cos 3x + y^2 \sin x}{2y \cos x};$$

$$4.3.265.1) y'_x = \frac{1}{2t}; 2) y'_x = -\frac{b}{a} \operatorname{ctgt}; 3) y'_x = -\operatorname{tgt}; 4) y'_x = \frac{\sin \theta}{\cos \theta - 1}; 5) y'_x = -1;$$

$$6) y'_x = \frac{t}{2}; 7) y'_x = \frac{\cos \varphi - \varphi \sin \varphi}{1 - \sin \varphi - \varphi \cos \varphi}; 8) y'_x = \frac{1 - \operatorname{tgt}}{1 + \operatorname{tgt}};$$

$$9) y'_x = \frac{t(2-t^3)}{1-2t^3}; 10) y'_x = \frac{3t^2-1}{2t}; 11) y'_x = -1; 12) y'_x = 2t^2;$$

$$13) y'_x = -\frac{2t}{\sqrt{1-t^2}}; 14) y'_x = \frac{t + \operatorname{tgt}}{1 + t \cdot \operatorname{tgt}}; 15) y'_x = -\frac{1}{2} e^{-2t};$$

«4

$$4.4.2. n_2; 4.4.3. c = \frac{14}{9};$$

$$4.4.4. 1) \frac{1}{2}; 2) -\frac{1}{3}; 3) 3; 4) 5; 5) 0; 6) 0; 7) 1; 8) \frac{2}{\pi}; 9) 0; 10) \frac{\pi^2}{2}; 11) 0; 12) \frac{1}{3};$$

$$13) -\frac{1}{2}; 14) \frac{\alpha}{\beta}; 15) \frac{m}{n} a^{m-n}; 16) a; 17) \frac{4a^2}{\pi}; 18) 0;$$

$$4.4.5. 1) 0; 2) 1; 3) 1; 4) \ln \frac{a}{b}; 5) \frac{1}{e}; 6) 1; 7) 1; 8) \frac{1}{e}; 9) \frac{\ell na - \ell nb}{\ell nc - \ell nd}; 10) 2;$$

$$11) \frac{1}{2}; 12) -1; 13) +\infty; 14) 0; 15) 0; 16) \frac{a}{\sqrt{b}}; 17) e^2; 18) 1;$$

$$4.4.6. 1) 1 - x^2 + x^4 + o(x^4); 2) x + x^2 + \frac{1}{2} x^3 + \frac{x^4}{6} + o(x^4);$$

$$3) x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{12}x^4 + o(x^4); 4) x - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{24}x^5 + o(x^5);$$

$$5) 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + o(x^4); 6) 1 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{120}x^4 + o(x^4);$$

$$7) 1 - x^2 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{6}x^6 + o(x^6); 8) x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + o(x^5);$$

4.4.7. 1) 0.515; 2) 1.648; 3) -0,007;

4.4.9. 1) $(-1; 1) \downarrow, (-\infty; -1) \not\subset (1; +\infty) \uparrow$; 2) $(-\infty; 2) \not\subset (2; +\infty) \downarrow$;

$$3) \left(\frac{10k-7}{30} \pi; \frac{5k-1}{15} \pi \right) \uparrow, \left(\frac{5k-1}{15} \pi; \frac{10k+3}{30} \pi \right) \downarrow, k \in \mathbb{Z} \in$$

$$4) (-\infty; +\infty) \uparrow; 5) \left(\frac{1}{e}; +\infty \right) \uparrow, \left(0; \frac{1}{e} \right) \downarrow; 6) (-\infty; +\infty) \uparrow;$$

$$7) (-\infty; -1) \not\subset (0; +\infty) \uparrow, (-1; 0) \downarrow;$$

$$8) (-\infty; -1) \not\subset (1; +\infty) \uparrow, (-1; -1) \downarrow; 9) (-2; 0) \uparrow;$$

4.4.10. 1) էքստրեմում չունի; 2) $y_{\max}(0) = -2, y_{\min}(2) = 2$; 3) $y_{\min}(0) = 0$;

$$4) y_{\min}(0) = 0, y_{\max}(2) = \frac{4}{e^2};$$

$$5) y_{\min}\left(\pi k - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{6}, y_{\max}\left(\pi k + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{6}, k \in \mathbb{Z}; 6) y_{\min}(1) = e;$$

$$7) \text{էքստրեմում չունի}; 8) y_{\max}(0) = 0, y_{\min}(\pm 1) = -1; 9) y_{\min}\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e};$$

4.4.11. 1) $(-\infty; 2)$ ուռուցիկ է, $(2; +\infty)$ գոգավոր է, $x = 2$ - ը շրջման կետն է;

2) $(-\infty; 0) \S (3; +\infty)$ գոգավոր է, $(0; 3)$ ուռուցիկ է, $x = 0 \S x = 3$ - ը շրջման կետեր են;

3) $(2\pi k; (2k+1)\pi)$ ուռուցիկ է; $((2k-1)\pi; 2k\pi)$ գոգավոր է, $x = \pi k$ շրջման կետեր են; $k \in \mathbb{Z}$;

4) $(0; +\infty)$ ուռուցիկ է;

5) $(-\infty; -3) \S (-1; +\infty)$ գոգավոր է, $(-3; 1)$ ուռուցիկ է; $x = -3 \S x = -1$ կետերը շրջման կետեր են;

6) $\left(0; \frac{1}{e\sqrt{e}}\right)$ ուռուցիկ է, $\left(\frac{1}{e\sqrt{e}}; +\infty\right)$ գոգավոր է, $x = \frac{1}{e\sqrt{e}}$ կետը շրջման կետ է;

7) $(-\infty; -\sqrt{3}) \S (0; \sqrt{3})$ գոգավոր է, $(-\sqrt{3}; 0) \S (\sqrt{3}; +\infty)$ ուռուցիկ է; $x = \pm\sqrt{3} \S x = 0$ կետերը շրջման կետեր են;

8) $(-\infty; 0)$ գոգավոր է, $(0; +\infty)$ ուռուցիկ է; $x = 0$ - ը շրջման կետ է;

4.4.12. 1) $x = 2, y = 0$; 2) $x = \pm 2, y = 1$; 3) $y = -1$ (ձախ), $y = 1$;

4) $y = -2$ (ἀυή); $y = 2x - 2$ (ωρ); 5) $y = 2$;

6) $x = 0, y = 1$, (ἀυή); $y = 0$ (ωρ); 7) $x = -1$; 8) $x = 0, y = 1$:

4.4.15. 1) 45; 0; 2) 0.10001; 2; 3) 66; 2; 4) 3; 1; 5) 32; $\frac{1}{2}$:

6) $y_{\min} \left(\frac{a}{a+b} \right) = (a+b)^2$; 7) $y_{\max} = 1$; 8) $y_{\min} = \frac{1}{\sqrt[e]{e}}$:

4.4.16. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{a}{b^2}; \frac{b}{a^2}$; 3) 36; 4) 0.128; 5) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 6) 0; 7) 1; 8) $\frac{8\sqrt{2}}{3a}$;

9) $6|x|(1+9x^4)^{-1.5}$; 10) $a^4 b^4 (b^4 x^2 + a^4 y^2)^{-1.5}$; 11) $|\cos x|$;

12) $\frac{1}{3\sqrt[3]{a|xy|}}$; 13) $(m-1)(ab)^{2m}(xy)^{m-2} \left((b^{2m} x^{2m-2} + a^{2m} y^{2m-2})^{-1.5} \right)$;

14) $\frac{1}{a \cdot ch^2 \frac{x}{a}}$; 15) $\frac{1}{6}$; 16) $\frac{2}{3a|\sin 2t|}$; 17) $\frac{2}{\pi a}$; 18) $\frac{3}{8a \left| \sin \frac{t}{2} \right|}$;

19) $\frac{1}{\sqrt{1+\ell n^2 a}}$; 20) $\frac{2+\varphi^2}{a} (1+\varphi^2)^{-1.5}$; 21) $\frac{\varphi^2+k^2+k}{a \cdot \varphi^{k-1}} (\varphi^2+k^2)^{-1.5}$;

4.4.17. 1) $(x+4)^2 + (y-3.5)^2 = 31.25$; 2) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$;

3) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 8$; 4) $\left(x - \frac{\pi-10}{4} \right)^2 + \left(y - \frac{9}{4} \right)^2 = \frac{125}{16}$;

5) $\left(x + \frac{7a}{3} \right)^2 + \left(y - \frac{8a}{3} \right)^2 = \frac{125a^2}{9}$;

4.4.18. 1) $\left(\frac{n-n^2-2}{n-1}; \frac{2n^2-n+1}{n(n-1)} \right)$; 2) $\left(\frac{8(a^2+b^2)}{a}; -\frac{3\sqrt{3}(a^2+b^2)}{b} \right)$;

3) $\left(x + 3\sqrt[3]{xy^2}; y + 3\sqrt[3]{x^2y} \right)$; 4) $\left(\pm \frac{16a}{3}; -\frac{11a}{2} \right)$;

5) $\left(-\frac{4}{3}^3; 3^2 - \frac{3}{2} \right)$; 6) (2; 2):

4.4.19. 1) Հավասարարուն: 4.4.20. $\frac{a}{2}; \frac{a}{2}$; 4.4.21. $H = \frac{2R}{\sqrt{3}}; r = R\sqrt{\frac{2}{3}}$:

4.4.22. $H = R\sqrt{2}$; 4.4.23. $a\sqrt{2}; b\sqrt{2}$; 4.4.24. $\left(\pm \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{3}{4} \right)$; 4.4.25. $\sqrt{\frac{8}{3}}\pi$:

4.4.26. $\frac{4R\sqrt{5}}{5}; \frac{R\sqrt{5}}{5}$; 4.4.27. 60° ;

4.4.28. $\frac{\pi}{2}ab$ (a – և b – և ուղղանկյան կողմերն են);

4.4.29. $C(-\sqrt{6}; -\sqrt{6})$; 4.4.30. $x = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$; 4.4.31. (2;3):

ԳԼՈՒԽ V

«1.

5.1.1. $\frac{1}{7}x^7 + C$; 5.1.2. $\frac{10}{13}x^{\frac{13}{10}} + C$; 5.1.3. $\frac{m}{n+m}x^{\frac{n+m}{m}} + C$;

5.1.4. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$; 5.1.5. $\frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$; 5.1.6. $-\frac{1}{x} - 2\ln|x| + x + C$;

5.1.7. $-\frac{2}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$; 5.1.8. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + \frac{18}{7}x\sqrt[6]{x} + \frac{9}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{6}{13}x^2\sqrt[6]{x} + C$

5.1.9. $\frac{6}{7}x\sqrt[6]{x} - 2\sqrt{x} + C$; 5.1.10. $x^4 + \frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{6}x^6 + C$; 5.1.11. $\frac{1}{4}(x+1)^4 + C$;

5.1.12. $\frac{1}{24}(4x-1)^6 + C$; 5.1.13. $-\frac{1}{14}(3-2x)^7 + C$; 5.1.14. $\frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1}$

5.1.15. $\frac{2}{3}(x+5)\sqrt{x+5} + C$; 5.1.16. $\frac{3}{8}(2x-1)^{\frac{4}{3}} + C$; 5.1.17. $-\frac{4}{25}(3-5x)^{\frac{5}{4}} + C$

5.1.18. $-\frac{1}{12}(1-8x)^{\frac{3}{2}} + C$; 5.1.19. $2\sqrt{x-1} + C$; 5.1.20. $\frac{3}{4}(2x+3)^{\frac{2}{3}} + C$;

5.1.21. $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(5-2x)^2} + C$; 5.1.22. $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{(3-4x)^3} + C$;

5.1.23. $\frac{3}{14}\sqrt[3]{(2x-5)^7} + C$; 5.1.24. $-\frac{5}{33}\sqrt[5]{(8-3x)^{11}} + C$;

5.1.25. $-\frac{1}{8(2x-3)^4} + C$; 5.1.26. $\frac{cn}{a(n-m)}\sqrt[n]{(ax+b)^{n-m}} + C$; 5.1.27. $\ln|x+\delta| + C$

5.1.28. $\frac{1}{4}\ln|4x+7| + C$; 5.1.29. $-\ln|3-x| + C$; 5.1.30. $-\frac{1}{3}\ln|4-3x| + C$;

$$\begin{aligned}
& 5.1.31. \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C; 5.1.32. \frac{1}{a} \ln |ax+b| + C; 5.1.33. \frac{10^x}{\ln 10} + C; \\
& 5.1.34. \frac{a^x e^x}{1 + \ln a} + C; 5.1.35. -\frac{2}{3^x \ln 3} + C; 5.1.36. x - e^{-x} + C; \\
& 5.1.37. \frac{1}{2} e^{2x-1} + C; 5.1.38. -\frac{4^{2-3x}}{3 \ln 4} + C; 5.1.39. e^x - \frac{1}{2} e^{-2x} + C; \\
& 5.1.40. \frac{a^{2x} - b^{2x}}{a^x b^x (\ln a - \ln b)} - 2x + C; 5.1.41. \frac{a}{2} \left(e^{\frac{2x}{a}} - e^{-\frac{2x}{a}} \right) + 2x + C; \\
& 5.1.42. \ln(e^x + 1) + C; 5.1.43. \frac{1}{2} e^{x^2} + C; 5.1.44. \frac{2 \cdot 5^{\sqrt{x}}}{\ln 5} + C; \\
& 5.1.45. -\frac{2}{3b} \sqrt{(a - be^x)^3} + C; 5.1.46. \frac{1}{3} x - \frac{1}{3} \ln(e^x + 3) + C; 5.1.47. e^{\sin x} + C \\
& 5.1.48. -e^{\cos x} + C; 5.1.49. \frac{1}{3} \sin 3x + C; 5.1.50. -2 \cos \frac{x}{2} + C \\
& 5.1.51. \frac{1}{4} \sin(4x - 1) + C; 5.1.52. \frac{2}{3} \cos \left(2 - \frac{3x}{2} \right) + C; 5.1.53. \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C; \\
& 5.1.54. -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C; 5.1.55. \frac{1}{2} \operatorname{tg} x + \frac{x}{2} + C; 5.1.56. -\operatorname{ctg} x - x + C; \\
& 5.1.57. \operatorname{tg} x - x + C; 5.1.58. \ln |\sin x| + C; 5.1.59. -\ln |\cos x| + C; \\
& 5.1.60. x - \sin x + C; 5.1.61. \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}} + C; 5.1.62. \frac{1}{6} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2} + C; \\
& 5.1.63. \frac{1}{b} \operatorname{arctg} bx + C; 5.1.64. \frac{1}{ab} \operatorname{arctg} \frac{bx}{a} + C; 5.1.65. \operatorname{arcsin} \frac{x}{2} + C; \\
& 5.1.66. \operatorname{arcsin} \frac{x}{\sqrt{3}} + C; 5.1.67. \frac{1}{2} \operatorname{arcsin} 2x + C; 5.1.68. \frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{2x}{3} + C; \\
& 5.1.69. \frac{1}{b} \operatorname{arcsin} bx + C; 5.1.70. \frac{1}{b} \operatorname{arcsin} \frac{bx}{a} + C; 5.1.71. \operatorname{arcsin}(x+2) + C; \\
& 5.1.72. \operatorname{arcsin} \frac{x+1}{\sqrt{2}} + C; 5.1.73. \frac{1}{3} \operatorname{arcsin}(3x-1) + C; 5.1.74. \frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C \\
& 5.1.75. \frac{1}{b} \operatorname{arcsin} \frac{bx+c}{a} + C; 5.1.76. \operatorname{arctg}(x+2) + C; 5.1.77. \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{\sqrt{3}} + C \\
& 5.1.78. \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(2x-3) + C; 5.1.79. \frac{1}{5\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{5x-1}{\sqrt{2}} + C; \\
& 5.1.80. \frac{1}{ab} \operatorname{arctg} \frac{bx+c}{a} + C; 5.1.81. \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 5.1.82. \frac{(1+x^2)^8}{16} + C; 5.1.83. -\frac{1}{8} \ln|3-4x^2| + C; 5.1.84. -\frac{(5-2x^2)^{10}}{20} + C; \\
& 5.1.85. \frac{1}{2b} \ln|a+bx^2| + C; 5.1.86. \frac{(a+bx^2)^{n+1}}{2b(n+1)} + C; 5.1.87. \frac{1}{3} \ln|3+x^3| + C; \\
& 5.1.88. -\frac{(2-x^3)^6}{18} + C; 5.1.89. -\frac{1}{15} \ln|4-5x^3| + C; 5.1.90. \frac{(8+5x^3)^5}{75} + C; \\
& 5.1.91. -\frac{1}{3} \sqrt{(2-x^2)^3} + C; 5.1.92. -\frac{3}{8} \sqrt[3]{(3-2x^2)^2} + C; \\
& 5.1.93. \frac{3}{18} \sqrt[5]{(3+5x^3)^6} + C; 5.1.94. -\frac{2}{15} \sqrt[6]{(7-3x^3)^5} + C; \\
& 5.1.95. \frac{1}{18} \sqrt{(2+3x^4)^3} + C; 5.1.96. \frac{(ax^n+b)^{m+1}}{an(m+1)} + C; 5.1.97. x - \ln|x+1| + C; \\
& 5.1.98. x - 5\ln|x+5| + C; 5.1.99. x - \ln|x+4| + C; 5.1.100. x - 2\ln|x-5| + C; \\
& 5.1.101. \frac{x}{2} - \frac{3}{4} \ln|2x+3| + C; 5.1.102. -\frac{x}{2} - \frac{3}{4} \ln|3-2x| + C; \\
& 5.1.103. \frac{c}{a} x - \frac{bc}{a^2} \ln|ax+b| + C; 5.1.104. \frac{a}{c} x + \frac{bc-ad}{c^2} \cdot \ln|cx+d| + C; \\
& 5.1.105. x - 2\arctg x + C; 5.1.106. x + \ln(1+x^2) + C; \\
& 5.1.107. \frac{x^3}{3} - x + \arctg x + C; \\
& 5.1.108. -\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x - \ln|1-x| + C; 5.1.109. \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C; \\
& 5.1.110. \ln\left|\frac{x}{x+1}\right| + C; 5.1.111. \frac{1}{5} \ln\left|\frac{2x-3}{x+1}\right| + C; 5.1.112. \frac{1}{a-b} \ln\left|\frac{x-a}{x-b}\right| + C; \\
& 5.1.113. \frac{1}{3} \ln\left|\frac{x-5}{x-2}\right| + C; 5.1.114. \frac{1}{7} \ln\left|\frac{x-2}{x+5}\right| + C; 5.1.115. \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x+1}{x+3}\right| + C; \\
& 5.1.116. \frac{1}{2} \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C; 5.1.117. \frac{1}{4} \ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + C; 5.1.118. \frac{1}{12} \ln\left|\frac{2x-3}{2x+3}\right| + C; \\
& 5.1.119. \frac{1}{2\sqrt{6}} \ln\left|\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3x}}{\sqrt{2}-\sqrt{3x}}\right| + C; 5.1.120. \frac{1}{2ab} \ln\left|\frac{ax-b}{ax+b}\right| + C; \\
& 5.1.121. \ln(x+1) + 4\ln|x-7| + C; 5.1.122. \frac{13}{6} \ln|x-5| - \frac{1}{6} \ln|x+1| + C; \\
& 5.1.123. \ln|x| - \frac{1}{2} \ln|1+x^2| + 3\arctg x + C;
\end{aligned}$$

