**Вопрос № 1 (Описание и определяющие параметры кредитной сделки)**

Описание и определяющие параметры кредитной сделки

Рассмотрим одну из основных финансовых операций — кредитную сделку и введем ряд понятий, связанных с этой операцией.

Кредитные сделки отличаются большим разнообразием: открытие сберегательного счета в банке, выдача банком кредита, учет векселя и др. Конкретные условия кредитной сделки определяются в соответствующем финансовом контракте, который служит ее юридическим обеспечением.

В общем случае простая кредитная сделка представляет собой единовременную выдачу кредита (займа, ссуды), погашаемого одним платежом в конце срока сделки и подразумевающего участие в ней двух лиц: кредитора — лица, предоставляющего в долг финансовые средства (денежные средства или другие активы);

дебитора (заемщика, должника) — лица, получающего финансовые средства в свое распоряжение для временного их использования.

Подразумевается также, что финансовый контракт, на основании которого осуществляется данная кредитная сделка, обусловливает воз -врат дебитором полученного займа через точно определенный срок и плату в виде процента за его использование.

Ясно, что сущность кредитной сделки, например с позиции кредитора, состоит в получении определенной выгоды, которую можно охарактеризовать количественно. Для этого используются следующие основные временные и денежные (финансовые) параметры кредитной сделки:

tQ — дата выдачи кредита (ссуды);

Т~ период времени, на который был выделен кредит;

t] = tQ+ Г — дата возвращения (погашения) кредита;

Р — сумма кредита или основная сумма долга (Principal);

/ — плата за кредит, т.е. сумма процентов за период сделки;

S— сумма погашения (полная сумма) долга.

Временная диаграмма сделки изображена на рис. 2.1.

Р          S

Н         V-

Поскольку Р и S — мгновенные величины, то в дальнейшем будем осуще-

            ствлять их привязку к соответствующим

f°         Т          ^        моментам времени. В данном случае

Рис. 2.1           р== и S=S{.

Итак, простая кредитная сделка связывает две суммы: величину выданного кредита Рн его полную (вместе с процентом) стоимость S; при этом очевидно, что

S = P+I (2.1) или, учитывая временную привязку,

= SQ + /. (2.2)

Поэтому из трех денежных величин независимые только две. Разумеется, наиболее важная из них — процент /, который фактически характеризует результат финансовой сделки. Необходимо указать, что этот результат имеет различное, а точнее, прямо противоположное значение для обоих участников сделки — кредитора и дебитора:

для кредитора процент/выражает доход от сделанной им инвестиции;

для дебитора (заемщика) процент / представляет собой стоимость кредита и должен трактоваться им как издержки (убытки).

Соотношение (2.1) отражает финансовую сущность простейшей кредитной сделки и называется основной формулой теории кредитных операций.

Остановимся теперь на другом, более формализованном описании кредитной сделки исходя из понятия финансового потока.

В простой кредитной сделке фигурируют два финансовых события: (t0, S0) — выдача (получение) кредита S в момент времени tQ и (г, S) — возврат полной суммы S] в момент времени t{ = t{) + Т. Объединяя эти события, получим поток событий

 CF={(t0,S0)AtrS])}.

Этот поток описывает динамику кредита. Долг от начальной величины S0 к концу периода сделки возрастает до величины Sy Относительно начального момента tQ сумма S] представляет собой будущую стоимость долга, а в момент г, эта величина определяет наращенную или накопленную стоимость долга. Формально простую кредитную сделку можно описать как преобразование начальной суммы SQ долга в конечную сумму £ долга. Более точно, речь идет о преобразовании не денежных сумм, а финансовых событий, результатом которого является замещение события (ro, S0) событием (г,, St).

**Вопрос № 2 (Процент,процентная ставка)**

**Процентная ставка** — сумма, указанная в [процентном](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82) выражении к сумме [кредита](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%82), которую платит получатель кредита за пользование им в расчёте на определённый период ([месяц](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%81%D1%8F%D1%86), [квартал](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B5%D1%82%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%82%D1%8C_%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B0), [год](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BE%D0%B4)).

С позиции [теории денег](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D0%B3), процентная ставка — это цена денег как [средства сбережения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D1%81%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F).

[Процентный доход](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B4%D0%BE%D1%85%D0%BE%D0%B4) — это [доход](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BE%D1%85%D0%BE%D0%B4) от предоставления капитала в долг в разных формах (ссуды, кредиты), либо это доход от [инвестиций](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B2%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%B8) в [ценные бумаги](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%B1%D1%83%D0%BC%D0%B0%D0%B3%D0%B8).

В последние два столетия базовые процентные ставки устанавливаются либо национальными правительствами, либо [центральными банками](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%BA). Например, Федеральная резервная [ставка по федеральным фондам](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0_%D0%BF%D0%BE_%D1%84%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%BC_%D1%84%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D0%BC) США колебалась от 0,25 % до 19 % в период с 1954 по 2008 год, в то время как базовые ставки [Банка Англии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%BD%D0%BA_%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B8) колебались от 0,5 % до 15 % в период с 1989 по 2009[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-1)[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-2), а разброс базовых ставок в Германии был от близкого к 90 % в 1920-х годах до примерно 2 % в 2000-х годах[[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-3)[[4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-4). Во время попытки преодолеть спираль [гиперинфляции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B8%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BD%D1%84%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D1%8F) в 2007 году, [Резервный банк Зимбабве](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%B7%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%BA_%D0%97%D0%B8%