- 5.1.124. $\frac{5}{2} \ln|x| - \frac{5}{4} \ln|x^2 + 2| + \sqrt{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + C;$
- 5.1.125. $\frac{7}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} - \ln|x + 1| + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) + C;$
- 5.1.126. $\frac{19}{10} \ln|x - 3| - \frac{19}{20} \ln(x^2 + 1) + \frac{13}{10} \operatorname{arctg} x + C;$
- 5.1.127. $\frac{11}{8} \ln(x^2 + 4) - \frac{11}{4} \ln|x| + \frac{5}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C;$
- 5.1.128. $\frac{3}{8} \ln(x^2 + 3) - \frac{3}{4} \ln|x + 1| + \frac{9}{4\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}} + C;$
- 5.1.129. $\frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C;$ 5.1.130. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(2x + 1) + C;$
- 5.1.131. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C;$ 5.1.132. $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 2x + 10) - \operatorname{arctg} \frac{(x-1)}{3} + C;$
- 5.1.133. $2 \ln(x^2 - 4x + 8) + \frac{7}{2} \operatorname{arctg} \frac{x-2}{2} + C;$
- 5.1.134. $\frac{11}{12} \ln(x^2 + 6x + 13) - 18 \operatorname{arctg} \frac{x+3}{2} + C;$
- 5.1.135. $\frac{5}{2} \ln(x^2 + 2x + 5) + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} + C;$
- 5.1.136. $\frac{5}{2} \ln(x^2 - 2x + 5) + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{2} + C;$
- 5.1.137. $\frac{7}{2} \ln(x^2 + 6x + 18) - 8 \operatorname{arctg} \frac{x+3}{3} + C;$
- 5.1.138. $4 \ln(x^2 - 2x + 17) + \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{4} + C;$
- 5.1.139. $\frac{3}{2} x^2 + 2 \ln|x + 1| + \ln|x - 1| + C;$
- 5.1.140. $\frac{(x+4)^2}{2} + 5 \ln|x - 3| + 8 \ln|x - 1| + C;$
- 5.1.141. $\frac{(3x-9)^2}{6} + 22 \ln|x + 1| - \ln|x + 2| + C;$
- 5.1.142. $\frac{(2x-2)^2}{4} + \frac{29}{5} \ln|x - 3| + \frac{41}{5} \ln|x + 2| + C;$
- 5.1.143. $x - \ln|x| + 4 \ln|x - 3| + \ln|x - 4| + C;$
- 5.1.144. $4x + \ln|x| - 7 \ln|x - 1| + 19 \ln|x - 2| + C;$

$$5.1.145. x + \frac{1}{6} \ln|x-1| + \frac{1}{2} \ln|x+1| - \frac{8}{3} \ln|x+2| + C;$$

$$5.1.146. x + 3 \ln|x-1| - 19 \ln|x-2| + 24 \ln|x-3| + C;$$

$$5.1.147. \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C;$$

$$5.1.148. \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 4x - \ln|x| + 5 \ln|x+1| + C;$$

$$5.1.149. \frac{x^4}{2} + \frac{4x^3}{3} + \frac{3}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + C; \quad 5.1.150. \frac{3x^4}{4} - 2x^3 - \frac{7}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C;$$

$$5.1.151. 2 \ln|x| - \ln|x+1| + \frac{6}{x+1} + C; \quad 5.1.152. x + 2 \ln|x-1| - \ln|x| + \frac{1}{x} + C;$$

$$5.1.153. \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + \frac{1}{x} + C; \quad 5.1.154. \frac{8}{27} \ln \left| \frac{x+4}{x+1} \right| - \frac{16}{9(x+4)} - \frac{1}{9(x+1)} + C;$$

$$5.1.155. 20 \ln|x-3| - \frac{47}{4} \ln|x-2| - \frac{5}{4} \ln|x| + \frac{3}{2x} + C;$$

$$5.1.156. 2 \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + \frac{3}{x-2} + C; \quad 5.1.157. \frac{1}{2} \ln|x^2-1| - \frac{1}{2(x^2-1)} + C;$$

$$5.1.158. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x}{x-2} \right| - \frac{1}{2(x-2)} + C;$$

$$5.1.159. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x}{x-2} \right| - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2(x-2)} + C;$$

$$5.1.160. C - \frac{x}{(x^2-1)^2}; \quad 5.1.161. \frac{1}{6} \ln \frac{(x+1)^2}{x^2-x+1} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + C;$$

$$5.1.162. \frac{1}{3} \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+x+1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C;$$

$$5.1.163. \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C;$$

$$5.1.164. \ln|x| - \frac{1}{4} \ln(x+1)^2(x^2+1) - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C;$$

$$5.1.165. \frac{3}{2} \ln(x^2-2x+5) - \ln|x-1| + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{2} + C;$$

$$5.1.166. \frac{(x+1)^2}{2} + \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) - \operatorname{arctg} x + C;$$

$$5.1.167. \ln(x^2+4) - \frac{1}{2} \ln(x^2+2) + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{2} + C;$$

$$5.1.168. \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + C;$$

$$5.1.169. \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C;$$

$$5.1.170. \frac{1}{4} \ln(x^2 - x + 1)(x^2 + 1) + \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg} x + C;$$

$$5.1.171. \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + x + 1)(x^2 + 1) + C;$$

$$5.1.172. \frac{1}{2} \ln(x^2 + x + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{x+1} + C;$$

$$5.1.173. \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + \operatorname{arctg} x - \frac{1}{x+1} + C;$$

$$5.1.174. \frac{3}{2} \ln(x^2 + 2) + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{x+1} + C;$$

$$5.1.175. \ln(x^2 + 2x + 3) - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{x+2} + C;$$

$$5.1.176. \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - \frac{1}{x+2} + C;$$

$$5.1.177. \frac{x}{216(x^2 + 9)} + \frac{x}{36(x^2 + 9)^2} + \frac{1}{648} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C;$$

$$5.1.178. \frac{15x^5 + 40x^3 + 33x}{48(1 + x^2)^3} + \frac{5}{16} \operatorname{arctg} x + C;$$

$$5.1.179. \frac{2x^6 - 3x^2}{4(x^4 - 1)} + \frac{3}{8} \ln \left| \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right| + C;$$

$$5.1.180. \frac{2-x}{4(x^2 + 2)} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2) - \frac{1}{4\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + C;$$

$$5.1.181. 2\sqrt{1+x} - 2\ln(1 + \sqrt{x+1}) + C;$$

$$5.1.182. \frac{2}{35} (5x^3 + 6x^2 + 8x + 16)\sqrt{x-1} + C; \quad 5.1.183. \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C;$$

$$5.1.184. 2\sqrt{x-2} + \sqrt{2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x-2}{2}} + C;$$

$$5.1.185. \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x+1)^2} - 3\sqrt[3]{x+1} + 3\ln|1 + \sqrt[3]{x+1}| + C;$$

$$5.1.186. \frac{3}{20} \sqrt[3]{(2x+1)^5} + \frac{3}{8} \sqrt[3]{(2x+1)^2} + C;$$

$$5.1.187. x + \frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} + 6\ln|\sqrt[6]{x} - 1| + C;$$

$$5.1.188. 2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4\ln(1 + \sqrt[4]{x}) + C;$$

$$5.1.189. \frac{6}{5}\left[\sqrt[6]{x^5} + 2\sqrt[12]{x^5} + 2\ln|\sqrt[12]{x^5} - 1|\right] + C;$$

$$5.1.190. \ln\left|x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + 1}\right| + C;$$

$$5.1.191. \frac{1}{\sqrt{2}}\ln|4x + 1 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2x^2 + x - 1}| + C;$$

$$5.1.192. \ln|x + 3 + \sqrt{x^2 + 6x - 1}|;$$

$$5.1.193. \sqrt{x^2 - 3x + 4} + \frac{3}{2}\ln\left|x - \frac{3}{2} + \sqrt{x^2 - 3x + 4}\right| + C;$$

$$5.1.194. \sqrt{5x^2 + 4x + 3} - \frac{3}{\sqrt{5}}\ln\left|\sqrt{5x} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5x^2 + 4x + 3}\right| + C;$$

$$5.1.195. -3\sqrt{1 - 5x - x^2} - \frac{1}{2}\arcsin\frac{2x + 5}{\sqrt{29}} + C;$$

$$5.1.196. -\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{1 - x + \sqrt{2(1 + x^2)}}{1 + x}\right| + C; \quad 5.1.197. \ln\left|\frac{2x + 1 - \sqrt{x^2 + 4x + 1}}{x}\right| + C;$$

$$5.1.198. \ln\left|\frac{\sqrt{x^2 + 3x + 4} - x + 2 - \sqrt{14}}{\sqrt{x^2 + 3x + 4} - x + 2 + \sqrt{14}}\right| + C;$$

$$5.1.199. 3\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 4\ln|x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}| + C;$$

$$5.1.200. \frac{2}{9}\sqrt{9x^2 + 6x + 2} + \frac{13}{9}\ln|3x + 1 + \sqrt{9x^2 + 6x + 1}| + C;$$

$$5.1.201. \ln\left|\frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}\right| + 2\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}} + C;$$

$$5.1.202. \sqrt{(a - x)(x - b)} - (a - b)\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a - x}{x - b}} + C;$$

$$5.1.203. (\sqrt{x} - 2)\sqrt{1 - x} - \arcsin\sqrt{x} + C;$$

$$5.1.204. \ln\frac{|u^2 - 1|}{\sqrt{u^4 + u^2 + 1}} + \sqrt{3}\operatorname{arctg}\frac{1 + 2u^2}{\sqrt{3}} + C, \text{ а́ññ} \times \text{Ö } u = \sqrt[3]{\frac{1 - x}{1 + x}};$$

$$5.1.205. \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{24}{11}x\sqrt[6]{x^5} + \frac{36}{13}x^2\sqrt[6]{x} + \frac{8}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{6}{17}x^2\sqrt[6]{x^5} + C;$$

$$5.1.206. 3\ln\left|\frac{\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x}}\right| + \frac{3(2\sqrt[3]{x}+3)}{2(1+\sqrt[3]{x})^2} + C;$$

$$5.1.207. \frac{1}{2}\ln(\sqrt[3]{x^2+1}-1) - \frac{1}{4}\ln\left[\sqrt[3]{(x^2+1)^2} + \sqrt{x^2+1}+1\right] + \frac{\sqrt{3}}{2}\arctg\frac{2\sqrt[3]{x^2+1}+1}{\sqrt{3}} + C$$

$$5.1.208. \frac{1}{8}\sqrt[3]{(1+x^3)^8} - \frac{1}{5}\sqrt[3]{(1+x^3)^5} + C;$$

$$5.1.209. \frac{1}{6}\ln\frac{u^2+u+1}{(u-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\arctg\frac{2u+1}{\sqrt{3}} + C, \text{ áñi} \ddot{O} \quad u = \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{x};$$

$$5.1.210. \frac{1}{4}\ln\frac{\sqrt[4]{1+x^4}+x}{\sqrt[4]{1+x^4}-x} - \frac{1}{2}\arctg\frac{\sqrt[4]{1+x^4}}{x} + C;$$

$$5.1.211. \frac{3}{7}(4\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}-3)\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}} + C;$$

$$5.1.212. 12\left[\frac{\sqrt[3]{u^{13}}}{13} - \frac{3\sqrt[3]{u^{10}}}{10} + \frac{3\sqrt[3]{u^7}}{7} - \frac{\sqrt[3]{u^4}}{4}\right] + C, \text{ áñi} \ddot{O} \quad u = 1 + \sqrt[4]{x};$$

$$5.1.213. \frac{u}{2(u^3+1)} - \frac{1}{6}\ln\frac{u+1}{\sqrt{u^2-u+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\arctg\frac{2u-1}{\sqrt{3}} + C, \text{ áñi} \ddot{O} \quad u = \sqrt[3]{\frac{1-x^2}{x^2}};$$

$$5.1.214. \frac{1}{5}\ln\frac{|u-1|}{\sqrt{u^2+u+1}} + \frac{\sqrt{3}}{5}\arctg\frac{1+2u}{\sqrt{3}} + C, \text{ áñi} \ddot{O} \quad u = \sqrt[3]{1+x^5};$$

$$5.1.215. -\frac{1}{22}\cos 11x - \frac{1}{2}\cos x + C; \quad 5.1.216. \frac{1}{8}\cos 4x - \frac{1}{20}\cos 10x + C;$$

$$5.1.217. \frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{20}\sin 10x + C; \quad 5.1.218. \frac{1}{6}\sin 3x - \frac{1}{26}\sin 13x + C;$$

$$5.1.219. \frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{10}\sin 5x + C; \quad 5.1.220. \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{26}\sin 13x + C;$$

$$5.1.221. -\frac{\cos(\alpha+\beta)x}{2(\alpha+\beta)} - \frac{\cos(\alpha-\beta)x}{2(\alpha-\beta)} + C;$$

$$5.1.222. \frac{\sin(\alpha-\beta)x}{2(\alpha-\beta)} - \frac{\sin(\alpha+\beta)x}{2(\alpha+\beta)} + C;$$

$$5.1.223. \frac{\sin(\alpha-\beta)x}{2(\alpha-\beta)} + \frac{\sin(\alpha+\beta)x}{2(\alpha+\beta)} + C;$$

$$5.1.224. \frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C; \quad 5.1.225. \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C;$$

$$5.1.226. \frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x - 5) + C; \quad 5.1.227. \frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + C;$$

$$5.1.228. -\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{2 \cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + C; \quad 5.1.229. \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln |\cos x| + C;$$

$$5.1.230. -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x - \ln |\sin x| + C; \quad 5.1.231. \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C;$$

$$5.1.232. \frac{1}{2} (\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{ctg}^2 x) + 2 \ln |\operatorname{tg} x| + C;$$

$$5.1.233. \frac{5}{16} x + \frac{1}{12} \sin 2x \cdot \left(\cos^4 x + \frac{5}{4} \cos^2 x + \frac{15}{8} \right) + C;$$

$$5.1.234. \frac{3}{8} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C; \quad 5.1.235. x - \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg} x + C;$$

$$5.1.236. \frac{x}{16} - \frac{\sin 4x}{64} + \frac{\sin^3 2x}{48} + C; \quad 5.1.237. \operatorname{tg} x + \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{3}{2} x + C;$$

$$5.1.238. \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| - \frac{\cos x}{2 \sin^2 x} + C; \quad 5.1.239. C - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x};$$

$$5.1.240. \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2} \right) \right| + C; \quad 5.1.241. \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x + \operatorname{arctg} \frac{a}{b}}{2} \right| + C;$$

$$5.1.242. \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) + C; \quad 5.1.243. \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{5 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 4}{3} + C;$$

$$5.1.244. \ln(2 + \cos x) + \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) + C;$$

$$5.1.245. \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \ln |\sin x + \cos x| + C; \quad 5.1.246. \frac{1}{2 - \operatorname{tg} \frac{x}{2}} + C;$$

$$5.1.247. \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} x) + C; \quad 5.1.248. \frac{1}{3} \operatorname{arctg}(3 \operatorname{tg} x) + C;$$

$$5.1.249. \frac{1}{ab} \operatorname{arctg} \frac{a \operatorname{tg} x}{b} + C; \quad 5.1.250. \frac{3}{50} \ln \frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{(\operatorname{tg} x + 2)^2} + \frac{2}{5(\operatorname{tg} x + 2)} + \frac{4}{25} x + C;$$

$$5.1.251. \ln |\sin x| + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + 2 \sin x}{1 - 2 \sin x} \right| + C; \quad 5.1.252. \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin^2 x}{1 - 2 \sin^2 x} \right| + C;$$

$$5.1.253. \frac{1}{4} e^{2x} (2x - 1) + C; \quad 5.1.254. \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{2} x \cos 2x + C;$$

5.1.255. $x \sin x + \cos x + C$; 5.1.256. $C - e^{-x}(x + 1)$;

5.1.257. $\frac{a^x}{\ln^2 a}(x \ln a - 1) + C$; 5.1.258. $\frac{2}{9} \sin 3x - \frac{2x+1}{3} \cos 3x + C$;

5.1.259. $\frac{3x+7}{5} \sin 5x + \frac{3}{25} \cos 5x + C$; 5.1.260. $-\frac{1}{4} e^{-2x}(2x - 5) + C$;

5.1.261. $-\frac{2}{49} e^{-7x}(7x + 27) + C$; 5.1.262. $x(\ln x - 1) + C$;

5.1.263. $\frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1) + C$; 5.1.264. $\frac{x^4}{16}(4 \ln x - 1) + C$;

5.1.265. $\frac{3}{16} x^{\frac{4}{3}}(4 \ln 2x - 3) + C$; 5.1.266. $-\frac{1}{4x^2}(2 \ln x + 1) + C$;

5.1.267. $\frac{2}{9} x^{\frac{3}{2}}(3 \ln x - 2) + C$; 5.1.268. $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \left(\ln x - \frac{1}{\alpha+1} \right) + C$;

5.1.269. $\left(\frac{5x^2}{2} + x \right) \ln x + \frac{5x^2}{4} + x + C$; 5.1.270. $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$;

5.1.271. $x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$; 5.1.272. $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$;

5.1.273. $\frac{1}{2} x^2 \arcsin x - \frac{1}{4} \arcsin x + \frac{1}{4} x \sqrt{1-x^2} + C$;

5.1.274. $\frac{1}{2} x^2 \arccos x - \frac{1}{4} \arccos x - \frac{1}{4} x \sqrt{1-x^2} + C$;

5.1.275. $\frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + C$; 5.1.276. $\frac{x^4}{4} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{4} \operatorname{arctg} x - \frac{x^3}{12} + \frac{x}{4} + C$;

5.1.277. $C - e^{-x}(x^2 + 2x + 2)$; 5.1.278. $a^x \left(\frac{x^2}{\ln a} - \frac{2x}{\ln^2 a} + \frac{2}{\ln^3 a} \right) + C$;

5.1.279. $\frac{1}{5} x^2 \sin 5x + \frac{2}{25} x \cos 5x - \frac{2}{125} \sin 5x + C$;

5.1.280. $\frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{4} x^2 \sin 2x + \frac{1}{4} x \cos 2x - \frac{1}{8} \sin 2x + C$;

5.1.281. $x(\ln^2 x - 2 \ln x + 2) + C$; 5.1.282. $C - \frac{8}{27x\sqrt{x}} \left(\frac{9}{4} \ln^2 x + 3 \ln x + 2 \right)$;

5.1.283. $\frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C$; 5.1.284. $\frac{a \cos bx + b \sin bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C$;

5.1.285. $\frac{x}{2} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + C$; 5.1.286. $\frac{x}{2} [\sin(\ln x) + \cos(\ln x)] + C$;

$$5.1.287. \operatorname{arctg} \sqrt{3x-1} - \frac{\sqrt{3x-1}}{3} + C; 5.1.288. \operatorname{arctg} \sqrt{5x-1} - \frac{\sqrt{5x-1}}{5} + C;$$

$$5.1.289. x \ln(x^2 + 4) - 2x + 4 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C;$$

$$5.1.290. x \ln(4x^2 + 1) - 2x + \operatorname{arctg} 2x + C; 5.1.291. x \operatorname{tg} x + \ln |\cos x| + C;$$

$$5.1.292. \ln |\sin x| - x \operatorname{ctg} x + C; 5.1.293. C - \frac{x}{2 \sin^2 x} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x;$$

$$5.1.294. \frac{x}{2 \cos^2 x} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} x + C; 5.1.295. 2e^{\sqrt{x}} + C; 5.1.296. -\frac{2}{3} \sqrt{(1-e^x)^3} + C;$$

$$5.1.297. \frac{1}{2} \sin x^2 + C; 5.1.298. \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + 2x)^3} + C;$$

$$5.1.299. x - \ln(3e^x + 1) + C; 5.1.300. C - \operatorname{arcsin} e^{-x};$$

$$5.1.301. 2\sqrt{x^2 + 1} + 3 \ln |x + \sqrt{x^2 + 1}| + C;$$

$$5.1.302. \frac{2}{9} \sqrt{9x^2 - 4} - \frac{1}{3} \ln |3x + \sqrt{9x^2 - 4}| + C; 5.1.303. \operatorname{arcsin} \frac{\ln x}{\sqrt{3}} + C;$$

$$5.1.304. C - \frac{1}{2} \ln |1 - \ln^2 x|; 5.1.305. \ln |x + \sqrt{x^2 + 1}| + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + C;$$

$$5.1.306. 2x - \operatorname{tg} x + C; 5.1.307. \frac{1}{5} \operatorname{tg}^5 x + C; 5.1.308. \frac{2}{5} \sqrt{\operatorname{tg}^5 x} + \frac{2}{9} \sqrt{\operatorname{tg}^9 x} + C;$$

$$5.1.309. \operatorname{tg} x (\ln x + 1) - x + C; 5.1.310. \ln |\ln \sin x| + C;$$

$$5.1.311. \frac{1}{4} \ln(1 + x^4) + \frac{1}{4(1 + x^4)} + C; 5.1.312. x - \ln(1 + e^x) + C;$$

$$5.1.313. e^{e^x} + C; 5.1.314. 2 \ln(1 + e^x) - x + C; 5.1.315. C - \frac{2}{3 \left(1 + \operatorname{tg} \frac{3x}{2}\right)};$$

$$5.1.316. C - \frac{1}{8} \ln \frac{2 + \cos 2x}{2 - \cos 2x}; 5.1.317. \frac{1}{4} e^{2x^2} + C;$$

$$5.1.318. C - \ln |\cos x + \sin x|; 5.1.319. \frac{1}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) \right| + C;$$

$$5.1.320. \sqrt{2} \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{4} \right| + C; 5.1.321. \ln x (\ln \ln x - 1) + C;$$

$$5.1.322. \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} x \sqrt{1-x^2} - \frac{3}{2} \operatorname{arcsin} x + C;$$

$$5.1.323. \sqrt{x^2 - a^2} \left[\frac{(x^2 - a^2)^2}{5} - \frac{a^2(x^2 - a^2)}{3} + a^4 \right] + a^5 \arcsin \frac{a}{x} + C;$$

$$5.1.324. \frac{(4 + x^2)(x^2 - 6)\sqrt{4 + x^2}}{120x^5} + C; 5.1.325. \frac{4}{3}\sqrt[4]{x^3} - \frac{4}{3}\ln\left(1 + \sqrt[4]{x^3}\right) + C;$$

$$5.1.326. 6\ln\frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[6]{x}} + C; 5.1.327. 2\sqrt{e^x - 1} - 2\operatorname{arctg}\sqrt{e^x - 1} + C;$$

$$5.1.328. \operatorname{arctg}x + \frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3} + C; 5.1.329. \frac{3}{55}\sqrt[3]{\operatorname{tg}^5x}(5\operatorname{tg}^2x + 11) + C;$$

$$5.1.330. x\ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right) - \sqrt{1 + x^2} + C; 5.1.331. \frac{1}{4}\operatorname{sh}2x - \frac{1}{2}x + C;$$

$$5.1.332. x - \operatorname{th}x + C; 5.1.333. \frac{1}{3}ch^3x - chx + C; 5.1.334. \frac{1}{3}sh^3x + shx + C;$$

$$5.1.335. x - \operatorname{th}x - \frac{1}{3}th^3x + C; 5.1.336. \frac{1}{3}sh^3x + \frac{1}{5}sh^5x + C;$$

$$5.1.337. \ln|\operatorname{sh}x| - \frac{1}{2}cth^2x - \frac{1}{4}cth^4x + C; 5.1.338. \ln\left|\operatorname{th}\frac{x}{2}\right| + C;$$

$$5.1.339. \ln|\operatorname{th}x| + C; 5.1.340. x\operatorname{th}x - \ln chx + C;$$

$$5.1.341. \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)\sqrt{3x^2 - 3x + 1} + \frac{1}{8\sqrt{3}}\ln\left|\sqrt{3x^2 - 3x + 1} + \frac{\sqrt{3}}{2}(2x - 1)\right| + C;$$

$$5.1.342. \frac{1}{2}(x - 1)\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \ln|x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x - 1}| + C;$$

$$5.1.343. \frac{1}{2}(x + 2)\sqrt{1 - 4x - x^2} + \frac{5}{2}\arcsin\frac{x + 2}{\sqrt{5}} + C;$$

$$5.1.344. \frac{1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{x + 1} + \ln\left(x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}\right) + C;$$

$$5.1.345. \frac{1}{2}(3 - x)\sqrt{1 - 2x - x^2} + 2\arcsin\frac{x + 1}{\sqrt{2}} + C;$$

$$5.1.346. 2\ln\left(\sqrt{x^2 + 2x} + x\right) - \ln x - \frac{2\sqrt{x^2 + 2x}}{x} + C; 5.1.347. \frac{e^x}{1 + x} + C;$$

$$5.1.348. \operatorname{arctg}(e^x - e^{-x}) + C; 5.1.349. \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2x) + C; 5.1.350. \ln\left|1 + \operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C;$$

« 2.

$$5.2.1. 10.5; 5.2.2. \frac{8}{\ln 3} - \frac{3}{4\ln 2}; 5.2.3. \ln\frac{12}{7}; 5.2.4. \operatorname{arctg}3; 5.2.5. 2 - \sqrt{3};$$

$$\begin{aligned}
& 5.2.6. 2(\operatorname{sh}4 - \operatorname{sh}2); 5.2.7. \pi; 5.2.8. \frac{1}{2} \ln 2.5 - 4 \operatorname{arctg} 2 + \pi; 5.2.9. \frac{1}{3}; 5.2.10. 1; \\
& 5.2.11. \frac{1}{2}(1 + \ell 2); 5.2.12. \frac{2}{3}(\sqrt{26} - \sqrt{7}); 5.2.13. \operatorname{arctge} - \frac{\pi}{4}; 5.2.14. \operatorname{sh}2 - 2; \\
& 5.2.15. \frac{2}{3} \ln 5 - \ln 2; 5.2.16. \ln 2 + \frac{15}{64}; 5.2.17. \frac{\pi}{6}; 5.2.18. \frac{\pi}{8}; 5.1.19. \frac{\pi^2}{32}; \\
& 5.2.20. \frac{\pi^2}{72}; 5.2.21. e^{-2}; 5.2.22. 24 - \frac{65}{e}; 5.2.23. 0; 5.2.24. \pi - 1; \\
& 5.2.25. \frac{\pi^2 - 4}{16}; 5.2.26. 2 \ln 2 - \frac{3}{4}; 5.2.27. \frac{e^3}{9}(5e^3 - 2); 5.2.28. \frac{1}{4}; \\
& 5.2.29. \frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}; 5.2.30. \frac{1}{2}(e^\pi + 1); 5.2.31. \frac{\pi}{16}; 5.2.32. -\frac{3\sqrt{3}}{8}; 5.2.33. \frac{16}{105}; \\
& 5.2.34. \frac{7\sqrt{2} - 8}{15}; 5.2.35. \ln \frac{3}{2} - \ln 2[\ln(\ln 12) - \ln(\ln 8)]; \\
& 5.2.36. \frac{1}{3}(2\sqrt{2} - 1) + 2 \ln 2 - 2 \ln(1 + \sqrt{2}); \\
& 5.2.37. 2 - \sqrt{2}; 5.2.38. 1 + \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln(e^2 + 1); \\
& 5.2.39. 2[\sqrt{3} - \sqrt{2} + \ln(\sqrt{3} - 1) + \ln(\sqrt{2} + 1)] - \ln 2; 5.2.40. 1 - \frac{\pi}{4}; 5.2.41. 1; \\
& 5.2.42. \operatorname{arcsin} \frac{1}{3}; 5.2.43. \frac{1}{2}(e^3 - 1); 5.2.44. \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}; 5.2.45. 3\ell \frac{e+1}{2}; \\
& 5.2.46. \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1); 5.2.47. \ln \frac{3}{\sqrt{5}}; 5.2.48. 2(1 + \ln 2); 5.2.49. 2 \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{2}; \\
& 5.2.50. 2(\sqrt{2} - 1); 5.2.51. \frac{9}{2}(\sqrt[3]{e} - 1); 5.2.52. 1 - \frac{1}{\sqrt{e}}; 5.2.53. \frac{\pi^3}{128} - \frac{3\pi}{16} + \frac{3}{8}; \\
& 5.2.54. \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{3\sqrt{3}}; 5.2.55. \frac{4}{\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{15}}; 5.2.56. \frac{\pi\sqrt{3}}{9}; 5.2.57. \frac{1}{2} \ln 3; \\
& 5.2.58. \frac{\pi}{6}(\pi^2 - \frac{3}{2}); 5.2.59. 0; 5.2.60. \frac{3\pi}{32} - \frac{1}{4}; 5.2.61. \frac{3\pi}{16}; 5.2.62. \frac{8}{15}; \\
& 5.2.63. \frac{8}{15}; 5.2.64. \frac{\pi}{4}; 5.2.65. 1; 5.2.66. -\frac{1}{3}; 5.2.67. \frac{\pi}{2}; »\tilde{A}» m = n; 0 »\tilde{A}» m \neq n; \\
& 5.2.68. 2 - \sqrt{2}; 5.2.69. \ln(e + e^{-1}) - \ln 2; \\
& 5.2.73. 1) \frac{4}{3} \pi abc; 2) \pi \sqrt{2}; 3) 36\pi; 4) \frac{8\pi\sqrt{6}}{3}; 5) \pi abh \left(1 + \frac{h^2}{3c^2}\right); 6) \frac{2}{3} abc;
\end{aligned}$$

$$7) \frac{1}{6}; 8) 2\pi; 9) 32; 10) \pi; 11) \frac{4}{15}; 12) \frac{16}{3}a^3; 13) \frac{2a^3}{3} \left(\pi - \frac{4}{3} \right):$$

$$5.2.74. 1) \frac{4\pi a^2}{243} \left(21\sqrt{13} + 2\ell n \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right);$$

$$2) 2a\sqrt{\pi^2 a^2 + ab^2} + \frac{8b^2}{\pi} \ell n \frac{\pi a + \sqrt{\pi^2 a^2 + b^2}}{2b};$$

$$3) \pi \left[\sqrt{5} - \sqrt{2} + \ell n \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{5} - 1)}{2} \right];$$

$$4) \frac{2\pi}{3} \left[(2x_0 + p)\sqrt{2px_0 + p^2} - p^2 \right];$$

$$5) 2\pi b^2 + \frac{2\pi a^2 b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \arcsin \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}; 6) 4\pi^2 ab; 7) \frac{12}{5} \pi a^2;$$

$$8) \pi a \left(2b + a \operatorname{sh} \frac{b}{a} \right); 9) \frac{64}{3} \pi a^2; 10) 4\pi a^2 :$$

« 3.

$$5.3.1. \frac{1}{8}; 5.3.2. \frac{5}{3} \ell n 2; 5.3.3. 3; 5.3.4. \frac{1}{4} \ell n 5; 5.3.5. \frac{\pi}{4}; 5.3.6. 2; 5.3.7. \pi;$$

$$5.3.8. \frac{1}{2}(1 + \ell n 3); 5.3.9. \frac{1}{4}; 5.3.10. +\infty; 5.3.11. \frac{\pi}{2}; 5.3.12. e^{-3}; 5.3.13. \ell n 3;$$

$$5.3.14. 0; 5.3.15. \infty; 5.3.16. \frac{\pi}{2}; 5.3.17. +\infty; 5.3.18. \ell n \frac{5 + \sqrt{21}}{2} + \sqrt{21};$$

$$5.3.19. \frac{\pi}{3}; 5.3.20. \frac{1}{\sqrt{3}}; 5.3.21. \frac{\pi}{4}; 5.3.22. \frac{1}{a}; 5.3.23. +\infty; 5.3.24. 1 - \ell n 2;$$

$$5.3.25. \frac{1}{2}; 5.3.26. \text{տարամեն է}; 5.3.27. 2; 5.3.28. \frac{1}{2};$$

$$5.3.29. \frac{a}{a^2 + b^2}, \text{ էփն } a > 0; \text{ տարամեն է}; \text{ էփն } a \leq 0;$$

$$5.3.30. \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}; 5.3.31. \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}; 5.3.32. \text{տարամեն է}; 5.3.33. \text{զուգամեն է};$$

$$5.3.34. \text{տարամեն է}; 5.3.35. 2; 5.3.36. \pi; 5.3.37. \frac{\pi}{\sqrt{3}}; 5.3.38. 14 \frac{4}{7};$$

$$5.3.39. \text{տարամեն է}; 5.3.40. \text{զուգամեն է}; 5.3.41. \text{զուգամեն է};$$

$$5.3.42. \text{տարամեն է}; 5.3.43. \text{զուգամեն է}; 5.3.44. \text{զուգամեն է};$$

$$5.3.45. \text{զուգամեն է}; \text{ էփն միաժամանակ } k > -1, n > k + 1;$$

$$5.3.46. \text{զուգամեն է}; \text{ էփն } n < 3, \text{ տարամեն է}; \text{ էփն } m \geq 3;$$

$$5.3.47. \text{զուգամեն է}; \text{ էփն } k < 1, \text{ տարամեն է}; \text{ էփն } k \geq 1; 5.3.48. n!;$$

- 5.3.49. $\frac{n!}{2}$; 5.3.50. $(-1)^n \cdot n!$; 5.3.51.1; 5.3.52. $\frac{1}{2}$; 5.3.53. $\frac{1}{3}$; 5.3.54. $\frac{1}{e}$;
- 5.3.55. $-\infty$; 5.3.56. $16 - \frac{26}{\sqrt{e}}$; 5.3.57. $\frac{e^\pi + 1}{2}$; 5.3.58. $\frac{\pi}{\sqrt{1-a^2}}$; 5.3.59. $\frac{\pi}{4}$;
- 5.3.60. $\frac{\pi}{2} - 1$; 5.3.61. $\frac{1}{a}$, » \tilde{A} » $a > 0$; $+\infty$, » \tilde{A} » $a \leq 0$; 5.3.62. $\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$; 5.3.63. 2;
- 5.3.64. $-\frac{1}{16}$; 5.3.65. $\frac{\pi}{4}$; 5.3.67. 1) 1.6182 § 1.6098; 2) 6.0656 § 6.0396;
- 3) 1.0885 § 1.0906; 4) 1.37039; 5) 1.463; 6) 0.915966;
- 5.3.68. 1) $8\frac{2}{3}$; 2) $8\frac{13}{24}$; 3) $4\ln 2$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $10\frac{2}{3}$; 6) $7.5 - 8\ln 2$; 7) 1; 8) 2;
- 9) 50π ; 10) $\frac{2}{3}$; 11) $\frac{16}{3}$; 12) $\frac{1}{3}$; 13) $\frac{32}{3}\sqrt{6}$; 14) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$; 15) $3 - e$;
- 16) $b - a$; 17) $2\frac{17}{54}$; 18) $7\frac{19}{32}$; 19) $24\frac{35}{54}$; 20) $14\frac{7}{24}$; 21) 36; 22) 40;
- 5.3.69. 1) π^2 ; 2) πab ; 3) $\frac{3}{8}\pi a^2$; 4) $3\pi a^2$; 5) $6\pi a^2$; 6) $\frac{a^2}{3}(4\pi^3 + 3\pi)$;
- 7) $\frac{8}{15}$; 8) $\frac{72}{5}\sqrt{3}$; 9) $\frac{8}{15}$; 10) $\frac{\pi a^2}{4}$; 11) $\frac{\pi a^2}{4}$; 2) $\frac{3\pi a^2}{2}$; 13) $\frac{\pi a^2}{4}$; 14) 11π ;
- 15) $18\pi a^2$; 16) a^2 ; 17) $\frac{1}{\pi}$; 18) $(\pi - 1) \cdot \frac{a^2}{2}$; 19) π ;
- 5.3.70. 1) $\sqrt{5} + \frac{1}{2}\ln(2 + \sqrt{5})$; 2) $1 + \frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$; 3) $\ln tg\frac{3\pi}{8}$; 4) $\frac{8}{27}(10\sqrt{10} - 1)$;
- 5) $p\sqrt{6} + p\ln(\sqrt{3} + \sqrt{2})$; 6) $a \operatorname{sh}\frac{b}{a}$; 7) $\ln 3 - \frac{1}{2}$; 8) $a \ln \frac{a+b}{a-b} - b$;
- 9) $x_0 - \sqrt{2} + \sqrt{1 + e^{2x_0}} - \ln \frac{1 + \sqrt{1 + e^{2x_0}}}{1 + \sqrt{2}}$; 10) $\frac{e^2 + 1}{4}$; 11) $2\pi a$; 12) $6a$;
- 13) $8a$; 14) $2\pi^2 a$; 15) $2\left(\operatorname{ch}\frac{T}{2}\sqrt{\operatorname{ch}T} - 1\right) - \sqrt{2}\ln \frac{\sqrt{2}\operatorname{ch}\frac{T}{2} + \sqrt{\operatorname{ch}T}}{1 + \sqrt{2}}$;
- 16) $1 + \frac{\ln(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2}}$; 17) 8; 18) 2π ; 19) $2\pi a$; 20) $8a$; 21) $\frac{3\pi a}{2}$;
- 22) $\pi a\sqrt{1 + 4\pi^2} + \frac{a}{2}\ln\left(2\pi + \sqrt{1 + 4\pi^2}\right)$; 23) $p\left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})\right]$;
- 5.3.71. 1) $\frac{28}{15}\pi$; 2) $\frac{512\pi}{3}$; 3) 9.6π ; 4) $\frac{4}{3}\pi ab^2$; 5) $\frac{3}{2}\pi$;

$$6) \frac{96\pi}{5}; 7) 8\pi; 8) 8\pi; 9) \pi; 10) \pi(e-2):$$

$$5.3.72. 1) 2\pi; 2) \frac{512\pi}{15}; 3) \frac{\pi}{6}; 4) \frac{8\pi}{3}; 5) \pi \operatorname{sh} 2; 6) \frac{97\pi}{60};$$

$$7) \pi \left(4 \ln 2 - \frac{3}{2} \right); 8) \frac{\pi}{10}; 9) \frac{7\pi}{6}; 10) \frac{4\pi}{15}:$$

$$5.3.73. 1) \frac{4}{3} \pi abc; 2) \pi \sqrt{2}; 3) 36\pi; 4) \frac{8\pi\sqrt{6}}{3}; 5) \pi abh \left(1 + \frac{h^2}{3c^2} \right);$$

$$6) \frac{2}{3} abc; 7) \frac{1}{6}; 8) 2\pi; 9) 32; 10) \pi; 11) \frac{4}{15};$$

$$12) \frac{16}{3} a^3; 13) \frac{4}{3} a^3 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3} \right);$$

$$5.3.74. 1) 42\pi; 2) 2\sqrt{4b^2 + \pi^2} + \frac{8b^2}{\pi} \ln \frac{\pi + \sqrt{4b^2 + \pi^2}}{2b};$$

$$3) \pi(\sqrt{5} - \sqrt{2}) + \pi \ln \frac{2(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{5} + 1}; 4) \frac{28\sqrt{2}\pi p^2}{3};$$

$$5) 2\pi a^2 + \frac{\pi b^2}{\varepsilon} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}; \varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}; 6) 4\pi^2 ab; 7) \frac{12}{5} \pi a^2;$$

$$8) \pi a \left(2b + a \operatorname{sh} \frac{2b}{a} \right); 9) \frac{64\pi a^2}{3}; 10) 4\pi a^2:$$

ԳԼՈՒԽ VI

« 1.

$$6.1.1. 1) \frac{5}{3}; 2) -2;$$

$$6.1.2. 1) x^2 + y^2 \leq 1; 2) x + y > 0; 3) |x| \leq 1, |y| \leq 1; 4) |x| \geq 2, y \leq 2;$$

$$5) x \in R, -1 \leq y \leq 1; 6) x^2 + y^2 + z^2 \leq 1; 7) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1;$$

8) $y^2 > -4x - 8$; 9) $x + y \geq 0, x \geq y$; 10) $x \geq \sqrt{y}, y \geq 0$;

11) $|y| \leq |x|$; 12) $|x| \leq |x + y|$;

6.1.3. 1) $x^2 + y^2 = 1 - C^2, (0 < C \leq 1)$ շրջանագծեր; 2) $\frac{x^2}{c^2} + y^2 = 1$, էլիպսներ;

3) $xy = c^2$, հիպերբոլներ; 4) $x^2 + y^2 = c, (c > 0)$ շրջանագծեր;

5) $3cx^2 + 5cy^2 = 1, (c > 0)$ էլիպսներ; 6) $x^2 + y^2 = ec$, շրջանագծեր;

7) $\frac{x^2}{c} - \frac{y^2}{c} = 1$, հիպերբոլներ; 8) $x + y = \pm\sqrt{c}$, ուղիղներ;

9) $y = cx$, ուղիղներ; 10) $x^2y + x = c$;

11) $x = \pm(c - y)$ ուղիղներ; 12) $y \ln x = c$;

6.1.4. 1)0; 2)0; 3)գոյություն չունի; 4)2; 5) e^2 ; 6)գոյություն չունի;

7)0; 8)2; 9)0; 10)0; 11)0; 12)0; 13)0; 14)1; 15)0; 16)1;

6.1.5. 1) $z'_x = 4x^3 + y^3 + 8xy^2$; $z'_y = 3xy^2 + 8x^2y + 4y^3$;

2) $z'_x = -\frac{y}{x^2}$; $' = -\frac{1}{x}$; 3) $z'_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}$, $z'_y = -\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$;

4) $z'_x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$; $z'_y = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + y}{(\sqrt{x^2 + y^2} + x)\sqrt{x^2 + y^2}}$;

5) $z'_x = e^{x-2y}$; $z'_y = -2e^{x-2y}$; 6) $z'_x = \frac{1}{x} + ye^x$; $z'_y = \frac{1}{y} + e^x$;

7) $z'_x = \frac{1}{y}$; $z'_y = -\frac{x}{y^2}$; $\frac{dz}{dt} = \frac{e^t(t \ln t - 1)}{t \ln^2 t}$;

8) $z'_x = \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{x}{\sqrt{y}}$; $z'_y = -\frac{x}{2y\sqrt{y}} \operatorname{ctg} \frac{x}{\sqrt{y}}$; $\frac{dz}{dt} = \frac{3t(4t^2 - t + 4)}{2^4(t^2 + 1)^7} \operatorname{ctg} \frac{3t^2}{\sqrt[4]{t^2 + 1}}$;

9) $z'_x = y$; $z'_y = x$; $\frac{dz}{dt} = \frac{2t^2 \ln t + t^2 + 1}{t}$; 10) $z'_x = y + \frac{1}{y}$; $z'_y = x - \frac{x}{y^2}$;

11) $z'_x = \frac{y^2}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}}$; $z'_y = -\frac{xy}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}}$;

12) $z'_x = \sin(x + y) + x \cos(x + y)$; $z'_y = x \cos(x + y)$;

13) $z'_x = -\frac{2x \sin x^2}{y}$; $z'_y = -\frac{\cos x^2}{y^2}$;

14) $z'_x = \frac{y}{x^2 + y^2}$; $z'_y = -\frac{x}{x^2 + y^2}$;

$$15) z'_x = \frac{2x}{y} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x^2}{y} \right); z'_y = -\frac{x^2}{y^2} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x^2}{y} \right);$$

$$16) z'_x = yx^{y-1}; z'_y = x^y \ln x; 17) z'_x = \frac{y}{x^2 + y^2}; z'_y = -\frac{x}{x^2 + y^2};$$

$$18) z'_x = x^{xy} y (\ln x + 1); z'_y = x^{xy} \cdot x \ln x;$$

$$6.1.6. 1) dz = \frac{1}{y \cos^2 x} dx - \frac{\operatorname{tg} x}{y^2} dy; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{2 \sin x}{y \cos^3 x};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2 \operatorname{tg} x}{y^3}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = -\frac{1}{y^2 \cos^2 x};$$

$$2) dz = \frac{y dx}{x \sqrt{x^2 - y^2}} - \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{y^3}{x^2 \sqrt{(x^2 - y^2)^3}};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 - y^2)^3}}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{x}{\sqrt{(x^2 - y^2)^3}};$$

$$3) dz = \frac{x dx}{x^2 + 4y} + \frac{2 dy}{x^2 + 4y}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{4y - x^2}{(x^2 + 4y)^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{8}{(x^2 + 4y)^2};$$

$$4) dz = -\frac{y dx}{x^2 + y^2} + \frac{x}{x^2 + y^2} dy; z''_{x^2} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2};$$

$$z''_{y^2} = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}; z''_{xy} = z''_{yx} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2};$$

$$5) dz = (3x^2 - 3y) dx + (3y^2 - 3x) dy;$$

$$z''_{x^2} = 6x; z''_{y^2} = 6y; z''_{xy} = z''_{yx} = -3;$$

$$6) dz = \sin 2x dx - \sin 2y dy; z''_{x^2} = 2 \cos 2x;$$

$$z''_{y^2} = -2 \cos 2y; z''_{xy} = z''_{yx} = 0;$$

$$7) dz = \frac{dx - dy}{x - y}; z''_{x^2} = -\frac{1}{(x - y)^2}; z''_{y^2} = \frac{1}{(x - y)^2}; z''_{xy} = z''_{yx} = \frac{1}{(x - y)^2};$$

$$8) dz = \sin^2 y dx + x \sin 2y dy; z''_{x^2} = 0;$$

$$z''_{y^2} = 2x \cos 2y; z''_{xy} = z''_{yx} = \sin 2y;$$

$$9) dz = e^{xy} (y dx + x dy); z''_{x^2} = y^2 e^{xy}; z''_{y^2} = x^2 e^{xy}; z''_{xy} = z''_{yx} = (1 + xy) e^{xy};$$

$$10) dz = \frac{-x dx - y dy}{(x^2 + y^2)^2}; z''_{x^2} = \frac{3x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^3}; z''_{y^2} = \frac{3y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^3};$$

$$z''_{xy} = z''_{yx} = \frac{4xy}{(x^2 + y^2)^3};$$

$$11) dz = \frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}; z''_{x^2} = \frac{y^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}; z''_{y^2} = \frac{x^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}};$$

$$z''_{xy} = z''_{yx} = -\frac{xy}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}};$$

$$12) dz = x^{m-1} y^{n-1} (m y dx + n x dy); z''_{x^2} = m(m-1)x^{m-2} y^n;$$

$$z''_{y^2} = n(n-1)x^m y^{n-2}; z''_{xy} = z''_{yx} = m n x^{m-1} y^{n-1};$$

6.1.8. 1) $\frac{5\pi - 1}{20}$; 2) 0,4; 3) 4,05; 4) 1,01;

6.1.9. 1) $z_{\min}\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right) = -\frac{13}{27}$; 2) $z_{\min}(2; 3) = -109$, $z_{\max}(-2; -3) = 131$;

3) $z_{\max}(1; 0) = 1$; 4) $z_{\min}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{397\sqrt{3}}{9}$ $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{5}{\sqrt{3}}\right)$;

5) $z_{\min}\left(\frac{a}{3}; \frac{a}{3}\right) = \frac{a^3}{27}$ tpt $a < 0$; $z_{\max}\left(\frac{a}{3}; \frac{a}{3}\right) = \frac{a^3}{27}$; tpt $a > 0$;

6) $z_{\min}(4; 2) = 6$; 7) $z_{\min}(0; 0) = 0$; $z_{\max}\left(-\frac{5}{3}; 0\right) = \frac{127}{25}$;

8) $z_{\min}\left(-\frac{4}{\sqrt{11}}; \frac{9}{\sqrt{11}}\right) = -\frac{223\sqrt{11}}{11}$; 9) $z_{\max}(0; 0) = 10$; 10) $z_{\max}(2; -2) = 8$;

11) $z_{\min}(-1; 1) = 0$; 12) $z_{\min}(1; 2) = 12 - 14 \ln 2$; 13) $z_{\max}(3; 2) = 108$;

14) $z_{\max}(-4; -2) = 8e^{-2}$; 15) $z_{\min}(5; 2) = 30$; 16) $z_{\max}(3; 1) = 15 \ln 3 - 10$;

17) $z_{\min}\left(\pm \frac{1}{2}; \pm 1\right) = -\frac{9}{8}$; $z_{\max}(0; 0) = 0$; 18) $z_{\min}(1; 2) = 7 - 10 \ln 2$;

19) $z_{\min}(\pm 1; \pm 1) = -2$; 20) $z_{\min}(1; 2) = 11 - 12 \ln 2$;

6.1.10. 1) $\text{grad} z = 10\vec{i} - \vec{j}$; 2) $\text{gradu} = 2\vec{i}$; $\text{gradu} = 2\vec{j}$; 3) $\text{grad} z = \frac{5}{4}\vec{i} - \frac{3}{4}\vec{j}$;

4) $\text{gradu} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}(a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k})$; $\text{gradu} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$;

6.1.11. 1) $6\vec{i} + 4\vec{j}$; 2) $\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j}$; 3) $-\frac{2}{5}\vec{i} + \frac{1}{5}\vec{j}$;

4) \vec{j} ; 5) $\frac{3}{25}\vec{i} + \frac{8}{25}\vec{j}$; 6) $4\vec{i} + 4(\ln 2)\vec{j}$;

6.1.12. 1) $\frac{e(\sqrt{3}-1)}{2}$; 2) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$;

6.1.13. 1) $a \approx 1.642, b \approx -0.44, c \approx -2.424$; 2) $a \approx -0.83, b \approx 2.74, c \approx 10.6$;

- 6.1.14. 1) $\min z = -5, \max z = -2$; 2) $\min z = -1, \max z = 2$;
 3) $\min z = -75, \max z = 125$; 4) $\min z = 0, \max z = 1$;
 5) $\min z = -64, \max z = 4$; 6) $\min z = 0, \max z = \frac{3\sqrt{3}}{2}$;
 7) $\min z = 0, \max z = \frac{3}{e}$; 8) $\min z = -4, \max z = z$;
 9) $\min z = -3, \max z = 17$; 10) $\max z = \frac{a^3}{27}; \min z = 0$;

6.1.15. 1) $z_{\max}\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$; 2) $z_{\min}\left(-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right) = -\frac{5}{12}$; $z_{\max}\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right) = \frac{5}{12}$;

3) $z_{\min}\left(\frac{ab^2}{a^2 + b^2}; \frac{a^2b}{a^2 + b^2}\right) = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}$;

4) $z_{\min} = \lambda_1, z_{\max} = \lambda_2$, որտեղ $\lambda_1 - \mu \leq \lambda_2 - \mu (A - \lambda)(C - \lambda) - B^2 = 0$
 հավասարման արմատներն են $\lambda_1 < \lambda_2$;

5) $z_{\min}(\pm 2; \mp 3) = -50$; $z_{\max}\left(\pm \frac{3}{2}; \pm 4\right) = 106,25$;

6) $z\left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}\right) = 1 + \frac{(-1)^k}{\sqrt{2}}$, մաքսիմում, եթե $k - \text{ն զույգ է}$,
 մինիմում, եթե $k - \text{ն կենս է}$;

7) ստացվում ար կետերն են $x = -\frac{1}{2} \arctg \frac{b}{a} + \frac{\pi k}{2}$ $y = \frac{1}{2} \arctg \frac{a}{b} + \frac{\pi k}{2}$;

8) $z_{\min}(-a\sqrt{2}; -a\sqrt{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{a}$; $z_{\max}(a\sqrt{2}; a\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{a}$;

9) $z_{\min}(\pm a; \mp a) = -a^2$; $z_{\max}(\mp a; \pm a) = a^2$; 10) $z_{\min}(1; 1) = 2$;

6.1.16. 1) $\frac{x-4}{4} = \frac{2-\frac{8}{3}}{2} = \frac{z-2}{1}$; $12x + 6y + 3z - 70 = 0$;

2) $\frac{x - \frac{\pi}{2} + 2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$; $x + y + \sqrt{2}z = \frac{\pi}{2} + 4$;

3) $\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 1$, $y = \frac{b}{2}$; $ax - cz = \frac{1}{2}(a^2 - c^2)$;

4) $\frac{x - \frac{a\sqrt{2}}{2}}{-a\sqrt{2}} = \frac{y - \frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{z - \frac{k}{8}}{\frac{k}{\pi}}$; $-x + y + \frac{k}{\pi a \sqrt{2}} z = \frac{k^2}{8\pi a \sqrt{2}}$;

$$5) \frac{x-6a}{1} = \frac{y-18a}{6} = \frac{z-72a}{36}; x+6y+36z=2706a;$$

$$6) \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}; x+y+2z=4;$$

$$7) \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-1}; 3x+3y-z=3;$$

$$8) x+z=2, y+2=0, x-z=0;$$

$$9) \frac{x-1}{12} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-4}{3}; 12x-4y+3z-12=0;$$

$$10) \frac{x+2}{27} = \frac{y-1}{28} = \frac{z-6}{4}, 27x+28y+4z+2=0:$$

$$6.1.17. 1) 2x+4y-z=0, \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-5}{-1};$$

$$2) 3x+4y+12z=169, \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{12};$$

$$3) z = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}(x-y); \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-\frac{\pi}{4}}{2};$$

$$4) x+y-2z=0, \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2};$$

$$5) 8x-8y-z=4, \frac{x-2}{8} = \frac{y-1}{-8} = \frac{z-4}{-1};$$

$$6) x+y-z-1=0, \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1};$$

$$7) \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \sqrt{3}; a\left(x - \frac{a\sqrt{3}}{3}\right) = b\left(y - \frac{b\sqrt{3}}{3}\right) = c\left(z - \frac{c\sqrt{3}}{3}\right);$$

$$8) x+11y+5z-18=0;$$

$$9) 3x-2y-2z+1=0, \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-2};$$

$$10) 2x+y+11z-25=0, \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{11};$$

$$6.1.18. (-1; 1; -1): 6.1.21. x-y+2z = \pm \sqrt{\frac{11}{2}}; 6.1.22. \frac{3}{2}a^2;$$

«2.

$$6.2.1. 1) 1; 2) (e-1)^2; 3) \frac{\pi}{12}; 4) \ln \frac{4}{3}; 5) \pi-2; 6) -\frac{\pi}{16};$$

$$7) \frac{p^5}{21}; 8) \left(2\sqrt{2} - \frac{8}{3}\right) a\sqrt{a}; 9) \frac{a^4}{2}; 10) 14a^4; 11) \frac{35\pi a^4}{12};$$

6.2.2. 1) $\frac{8}{3}$; 2) 4.5; 3) 4.5; 4) 6; 5) $\frac{58}{3}$; 6) $\frac{32}{3}$; 7) 2; 8) $\frac{1}{12}$; 9) 1; 10) 6:

6.2.3. 1) $\frac{9}{2}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) 3; 4) 2; 5) πR^2 ; 6) 1; 7) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$; 8) $\frac{1}{3}$; 9) 6π ; 10) 4π :

6.2.4. 1) $\frac{\pi a^3}{6}$; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{\pi a^4}{8}$; 4) $\frac{\pi a^2}{2}$; 5) $\frac{\pi}{4}[(1+R^2)\ln(1+R^2)-R^2]$;

6) $2\ln\frac{2+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$; 7) $\frac{R^3}{3}\left(\pi-\frac{4}{3}\right)$; 8) $\frac{\pi^2}{6}$; 9) $\frac{\pi(\pi-2)}{8}$; 10) $\pi R^2 h$:

6.2.5. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{16}{3}a^3$; 3) $\frac{abc}{6}$; 4) $8\pi - \frac{32\sqrt{2}}{3}$; 5) 12;

6) $\frac{1}{6}$; 7) $78\frac{15}{32}$; 8) $\frac{48}{5}\sqrt{6}$; 9) 16; 10) 22π :

6.2.6. 1) $\sqrt{5}\ln 2$; 2) 24; 3) $\frac{\rho^2}{3}(5\sqrt{5}-1)$; 4) $2\pi a^{2n+1}$; 5) $4\pi a\sqrt{a}$;

6) $\frac{ab(a^2+ab+b^2)}{3(a+b)}$; 7) 3; 8) $-\frac{56}{15}$; 9) $-\frac{1}{20}$; 10) 1; 11) 0; 12) $-2\pi ab$; 13) πa^2

6.2.7. 1) 40; 2) 40; 3) 40; 4) 48; 5) 6; 6) -72 ; 7) -124 ; 8) -32 ; 9) -244 ; 10) 32:

6.2.8. 1) $x^5 y^2 + ex + \cos y + C$; 2) $x^3 y^4 - x + \ln y + C$;

3) $x^4 - y^2 x + \arcsin y + C$; 4) $\frac{x^2}{y} + \sin 3x + 2y + C$;

5) $e^{3x} \operatorname{tg} y + \frac{1}{3x^3} - y^3 + C$; 6) $x^2 + \ln(x+y) + \frac{x}{y} + C$;

7) $x^2 + \ln|x+y| + \frac{x}{y} + C$; 8) $x^4 - 2x^2 y^2 + y^4 + C$;

9) $x^2 \cos y + y^2 \cos x + C$; 10) $y - \frac{1-e^y}{1+x^2} + C$:

6.2.9. 1) πab ; 2) $\frac{3}{8}\pi a^2$; 3) $6\pi a^2$; 4) $\frac{a^2}{60}$; 5) $\frac{1}{210}$; 6) $\frac{1}{30}$; 7) $\frac{3}{2}a^2$:

6.2.10. 1) $\frac{40}{3}$; 2) $\frac{abc}{3}(a^2+b^2+c^2)$; 3) $\frac{a^3 h}{6}$; 4) $\frac{1}{12}$; 5) $\frac{a^6}{48}$; 6) $\frac{a^{11}}{110}$; 7) $\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$;

8) $\frac{1}{720}$; 9) $\frac{1}{2}\ln 2 - \frac{5}{16}$; 10) $\frac{1}{180}$; 11) $\frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{2}$; 12) $\frac{1}{364}$:

6.2.11. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $10\ln\frac{4}{5}$:

6.2.12. 1) $\frac{\pi}{15}(2\sqrt{2}-1)$; 2) $\frac{8}{9}a^2$; 3) $\frac{8}{3}r^3\left(\pi-\frac{4}{3}\right)$; 4) $\frac{\pi}{8}$; 5) $\frac{4}{15}\pi R^5$;

$$6) \frac{\pi}{10}; 7) \frac{4}{15} - \pi(R^5 - r^5); 8) \frac{2\pi}{3}; 9) \frac{16\pi}{3}; 10) \frac{4}{5} \pi a^3 :$$

$$6.2.13. 1) 8; 2) \frac{7}{12}; 3) \frac{3}{35}; 4) 4(4 - 3 \ln 3); 5) \frac{7}{24}; 6) \frac{3\pi - 4}{24} :$$

$$6.2.14. 1) 54\sqrt{14}; 2) 4\sqrt{61}; 3) \frac{\sqrt{3}}{120}; 4) \frac{\pi R^3}{4}; 5) \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; 6) \frac{2\pi R^3}{15};$$

$$7) \frac{2\pi R^7}{105}; 8) \frac{4}{3} \pi abc; 9) 0; 10) \frac{1}{8}; 11) 4\pi R^3; 12) 0;$$

$$6.2.17. 1) \operatorname{div} \vec{A} = 3; \operatorname{rot} \vec{A} = 0;$$

$$2) \operatorname{div} \vec{A} = 0; \operatorname{rot} \vec{A} = 2[(y - z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + (x - y)\vec{k}];$$

$$3) \operatorname{div} \vec{A} = 6xyz; \operatorname{rot} \vec{A} = x(z^2 - y^2)\vec{i} + y(x^2 - z^2)\vec{j} + z(y^2 - x^2)\vec{k};$$

$$4) \operatorname{div} \vec{A} = 6; \operatorname{rot} \vec{A} = 0;$$

$$6.1.18. 1) 0; 0; 2) 2S, \text{ որտեղ } S - \text{ը } L - \text{ով սահմանափակված պատկերի} \\ \text{մակերեսն է; } 0;$$

$$3) 0; 0; 4) \frac{3}{2} \pi R^4; 2\pi R^2 :$$

ԳԼՈՒԽ VII

« 1.

$$7.1.1. 1) y = \frac{1}{3} x^3 + C; 2) y = -e^{-x} + C; 3) \operatorname{arctg} x + \ln|x| = C;$$

$$4) y = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + C; 5) 10^x + 10^{-y} = C; 6) y = Ce^{-x^2};$$

$$7) y = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + C; 8) \operatorname{arcsin} \frac{y}{a} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C; 9) y = 1 + Cxy ;$$

$$10) y = C - \sqrt{1 - x^2}; 11) (y^2 + 1)(x^2 - 1) = C; 12) y^2 + x^2 = 2\ln|x| + C;$$

$$13) y^3 = 3x - 3x^2 + C; 14) \ln \left| \operatorname{tg} \frac{y}{4} \right| = C - 2 \sin \frac{x}{2}; 15) y = C \sin x - a ;$$

$$16) y^2 = 2\ln(a^2 + e^x) + C :$$

$$7.1.2. 1) y = \frac{1}{2} \ln(2e^x - 1); 2) y = e^{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}; 3) y = \frac{1+x}{1-x}; 4) \cos x = \sqrt{2} \cos y;$$

$$5) y = \frac{b+x}{1+bx}; 6) y^2 = 2\ln(1+e^x) + 1 - 2\ln 2 :$$

$$7.1.3. 1) y = Ce^{\frac{x^2}{2y^2}}; 2) y = xe^{+Cx}; 3) \operatorname{tg} \frac{y}{2x} = Cx; 4) x = Ce^{-2\sqrt{1-\frac{y}{x}}};$$

$$5) x = Ce^{\frac{y^3}{3x^3}}; 6) y^2 + xy - x^2 = C; 7) y = Ce^{\frac{y}{x}}; 8) y^1 = -x^2 \ln Cx ;$$

$$9) C\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = e^{\operatorname{arctg}\frac{y-1}{x-2}};$$

$$10) 10y - 5x + 7\ln|10x + 5y + 9| = C; 11) (x + y - 1)^3 = C(x - y + 3);$$

$$12) x - 2y + \ln|x + y| = C; 13) \operatorname{arctg}\frac{y}{x} - 2\ln(x^2 + y^2) + 3\ln|x| = C;$$

$$14) 2\operatorname{arctg}\frac{y}{x} - 3\ln(x^2 + y^2) + 5\ln|x| = C;$$

$$15) 3\operatorname{arctg}\frac{y}{x} - \ln(x^2 + y^2) = C;$$

$$16) \frac{1}{2}\ln(x^2 + y^2) + \ln|y| - 3\ln|x| = C;$$

$$17) \frac{1}{2}\ln(y^2 + 2x^2) + \ln|y| - \ln|x| = C;$$

$$18) y = \frac{x-1}{2}\ln|x-1| + C(x-1) + t;$$

$$19) y = -\frac{x+1}{3}\ln|x+1| + C(x+1) + t;$$

$$20) (y-1)\ln|y-1| = x-1 + C(y-1):$$

$$7.1.4. 1) \ln y = 2 - 2\sqrt{\frac{x}{y}}; 2) \ln(x^2 + y^2) = -2\operatorname{arctg}\frac{y}{x}; 3) \sin\frac{y}{x} = \frac{x}{2};$$

$$4) 2y^2 \ln x = y^2 - x^2; 5) \sqrt{x^2 + y^2} = e^{\frac{y}{x}\operatorname{arctg}\frac{y}{x}}; 6) y^3 = y^2 - x^2;$$

$$7) y = -x:$$

$$7.1.5. 1) y = e - 2x(ex + C); \quad 2) y = e^x\left(\frac{3}{2}x^2 + C\right);$$

$$3) y = Ce^{-x} + x^2 - 2x + 3; \quad 4) y = e^{-x^2}\left(\frac{x^2}{2} + C\right);$$

$$5) y = Ce^{ax} + \frac{1}{b-a}e^{bx}, \text{ »}\tilde{A}\text{» } a \neq b; y = e^{ax}(x + C), \text{ т\textsubscript{п}т\textsubscript{п}т } a = b;$$

$$6) y = \frac{1}{x}\left(\frac{x^3}{3} + C\right); 7) y = x(C - 2\ln|x|); 8) y = \sin(\ln|\operatorname{tg}x| + C);$$

$$9) y = C|x|^a + \frac{x}{1-a} - \frac{1}{a}, \text{ т\textsubscript{п}т\textsubscript{п}т } a \neq 0; t; y = x\ln|x| - 1 + Cx, \text{ »}\tilde{A}\text{» } a = 1;$$

$$y = x + \ln|x| + C, \text{ »}\tilde{A}\text{» } a = 0;$$

$$10) y = Cx - x \cos x; 11) y = \frac{2}{7}x^3 + \frac{C}{\sqrt{x}}; 12) y = (\sin x + C)\cos x;$$

$$13) y = \left(\frac{x^2}{2} + C \right) (x+2); 14) y = (e^x + C)(x+1);$$

$$15) y = \frac{2x^3 + 3C}{3(1+x^2)}; 16) y = 2 \ln x + 2 + Cx; 17) y = \frac{2x+C}{x^3};$$

$$18) y = (e^x + C)(x+1)^2; 19) y = e^x + \frac{C}{x}; 20) y = x^2 - 1 + C\sqrt{1-x^2};$$

$$7.1.6. 1) y = x^3 e^{-x^2}; 2) y = -\cos x; 3) y = -\frac{2}{3} \cos^2 3x + 1;$$

$$4) y = e^{\operatorname{ctgx}} + \operatorname{ctgx} - 1; 5) y = \frac{e^{-x^2}}{4} (2x^2 \ln x - x^2 + 1);$$

$$6) y = -x^2 \cos x - x \sin x + 2; 7) y = x^2; 8) y = \frac{\pi - x \cos x + \sin x}{x};$$

$$9) y = \sin x - 1 + e^{-\sin x}; 10) y = \frac{1}{2} (x+1)^4; 11) y = \frac{2}{3} e^{x^3} - \frac{1}{3} (2+x^3);$$

$$12) y = \left(x^2 - \frac{\pi^2}{4} \right) \sin x;$$

$$7.1.7. 1) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1 + Ce^{x^2}}}; 2) y = \frac{1}{(x+1)[C + \ln|x+1|]}; 3) y(x+C) = \sec x;$$

$$4) y = \frac{1}{x(x+C)}; 5) y^2 = Cx - x \ln|x|; 6) y = \frac{1}{1-x}; 7) y = \frac{2}{1+\ln x};$$

$$8) y = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1+x^5}}; 9) y = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}; 10) y = \sqrt{\frac{2}{2x^2+1}};$$

$$7.1.8. 1) x^3 e^y - y = C; 2) x^3 + 4xy^2 + e^y = C; 3) x^2 - x^2 y^2 + y^2 = C;$$

$$4) x^2 - x - y^2 + \frac{y}{x} = C; 5) x^3 y + 2xy + 3x + y^3 = C;$$

$$6) xy^2 + y \operatorname{tg} x = C; 7) \cos 2x + 4 \sin(x+y) = C;$$

$$8) \frac{x}{y} - y = C; 9) x^y = C; 10) x e^y - y^2 = C;$$

$$11) x + \frac{(x^2 + y^2) \sqrt{x^2 + y^2}}{3} - \frac{y^2}{2} = C; 12) \operatorname{arctg} \frac{x}{y} - x = C;$$

$$13) \sin(x+y^2) - \cos x = C; 14) xy^3 + \sin x + e^y = C;$$

$$7.1.9. 1) x^2 - y = Cx, x=0; 2) x^2 y + 2x = Cy, y=0; 3) (x^2 + y^2) e^x = C;$$

$$4) y^3 + 2 \ln x = Cy, y=0; 5) (x \sin y + y \cos y - \sin y) e^x = C, y=0;$$

$$6) \ln\left(\frac{x^2}{y^2} + 1\right) - 2y = C, y = 0; 7) x^2 + \ln y = Cx^3, x = 0;$$

$$8) \frac{x^2}{2} + xy + \ln|y| = C; 9) x \ln|x| - y^2 = Cx; x = 0;$$

$$10) \ln|y| - ye^{-x} = C; y = 0:$$

$$7.1.10. 1) y = Cx + C^2, x^2 + 4y = 0; 2) y = Cx - 3C^3, 9y \pm 2x\sqrt{x} = 0;$$

$$3) y = Cx + \frac{1}{C}, y^2 = 4x; 4) y = Cx + \sqrt{1 + C^2}, x^2 + y^2 = 1;$$

$$5) y = Cx + \sin C, y = x(\pi - \arccos x) + \sqrt{1 - x^2};$$

$$6) y = Cx - \ln C, y = \ln x + 1; 7) y = (\sqrt{x+1} + C)^2, y = 0;$$

$$8) y = Cx^2 + \frac{1}{C}, y^2 - 4x^2 = 0; 9) y = Cx - e^c, y = x(\ln x - 1);$$

$$10) y = C^x + C + C^2, y = -\frac{1}{4}(x+1)^2; 11) y + C + \frac{x^2}{C}, y = \pm 2x;$$

$$12) x = Ce^{-p} + 2(1-p), y = x(1+p) + p^2;$$

$$13) x = \ln|p| - \arcsin p + C, y = p + \sqrt{1 - p^2};$$

$$14) x + \frac{1}{3}\left(\frac{C}{\sqrt{p}} - p\right), y = \frac{1}{3}(2C\sqrt{p} + p^2):$$

$$7.1.11. 1) y = C_1 x^2 + C_2; 2) y = C_1 e^x + C_2 - x - \frac{x^2}{2}; 3) y = \frac{1}{3}x^3 + C_1 x^2 + C_2;$$

$$4) y = \frac{1}{12}(x + C_1)^3 + C_2; 5) y = (C_1 x - C_1^2) e^{\frac{x}{C_1} + 1} + C_2;$$

$$6) y = C_1 e^{C_2 x}; 7) x + C_2 = 2C_1 \operatorname{arctg}(C_1 \ln y), C_1 > 0;$$

$$8) y = \frac{2}{3C_1} \sqrt{(C_1 x - 1)^3} + C_2; 9) y = -\frac{1}{3} \sin^3 x + C_1 \left(\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}\right) + C_2;$$

$$10) (x + C_2)^2 = 4C_1; 11) y = C_1 \sqrt[3]{(x + C_2)^2};$$

$$12) x = \frac{4}{3}(\sqrt{y} - 2C_1) \sqrt{C_1 + \sqrt{y}} + C_2;$$

$$13) C_1 x + C_2 = \ln \left| \frac{y}{y + C_1} \right|; 14) y = x^3 + 3x + 1; 15) y = 2 + \ln \frac{x^2}{4};$$

$$16) y = \frac{2}{5} x^2 \sqrt{2x} - \frac{16}{5}; 17) y = \frac{4}{(x+4)^2}; 18) y = \sqrt{2x - x^2};$$

$$19) y = -\ln|1-x|; 20) y = 2e^{\frac{1}{2}x^2} - 1;$$

« 2.

$$7.2.1. 1) y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}; 2) y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}; 3) y = C_1 + C_2 e^{4x};$$

$$4) y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}; 5) y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-\frac{4}{3}x};$$

$$6) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x; 7) y = C_1 \cos mx + C_2 \sin mx;$$

$$8) y = e^{-3x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x);$$

$$9) y = e^x \left(C_1 \cos \frac{x}{2} + C_2 \sin \frac{x}{2} \right); 10) y = e^x (C_1 + C_2 x);$$

$$11) y = e^{\frac{5}{2}x} (C_1 + C_2 x); 12) y = C_1 + C_2 \cos 3x + C_3 \sin 3x;$$

$$13) y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + C_3 e^{4x}; 14) y = e^x (C_1 + C_2 x + C_3 x^2);$$

$$15) y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-4x};$$

$$16) y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + C_3 \cos 2x + C_4 \sin 2x;$$

$$17) y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + e^{-x} (C_3 \cos x + C_4 \sin x);$$

$$18) y = C_1 + C_2 x + e^{-x} (C_3 + C_4 x);$$

$$19) y = C_1 + C_2 x + \dots + C_{n-2} x^{n-3} + C_{n-1} e^x + C_n e^{-x};$$

$$20) y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{-x} + C_4 \cos \sqrt{5}x + C_5 \sin \sqrt{5}x;$$

$$7.2.2. 1) y = 4e^x + 2e^{3x}; 2) y = 3e^{-2x} \sin 5x; 3) y = e^{-\frac{x}{2}} (x + 2);$$

$$4) y = e^{2x} - e^x; 5) y = 3 - e^{6x}; 6) y = e^{2x} (1 + x);$$

$$7) y = \frac{1}{3} e^{\frac{\pi}{2} - x} \cos 3x; 8) y = \frac{12}{5} e^x - \frac{2}{5} e^{6x}; 9) y = 2e^x - 1(x - 1);$$

$$10) y = 1 + \cos x; 11) y = e^x + \cos x - 2;$$

$$7.2.3. 1) y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{\frac{x}{2}} + e^x; 2) y = C_1 \cos ax + C_2 \sin ax + \frac{e^x}{a^2 + 1};$$

$$3) y = C_1 e^{6x} + C_2 e^x + \frac{5 \sin x + 7 \cos x}{74};$$

$$4) y = e^{-x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + \cos 2x + 4 \sin 2x;$$

$$5) y = (C_1 + C_2 x) e^{3x} + \frac{2}{9} x^2 + \frac{5}{27} x + \frac{11}{27};$$

$$6) y = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + x + 1;$$

$$7) y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 3x e^{2x};$$

$$8) y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - \frac{8}{5} e^x \left(\cos \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \right);$$

$$9) y = C_1 + C_2 e^{-\frac{5}{2}x} + \frac{1}{3} x^3 - \frac{3}{5} x^2 + \frac{7}{25} x;$$

$$10) y = C_1 + C_2 e^{-\frac{5}{2}x} - \left(5x + \frac{16}{29} \right) \cos x - \left(2x - \frac{185}{29} \right) \sin x;$$

$$11) y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x - \frac{1}{2} x \cos 2x;$$

$$12) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} x \sin x;$$

$$13) y = C_1 x^x + C_2 e^{6x} - \left(\frac{x^2}{10} + \frac{11x}{25} \right) e^x;$$

$$14) y = e^x (C_1 + C_2 x) + e^{-2x} + 2x;$$

$$15) y = e^{-x} (C_1 + C_2 x) + \cos x + x;$$

$$16) y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} + e^{2x} + x + 1;$$

$$17) y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x} - \frac{5}{4} (x^2 + x) e^{2x} - \frac{2}{5} e^{4x} (2 \cos x + \sin x);$$

$$18) y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{x}{8} \sin 2x - \frac{1}{24} \cos 4x;$$

$$19) y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} + \frac{1}{2} e^{-x} - \frac{1}{8} e^{-x} (2 \cos 2x + \sin 2x);$$

$$20) y = e^x (x + C_1) - (e^x + 1) \ln(e^x + 1) + C_2;$$

$$21) y = (C_1 + C_2 x) e^x + x e^x \ln|x|;$$

$$22) y = \sin 2x \cdot \ln|\cos x| - x \cos 2x + C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x;$$

$$23) y = C_1 e^x + C_2 - \cos e^x;$$

$$24) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 2 + \cos x \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|;$$

$$25) y = C_1 e^x - \cos e^x + C_2;$$

7.2.4. 1) $y = e^{2x} + e^{3x} + \frac{1}{4} e^{-x};$

2) $y = e^x (0.16 \cos 3x + 0.28 \sin 3x) + x^2 + 2.8x + 0.84;$

3) $y = \frac{1}{3} \sin 2x - \frac{1}{3} \sin x - \cos x;$ 4) $y = 2 \cos x + x \sin x;$

5) $y = e^x (e^x - x^2 - x + 1);$ 6) $y = 2 \cos x - 5 \sin x + 2e^x;$

$$7) y = -e^{-x} \sin x + xe^{-x}; 8) y = -2 \cos x + 4 \sin x - 2 \sin x \ln \left| \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right|;$$

$$9) y = (5 - 2 \ln |\operatorname{ctg} x|) \cdot \sin 2x; 10) y = e^x (e^x + 1) \left[\ln(1 + e^x) - x \right] + e^x;$$

$$11) y = \sin x - x \cos x + \sin x \ln |\sin x|;$$

$$12) y = \cos x + x \sin x + \cos x \ln |\cos x|;$$

7.2.5.

$$1) \begin{cases} x = e^{-6t} (C_1 \cos t + C_2 \sin t) \\ y = e^{-6t} [(C_2 + C_1) \cos t + (C_2 - C_1) \sin t] \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{5t} \\ y = -C_1 e^t + 3C_2 e^{5t} \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = e^t (C_1 \cos 3t + C_2 \sin 3t) \\ y = e^t (C_1 \sin 3t - C_2 \cos 3t) \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = (C_1 + C_2 t) e^{-2t} \\ y = (C_2 - C_1 - C_2 t) e^{-2t} \end{cases}; \quad 5) \begin{cases} x = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} \\ y = -2C_1 e^{2t} + 2C_2 e^{-2t} \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} x = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-3t} \\ y = \cos t - C_1 e^{-t} - 3C_2 e^{-3t} \end{cases}; 7) \begin{cases} x = e^t (t - 1 + C_1) - e^{-t} (t + 1 + C_2) \\ y = e^t (C_1 + t) + e^{-t} (C_2 + t) \end{cases};$$

$$8) \begin{cases} x = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{-7t} + \frac{1}{5} e^{-2t} + \frac{7}{40} e^t \\ y = \frac{C_1}{2} e^{-4t} - C_2 e^{-7t} + \frac{3}{10} e^{-t} + \frac{1}{40} e^t \end{cases}; \quad 9) \begin{cases} x = \cos t - \sin t \\ y = \cos t \end{cases};$$

$$10) \begin{cases} x = -e^{-t} - 1 \\ y = e^{-t} - 1 \end{cases}; \quad 11) \begin{cases} x = \frac{t}{3} \\ y = -\frac{t}{3} \end{cases}; \quad 12) \begin{cases} x = e^{2t} (\cos t - 3 \sin t) \\ y = e^{2t} (\sin t + 3 \cos t) \end{cases};$$

$$13) \begin{cases} x = 5e^{-t} \sin t \\ y = e^{-t} (\cos t - 2 \sin t) \end{cases}; \quad 14) \begin{cases} x = C_1 + 3C_2 e^{2t} \\ y = -2C_2 e^{2t} + C_3 e^{-t} \\ z = C_1 + C_2 e^{2t} - 2C_3 e^{-t} \end{cases};$$

$$15) \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{2t} + C_3 e^{5t} \\ y = C_1 e^t - 2C_2 e^{2t} + C_3 e^{5t} \\ z = -C_1 e^t - 3C_2 e^{2t} + 3C_3 e^{5t} \end{cases}; \quad 16) \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{2t} + C_3 e^{-t} \\ y = C_1 e^t - 3C_3 e^{-t} \\ z = C_1 e^t + C_2 e^{2t} - 5C_3 e^{-t} \end{cases};$$

$$17) \begin{cases} x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_3 \cos t + C_4 \sin t \\ y = C_1 e^t + C_2 e^{-t} - C_3 \cos t - C_4 \sin t \end{cases};$$

$$18) \begin{cases} x = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 - \frac{1}{6} t^3 + e^t \\ y = C_4 - (C_1 + 2C_3)t - \frac{1}{2}(C_2 - 1)t^2 - \frac{1}{3}C_3 t^3 + \frac{t^4}{24} - e^t \end{cases};$$

$$7.2.6. m = m_0 e^{\frac{\ln 2}{1000} t}, m_0 = 1\ddot{i}, m = 0.915\ddot{i}; \quad 7.2.7. V = \frac{p-f}{\alpha} \left[1 - e^{-\frac{at}{m}} \right];$$

$$7.2.8. N = (1.02)^t N_0; \quad 7.2.9. y^k = Cx; \quad 7.2.10. y = e^{\frac{x-a}{a}};$$

$$7.2.11. (x-c)^2 + y^2 = a^2; \quad 7.2.12. y = \frac{1}{k} \ln |C(k^2 x^2 - 1)|; \quad 7.2.13. x = Ce^{\pm 2\sqrt{\frac{y}{x}}};$$

$$7.2.14. y = \frac{1}{2k} [e^{kx+c} + e^{-kx-c}]; \quad 7.2.15. x^2 + y^2 = Cx; \quad 7.2.16. y = x + Cx^2;$$

$$7.2.17. x^2 + y^2 = 2(xx_0 + yy_0); \quad 7.2.18. xy = 6; \quad 7.2.19. \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1;$$

$$7.2.20. \frac{a}{x^2} - \frac{b}{y^2} = -1;$$

ԳԼՈՒԽ VIII

$$8.1.1. 1)1; 2) \frac{3}{2}; 3) \frac{1}{e^t - 1}; 4) \frac{1}{2}; 5) \frac{11}{6}; 6) \frac{1}{K} \left(1 + \frac{1}{2} \dots \frac{1}{K} \right); 7) \frac{1}{3}; 8) \frac{11}{18}; 9) \frac{1}{4};$$

$$10) -4; 11) \frac{7}{6}; 12) \frac{5}{6}; 13) 4.5; 14) 1; 15) \frac{1}{2}; 16) \frac{1}{6}; 17) \frac{7}{12}; 18) \frac{\pi}{4};$$

8.1.3. 1)տարամետ է; 2)տարամետ է; 3)տարամետ է; 4)տարամետ է;
5)տարամետ է; 6)տարամետ է; 7)զուգամետ է; 8)զուգամետ է;
9)տարամետ է; 10)զուգամետ է; 11)տարամետ է; 12)զուգամետ է;
13)տարամետ է; 14)տարամետ է; 15)զուգամետ է; 16)զուգամետ է;
17)զուգամետ է; 18)զուգամետ է; 19)զուգամետ է; 20)զուգամետ է;
21)զուգամետ է:

8.1.4. 1)տարամետ է; 2)զուգամետ է; 3)զուգամետ է; 4)տարամետ է;
5)զուգամետ է; 6)տարամետ է; 7)զուգամետ է; 8)զուգամետ է;
9)զուգամետ է; 10)զուգամետ է; 11)զուգամետ է; 12)զուգամետ է;
13)զուգամետ է; 14)զուգամետ է; 15)զուգամետ է; 16)զուգամետ է;
17)զուգամետ է; 18)զուգամետ է; 19)զուգամետ է; 20)զուգամետ է;
21)զուգամետ է; 22)զուգամետ է; 23)զուգամետ է; 24)զուգամետ է;
25)տարամետ է; 26)զուգամետ է; 27)զուգամետ է:

8.1.5. 1)տարամետ է; 2)տարամետ է; 3)տարամետ է; 4)զուգամետ է;
5)տարամետ է; 6)զուգամետ է; 7)զուգամետ է; 8)զուգամետ է;
9)զուգամետ է; 10)տարամետ է; 11)զուգամետ է; 12)զուգամետ է;

13)տարամետ է; 14)զուգամետ է:

- 8.2.1. 1) $(-1; 1); 2) \left(\frac{1}{e}; e\right); 3) (-1; 1); 4) [-1; 1]; 5) (-1; 1); 6) (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
 7) $(-1; 1); 8) [-1; 1]; 9) |x| \neq 1; 10) R; 11) (-2; 2); 12) R; 13) (0; +\infty);$
 14) $|x| > 1; 15) (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right); 16) x \neq -k, (k \in N); 17) (0; +\infty);$
 18) $(-1; 1); 19) \bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k\right); 20) (2; +\infty);$
 21) $\left(-e; \frac{1}{e} - e\right) \cup (0; +\infty); 22) \bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k\right);$
 23) $\bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k\right); 24) \bigcup_{k=-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k\right):$

- 8.2.2. 1) $(-5; 5); 2) (-3; 3); 3) [-7; 7]; 4) R; 5) x = 0; 6) R; 7) R; 8) x = 0;$
 9) $[-1; 1]; 10) (-4; 4); 11) \left(-\frac{1}{e}; \frac{1}{e}\right); 12) (-4; 4);$
 13) $[-1; 1]$, երբ $0 < p \leq 1$, $[-1; 1]$, երբ $p > 1; 14) R; 15) R;$
 16) $(-e; e); 17) [-6; 2]; 18) [-2; 8]; 19) \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right) \cup \left(-\frac{8}{3}; +\infty\right);$
 20) $\left(-\infty; -\frac{21}{5}\right) \cup \left(-\frac{19}{5}; +\infty\right); 21) \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right); 22) \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right);$
 23) $(4; 6); 24) [3; 5]; 25) [-3; -1]; 26) R; 27) (-1; 1]; 28) [-1; 1]:$

- 8.2.4. 1) $\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$, ($|x| < 1$); 2) $\arctg x$, ($|x| \leq 1$); 3) $-\ln(1-x)$, ($-1 \leq x < 1$);
 4) $\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, ($|x| < 1$); 5) $\frac{x}{(1-x)^2}$, ($|x| < 1$); 6) chx , ($|x| < +8$);
 7) $1 + \frac{1-x}{x} \ln(1-x)$, ($|x| \leq 1$); 8) $\frac{2x}{(1-x)^3}$, ($|x| < 1$); 9) $\ln \frac{e^x}{e^x - 1}$, ($x > 0$);
 10) $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{x} \ln(1+x)$, ($|x| < 1$); 11) $\frac{x^2 + x}{(1-x)^3}$, ($|x| < 1$);
 12) $\sin x + (1 - \sin x) \ln(1 - \sin x):$

- 8.2.5. 1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 \cdot 2^n \cdot x^n}{n!}; x \in R; 2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n+11}}; x \in (-2; 2);$
 3) $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{2^n \cdot n!} x^n; x \in (-1; 1); 4) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}; x \in (-1; 1);$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x-1)^n}{n}; x \in (0; 2]; 6) \ln 5 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n \cdot 5^n}; x \in (-5; 5);$$

$$7) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}; x \in R; 8) 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n-1}}{(2n)!} x^{2n}; x \in R; 9) \sum_{n=1}^{\infty} x^n; (|x| < 1);$$

$$10) \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n; (|x| < 1);$$

8.2.6. 1) 0.323; 2) 0.048; 3) 0.001; 4) 0.487; 5) 0.245; 6) 0.0006;

8.2.7. 1) $f(x) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \sin kx}{k}$; 2) $f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(2k+1)x}{(2k+1)^2}$;

3) $f(x) = \frac{\pi^2}{3} - 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cos kx}{k^2}$; 4) $f(x) = 4 + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \sin \frac{\pi k}{2} x}{k}$;

5) $f(x) = -\frac{3}{2} + \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[(-1)^k - 1] \cos \pi kx}{k^2} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \pi kx$;

6) $f(x) = \frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \sin kx}{k} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k+1)x}{(2k+1)^2}$;

7) $f(x) = \frac{2}{3} \pi^2 + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cos kx}{k^2}$;

8) $f(x) = \frac{2 \sin \pi a}{\pi} \left[\frac{1}{2a} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{a \cos nx}{k^2 - a^2} \right]$;

9) $f(x) = \frac{2 \sin \pi a}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} k \cdot \sin kx}{k^2 - a^2}$; 10) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k}$;

8.2.8. 1) $f(x) = \frac{1}{3} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cos kx}{k^2}$; 2) $f(x) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2kx}{4k^2 - 1}$;

3) $f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(2k+1)x}{(2k+1)^2}$; 4) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(2k+1)x}{(2k+1)^2}$;

5) $f(x) = \frac{\pi^2}{6} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^k}{k^2} \cos kx$;

8.2.9. 1) $f(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left\{ \frac{\pi^2}{k} + \frac{2}{k^3} [(-1)^k - 1] \right\} \sin kx$;

2) $\frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\sin \pi kx}{k^2}$; 3) $\frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\sin \frac{2k+1}{2} \pi x}{(2+k+1)^2}$;

4) $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin 2kx}{2k}$; 5) $\frac{8}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)x}{(2k-1)^3}$;

ҚЛҒИ IX

«1.

9.1.1. 1) $\frac{m}{m+n}$; 2) $\frac{n}{m+n}$; 9.1.2.1) $\frac{2}{15}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{8}{15}$; 9.1.3. $\frac{C_m^p \cdot C_n^q}{C_{m+n}^k}$;

9.1.4. 1) $\frac{5}{36}$; 2) $\frac{1}{9}$; 3) $\frac{11}{36}$; 9.1.5. $\frac{C_k^r}{C_n^m}$;

9.1.6. 1) $\frac{mp}{(m+n)(p+q)}$; 2) $\frac{mq+np}{(m+n)(p+q)}$;
3) $\frac{nq}{(m+n)(p+q)}$; 4) $\frac{mp+nq}{(m+n)(p+q)}$;

9.1.7. $\frac{2}{n-1}$; 9.1.8. $\frac{2(n!)^2}{(2n)!}$; 9.1.9.1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{11}{45}$; 9.1.10. $\frac{12!}{12^{12}}$; 9.1.11. $\frac{3}{10}$;

9.1.12. $\frac{1}{15}$; 9.1.13. $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \ln 2$; 9.1.14.1) $\frac{4}{25}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{16}{25}$; 9.1.15. $\alpha(2-\alpha)$;

9.1.16. $\frac{3}{4}$; 9.1.17. $\frac{1}{4}$; 9.1.18. $\frac{1}{4}$; 9.1.19. $\frac{11}{36}$; 9.1.20. $\frac{1}{20}$; 9.1.21. $1 - \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2$;

9.1.22. $\frac{1}{2}$; 9.1.23.1) 0.38; 2) 0.56; 3) 0.94; 4) 0.06; 9.1.24. 0.9; 9.1.25. $\frac{48}{95}$;

9.1.26. $\frac{n}{m+n}$; 9.1.27. $P_1(1-P_2)[2(1-P_1)(1-P_2) + P_1(1+P_2)]$; 9.1.28. 0.5;

9.1.29. $\frac{28}{57}$; 9.1.30.1) $n \geq 4$; 2) $n \geq 13$; 9.1.31. $\frac{1}{6^{n-1}}$; 9.1.32. $P(1-P)^{m-1}$;

9.1.33. $1 - \prod_{k=1}^n (1-P_k)$; 9.1.34. $1 - \frac{C_m^k}{C_{m+n}^k}$;

«2.

9.2.1. 1) $\frac{q(m+n)+n}{(m+n)(p+q+1)}$; 2) $\frac{p(m+n)+m}{(m+n)(p+q+1)}$;

9.2.2. 1) $\frac{mq(q-1)+nq(q+1)}{(m+n)(p+q+1)(p+q)}$; 2) $\frac{mp(p+1)+np(p-1)}{(m+n)(p+q+1)(p+q)}$;

3) $\frac{2mq(p+1)+2np(q+1)}{(m+n)(p+q+1)(p+q)}$;

4) $\frac{mp(p+1)+mq(q-1)+np(p-1)+nq(q+1)}{(m+n)(m+n+1)(p+q)}$;

9.2.3. 1) $\frac{n}{m+n}$; 2) $\frac{m}{m+n}$; 9.2.4.1) $\frac{n}{m+n}$; 2) $\frac{m}{m+n}$;

9.2.5. 1) $\frac{m(m-1)(p+2)+2mn(p+1)+n(n-1)p}{(m+n)(m+n-1)(p+q+2)}$;

2) $\frac{m(m-1)q+2mn(q+1)+n(n-1)(q+2)}{(m+n)(m+n-1)(p+q+2)}$;

9.2.6. 1) $\frac{m(m-1)(p+2)(p+1)+2mnp(p+1)+n(n-1)p(p-1)}{(m+n)(m+n-1)(p+q+2)(p+q+1)}$;

2) $\frac{m(m-1)q(q-1)+2mnq(q+1)+n(n-1)(q+2)(q+1)}{(m+n)(m+n-1)(p+q+2)(p+q+1)}$;

3) $\frac{m(m-1)[(p+2)(p+1)+q(q-1)]+2mn[p(p+1)+q(q+1)]+n(n-1)[p(p-1)+(q+2)(q+1)]}{(m+n)(m+n-1)(p+q+2)(p+q+1)}$;

4) $\frac{2m(m-1)q(p+2)+4mn(p+1)(q+1)+2n(n-1)p(q+2)}{(m+n)(m+n-1)(p+q+2)(p+q+1)}$;

9.2.7. տարբերություն չկա;

9.2.8. 1) $\frac{1}{2}\left(\frac{m}{m+n}+\frac{p}{p+q}\right)$; 2) $\frac{1}{2}\left(\frac{m}{m+n}+\frac{q}{p+q}\right)$; 9.2.9.1) $\frac{6}{7}$; 2) $\frac{1}{7}$;

9.2.10. 1) $\frac{m(p+q)}{m(p+q)+p(m+n)}$; 2) $\frac{p(m+n)}{m(p+q)+p(m+n)}$;

9.2.11. $\frac{n_i}{m_i+n_i} : \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{m_j+n_j}$; 9.2.12. 1: $\left[1+\frac{k_2 m_2 (m_1+n_1)}{k_1 m_1 (m_2+n_2)}\right]$;

9.2.13. 1) 0.0345; 2) $\frac{25}{69} \cdot \frac{28}{69} \cdot \frac{16}{69}$; 9.2.14. երկրորդ խմբին:

9.2.15. 1) 0.1536; 2) 0.4096; 3) 0.8192; 4) 0.9984;

9.2.16. 1) չորսից երեքում; 2) ութից ոչ պակաս, քան հինգում:

9.2.17. $n \geq 10$; 9.2.18. 0.784; 9.2.19.1) $\frac{63}{256}$; 2) $\frac{957}{1024}$; 9.2.20. 0.73;

9.2.21. 24; 9.2.22.1) 0.0361; 2) 0.1952; 3) 0.0902; 4) 0.1745;

9.2.23. 1) 0.02285; 2) 0.0072; 3) 0.00152; 4) 0.0015;

9.2.24. 1) 0.8185; 2) 0.971; 3) 0.977; 4) 0.4812:

«3.

9.3.1. 1) $M(X) = p, D(X) = p(1-p)$; 2) $M(X) = 2p, D(X) = np(1-p)$;

3) $M(X) = np, D(X) = np(1-p)$;

9.3.2. $M(X) = \frac{1}{p}, D(X) = \frac{1-p}{p^2}$; 9.3.3. $M(X) = 2(2p-1), D(X) = 8p(1-p)$;

9.3.4. $M(X) = D(X) = \lambda, M(Y) = 2, D(Y) = 0$;

$$9.3.5. \quad 1) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \quad M(X) = \frac{a+b}{2}, \quad D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}; \\ 1, & x > b \end{cases}$$

$$P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha);$$

$$2) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{\pi} \left[\left(x + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\sin 2x}{2} \right], & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad M(X) = 0, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$D(X) = \frac{\pi^2 - 6}{12};$$

$$3) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x \geq 0. \quad M(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad D(X) = \frac{1}{\lambda^2}; \end{cases}$$

$$4) \quad M(X) = a, \quad D(X) = \sigma^2;$$

$$5) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \cos x, & x \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right] ; \quad M(X) = 1; \quad D(X) = \pi - 3; \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$6) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x(x-1)}{2}; & x \in (1; 2] \quad M(X) = \frac{19}{12}; \quad D(X) = \frac{17}{48}; \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$7) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ -\frac{x^3}{4} + \frac{9x^2}{4} - 6x + 5; & x \in (2; 4) \quad M(X) = 3; \quad D(X) = 0.2; \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

$$8) \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{3} + \frac{1}{2}; & x \in (-3; 3) \quad M(X) = 0; \quad D(X) = \frac{9}{2}; \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

- 9.3.6.1) $M(Z) = 21.2, D(Z) = 299.36, \sigma = \sqrt{D(Z)} = 17.3; 2) -2.1; 57.49; 7.58$
 3) 13.1, 123.85, 11.13; 4) $-22.2; 184.36; 13.58; 5) 5.4; 35.04; 5.92;$
 6) 7.8, 27.36; 5.23; 7) $-19.3; 74.93; 8.66; 8) 9.8; 48; 6.93;$
 9) $-26.2; 128.48; 11.34; 10) -23.5; 116.73; 10.8;$

9.10.10 X
 «1.

- 10.1.2. 1) $x = 4, y = 2; 2) x = 1, y = 2; 3) x = -5, y = 4;$
 4) $x_1 = 1, y_1 = 3, x_2 = -1, y_2 = -3, x_3 = 0.75, y_3 = 4,$
 $x_4 = -0.75, y_4 = -4$
 5) $x = 1, y = 2; 6) x = 2, y = 3;$
- 10.1.3. 1) $1-i; 2) 1+i; 3) \frac{3}{2} - \frac{5}{2}i; 4) \frac{2}{65} + \frac{29}{65}i; 5) 117 + 44i; 6) \frac{7}{2} - \frac{3}{2}i; 7)$
 $\frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\right)i; 8) -\frac{27}{34} - \frac{3}{17}i; 9) \frac{e^2 - 1}{2e}i; 10) -76; 11) 1;$
 12) $\ln 2 + \frac{\pi}{3}i; 13) 0; 14) \operatorname{tg} 2; 15) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \sqrt{2}\right); 16) \frac{1}{2}\ln 2 - \frac{\pi}{4}i$
- 10.1.4. 1) $i; \frac{\pi}{2}; 2) \sqrt{2}; -\frac{\pi}{4}; 3) \sqrt{2}; -\frac{3\pi}{4}; 4) i; \frac{\pi}{3}; 5) \frac{\sqrt{65}}{13}; \pi - \operatorname{arctg} \frac{7}{4};$
 6) $\frac{\sqrt{26}}{13}; -\operatorname{arctg} \frac{1}{5}; 7) 2\cos \frac{\pi}{14}; \frac{\pi}{14}; 8) i; \frac{4\pi}{5}$
 9); $\frac{\sqrt{\ln^2 3 + \pi^2}}{2}; \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\ln 3}$ 10) 9; $-\ln 3$ 11) $\pi; \frac{\pi}{2};$
 12) $\sqrt{\ln^2 5 + \pi^2}; \operatorname{arctg} \frac{\pi}{3\ln 2}; 13) \frac{\sqrt{9\ln^2 2 + \pi^2}}{3}; \operatorname{arctg} \frac{\pi}{3\ln 2}$
 14) $\frac{\sqrt{36\ln^2 2 + \pi^2}}{6}; -\operatorname{arctg} \frac{\pi}{6\ln 2}; 15) \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; 16) i; -\ln 5;$
- 10.1.5. 1) $\cos \pi + i \sin \pi; 2) \cos \frac{\pi}{2} \pm i \sin \frac{\pi}{2}; 3) \cos(\ln 2) + i \sin(\ln 2)$
 4) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{4} \pm i \sin \frac{\pi}{4}\right); 5) 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{2\pi}{3}\right);$
 6) $\sqrt{34}\left[\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{3}{5}\right) + i \sin\left(\operatorname{arctg} \frac{3}{5}\right)\right]; 7) \cos 1 - i \sin 1$

$$8) e^4(\cos 3 - i \sin 3); 9) \sqrt{2} \sin \alpha \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right);$$

$$10) 2 \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) \right];$$

$$10.1.6. 1) 256; 2) 2^{15}; 3) 1; 4) 29(1-i\sqrt{3}); 5) -2^{16}(\sqrt{3}+1); 6) -32; 7) -2(1+i\sqrt{3});$$

$$8) -63; 9) 1; 10) -2^{18}(-\sqrt{3}+i);$$

$$10.1.7. 1) e^{-2\pi k}; 2) e^{-\sqrt{2}\pi(1+2k)}; 3) e^{-\frac{\pi}{2}-2\pi k}; 4) e^{\frac{\pi}{2}+2\pi k}; 5) \cos 2\sqrt{2}\pi k + i \sin 2\sqrt{2}\pi k;$$

$$6) e^{\frac{\pi}{4}-2\pi k} \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right); 7) \cos \frac{\pi\sqrt{3}}{3}(1+6k) + i \sin \frac{\pi\sqrt{3}}{3}(1+6k);$$

$$8) 2e^{\frac{\pi}{2}+4\pi k} (-\sin \ln 2 + i \cos \ln 2), k \in \mathbb{Z}$$

$$10.1.8. 1) \cos \frac{2\pi k}{3} - i \sin \frac{2\pi k}{3}; k = 0; 1; 2;$$

$$2) \cos \frac{\pi + 2\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi + 2\pi k}{4}; k = 0; 1; 2; 3;$$

$$3) \cos \frac{\pi 24\pi k}{4} + i \sin \frac{\pi 24\pi k}{4}; k = 0; 1;$$

$$4) \cos \frac{\pi + 4\pi k}{8} + i \sin \frac{\pi + 4\pi k}{8}; k = 0; 1; 2; 3;$$

$$5) \cos \frac{-\pi + 4\pi k}{5} + i \sin \frac{-\pi + 4\pi k}{5}; k = 0; 1; 2; 3; 4;$$

$$6) \sqrt[4]{2} \left(\cos \frac{-\pi + 8\pi k}{8} + i \sin \frac{-\pi + 8\pi k}{8} \right); k = 0; 1;$$

$$7) \sqrt{2} \left(\cos \frac{-\pi + 8\pi k}{12} + i \sin \frac{-\pi + 8\pi k}{12} \right); k = 0; 1; 2;$$

$$8) \sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{3\pi + 8\pi k}{12} + i \sin \frac{3\pi + 8\pi k}{12} \right); k = 0; 1; 2;$$

$$9) 2 \left(\cos \frac{-\pi + 6\pi k}{6} + i \sin \frac{-\pi + 6\pi k}{6} \right); k = 0; 1;$$

$$10) \sqrt[10]{2} \left(\cos \frac{\pi + 12\pi k}{30} + i \sin \frac{\pi + 12\pi k}{30} \right); k = 0; 1; 2; 3; 4;$$

10.1.9. 1) $\pm i$ 2) $2\left(\cos\frac{\pi+2\pi k}{4} + i\sin\frac{\pi+2\pi k}{4}\right); k=0;1;2;3;$

3) $-2\left(\cos 0 + i\sin\frac{2\pi k}{3}\right); k=0;1;2;4) -2 \pm i\sqrt{5};$

5) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pm 2\pi+6\pi k}{6} + i\sin\frac{\pm 2\pi+6\pi k}{6}\right); k=0;1;$

6) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pm \pi+6\pi k}{6} + i\sin\frac{\pm \pi+6\pi k}{6}\right); k=0;1;$

7) $\cos\frac{2\pi k}{3} + i\sin\frac{2\pi k}{3}; k=0;1;2;$

8) $\cos\frac{\pi k}{3} + i\sin\frac{\pi k}{3}; k=0;1;2;3;4;5;$

10.1.10.1) $\frac{\sin\frac{k+1}{2}x \cdot \sin\frac{kx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}; 2) \frac{\cos\frac{k+1}{2}x \cdot \sin\frac{kx}{2}}{\sin\frac{x}{2}}; 3) \frac{\sin^2 kx}{\sin x}; 4) \frac{\sin 2kx}{2 \sin x};$

5) $-\frac{k}{1-\varepsilon}, \varepsilon \neq 1, \frac{k(k+1)}{2}, \text{ »}\tilde{A}\text{« } \varepsilon = 1:$

10.1.11.1) տարամնէն է; 2) զուգամնէն է;

3) զուգամնէն է, եթէ $\varphi \neq 2\pi k$, տարամնէն է, եթէ $\varphi = 2\pi k$;

4) զուգամնէն է; 5) տարամնէն է; 6) զուգամնէն է; 7) զուգամնէն է;

8) զուգամնէն է; 9) տարամնէն է; 10) տարամնէն է;

10.1.12. 1) 1; 2) 0; 3) $+\infty$; 4) 2; 5) e^{-1} ; 6) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 7) 1; 8) e ; 9) $\frac{3}{2}$; 10) 1:

«2.

10.2.1.1) z^2 ; 2) $2e^z$; 3) $\frac{1}{z}$; 4) $\ln z$; 5) $ze^z + (1+i)z + C$; 6) $iz^3 + i - 1$; 7) $ze^z + iC$;

8) $\cos z + iC$; 9) $\sin z + iC$; 10) $e^{z^2} + C$;

10.2.2.1) $\text{Res}f(1) = -\frac{1}{2}$; $\text{Res}f(3) = \frac{3}{2}$; 2) $\text{Res}f(2i) = -\frac{i}{4}$; $\text{Res}f(-2i) = \frac{i}{4}$;

3) $\text{Res}f(1-2i) = \frac{i}{4}$; $\text{Res}f(1+2i) = -\frac{i}{4}$;

4) $\text{Res}f(2) = 1.5$; 5) $\text{Res}f(0) = -2.5$, $\text{Res}f(1) = e$; 6) $\frac{(2n)!}{(n-1)!(n+1)!}$;

7) $\text{Res}f(1) = -\sin 1$; 8) $\text{Res}f(i\pi) = -1$;

$$9) \operatorname{Res}f(i) = \operatorname{Res}f(-i) = -\frac{(\pi+1)e^{-\pi} + (\pi-1)e^{\pi}}{8}; 10) \operatorname{Res}f(\pi) = -1;$$

$$11) \operatorname{Res}f(0) = 0:$$

$$10.2.3. 1) 0; 2) -\pi; 3) 2\pi i; 4) 2\pi i, \text{ крч } n=1; 0, \text{ крч } n \neq 1; 5) \left(\frac{e^2-1}{2e}\right)^2;$$

$$6) (i-1)e^i; 7) -1; 8) \frac{1-e}{e}; 9) \pi i; 10) \frac{\pi i}{2}; 11) \frac{2\pi e^3}{3} i; 12) \pi;$$

$$13) \frac{\pi(e^4+1)}{2e^2} i; 14) \frac{\pi}{2} i; 15) -\pi i:$$

$$10.2.4. 1) \left(\frac{\pi}{2}-2\right) i; 2) \frac{\pi}{3}(\sqrt{3}-i); 3) -\pi i; 4) \frac{e^i(i-1)}{4}; 5) 0; 6) -\frac{\pi i}{\sqrt{2}}; 7) 0;$$

$$8) -\frac{\pi}{2} i; 9) \frac{\pi(\sin 1 - 4\cos 1)}{12} i; 10) \frac{2\pi}{\cos 1} i; 11) -\frac{\pi}{27}; 12) \frac{\pi}{2} e^{-ab};$$

$$13) \frac{\pi(\cos 1 - 3\sin 1)}{3e^3}; 14) \frac{\pi(2\cos 2 + \sin 2)}{2e^4}; 15) \frac{\pi(2e-1)}{6e^2};$$

$$16) \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \pi; 17) \frac{2\pi}{1-p^2}; 18) \frac{\pi e^{-am}}{a}; 19) \frac{3\pi}{8};$$

$$20) 2\pi a(a^2-b^2)^{-1.5}; 21) \frac{\pi}{2};$$

«3.

$$10.3.1. 1) \frac{1}{p-\ln a}; 2) \frac{p(p^2+7)}{(p^2+1)(p^2+9)}; 3) \frac{b}{p^2-b^2}; 4) \frac{2pab}{[(p-a)^2+b^2][(p+a)^2+b^2]};$$

$$5) \frac{b^2+b^2}{(p^2-b^2)^2}; 6) \frac{2}{p(p^2+4)}; 7) \frac{p(p^2+2p+3)}{(p-1)(p^2-2p+5)}; 8) \frac{p}{p^2-b^2};$$

$$9) \frac{a(p^2-a^2-b^2)}{p[(p-a)^2+b^2][(p+a)^2+b^2]}; 10) \frac{b(p^2+a^2-b^2)}{[(p-a)^2+b^2][(p+a)^2+b^2]};$$

$$11) \frac{(p^2-a^2+b^2)}{[(p-a)^2+b^2][(p+a)^2+b^2]}; 12) \frac{2pb}{(p^2-b^2)^2};$$

$$10.3.2.1) e^t \left(\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t \right); 2) \frac{1}{12} e^{2t} - \frac{1}{12} e^{-t} (\cos t \sqrt{3} + \sqrt{3} \sin t \sqrt{3});$$

$$3) \frac{3t^2+2t-2}{54} e^t + \frac{2t+1}{27} e^{-2t}; 4) -\frac{1}{6} + e^t - \frac{3}{2} e^{2t} + \frac{2}{3} e^{3t};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{t^{4n}}{(4n)!}; 6) \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \cos t + \frac{1}{12} \cos 2t;$$

$$7) -\frac{1}{3} e^t + \frac{1}{4} e^{2t} + \frac{1}{12} e^{-2t}; 8) 1 - 2e^t + e^{3t}; 9) \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \operatorname{ch} t + \frac{1}{12} \operatorname{ch} 2t;$$

$$10) \frac{1}{2}(cht - cost); 11) \frac{1}{2}(t cost + sint); 12) \frac{t^2 e^t}{2};$$

$$13) -\frac{1}{6}e^{-t} + e^{-2t} - \frac{3}{2}e^{-3t} + \frac{2}{3}e^{-4t}; 14) 2e^t - 4t - 3;$$

$$15) \frac{2t^2 - 6t + 3}{8}e^t - \frac{1}{24}e^{-t} + \frac{2}{3}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{\pi}{6}\right);$$

$$16) \frac{1}{2a^3}(sinat - at cosat); 17) \frac{1}{8a^3}(t sinat - at^2 cosat):$$

10.3.3. 1) $y = \frac{1}{4}te^{3t} - \frac{1}{16}e^{3t} + \frac{1}{16}e^{-t}$; 2) $y = sht$; 3) $y = 0$;

$$4) y = \frac{1}{3}te^t - \frac{7}{9}e^t - \frac{2}{9}e^{-2t}; 5) y = -\frac{5}{2}e^t + 4e^{2t} - \frac{3}{2}e^{3t};$$

$$6) y = \frac{1}{3}e^{3t} - \frac{1}{3}\cos 3t; 7) y = \frac{1}{21}e^{2t} - \frac{1}{12}e^{-t} + \frac{1}{28}e^{-5t};$$

$$8) y = -\frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}te^{-t}; 9) y = 2\cos t + t\sin t;$$

$$10) y = e^{-2t} + \frac{2}{3}e^{3t} - \frac{2}{3}; 11) y = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}t - e^t + \frac{1}{4}e^{2t};$$

$$12) x = \frac{5}{2}e^{2t} - \frac{1}{2}e^{-2t}, y = \frac{5}{2}e^{2t} - \frac{1}{2}e^{-2t};$$

$$13) x = \frac{6}{5}e^{5t} - \frac{1}{5}e^{-5t}, y = \frac{3}{5}e^{5t} + \frac{2}{5}e^{-5t};$$

$$14) x = \cos t - \sin t, y = \cos t;$$

$$15) x = -e^t ch\sqrt{2}t; y = e^t\left(ch\sqrt{2}t - \frac{1}{\sqrt{2}}sh\sqrt{2}t\right):$$

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԳԼՈՒԽ I

Անալիտիկ երկրաչափությունը հարթության վրա.

«1. Անալիտիկ երկրաչափության պարզագույն խնդիրները.....	3
«2. Ուղիղ գիծ	6
«3. Երկրորդ կարգի կորեր	13

ԳԼՈՒԽ II

Անալիտիկ երկրաչափությունը տարածության մեջ.

«1. Վեկտորական հանրահաշվի տարրերը.....	21
«2. Հարթությունը § ուղիղ գիծը տարածության մեջ	26
«3. Երկրորդ կարգի մակերևույթներ.....	32

ԳԼՈՒԽ III

Գծային հանրահաշվի տարրերը.

«1. Որոշիչներ: Գործողություններ մատրիցների հետ	34
«2. Գծային հավասարումների համակարգեր	40
«3.	44

ԳԼՈՒԽ IV

Բազմություններ, ֆունկցիաներ, սահմանների տեսություն:

Ածանցյալ § դիֆերենցիալ: Դիֆերենցիալ հաշվի

կիրառությունները:

«1. Բազմություններ, ֆունկցիաներ § գրաֆիկներ	50
«2. Սահմանների տեսություն	51
«3. Ֆունկցիայի ածանցյալ § դեֆիերենցիալ	58
«4. Դիֆերենցիալ հաշվի հիմնական թեորեմները, Թեյլորի բանաձևը, Լոպիտալի կանոնը	68

ԳԼՈՒԽ V

Ինտեգրալ § նրա կիրառությունները

«1. Անորոշ ինտեգրալ	74
«2. Որոշյալ ինտեգրալ	84
«3. Անիսկական ինտեգրալներ: Որոշյալ ինտեգրալի կիրառությունները.....	86

ԳԼՈՒԽ VI

**Շատ փոփոխականի ֆունկցիաներ: Կրկնակի, եռակի
§ կորագիծ ինտեգրալներ.**

«1. Շատ փոփոխականի ֆունկցիաներ	93
«2. Կրկնակի, եռակի § կորագիծ ինտեգրալ	98

ԳԼՈՒԽ VII

Սովորական դիֆերենցիալ հավասարումներ.

«1. Առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարումներ	107
«2. Հաստատուն գործակիցներով գծային հավասարումներ	111

ԳԼՈՒԽ VIII

Շարքեր

«1. Թվային շարքերը	116
«2. Ֆունկցիոնալ շարքեր: Աստիճանային շարքեր: Ֆուրյեի շարք ..	119

ԳԼՈՒԽ IX

Հավանականությունների տեսության տարրերը

«1. Հավանականությունների անմիջական հաշվումը: Երկրաչափական հավանականություններ: գումարի § արտադրյալի հավանականությունները	123
«2. Լրիվ հավանականությունների § Բայեսի բանաձևերը: Կրկնվող փորձեր	126
«3. Պատահական մեծությունների թվային բնութագրիչները	129

ԳԼՈՒԽ X

***Կոմպլեքս թվեր: Կոմպլեքս փոփոխականի ֆունկցիաներ:
օպերացիան հաշվի:***

«1. Կոմպլեքս թվեր	132
«2. Կոմպլեքս փոփոխականի ֆունկցիաներ.....	134
«3. Օպերացիոն հաշիվ	136
Պատասխաններ	138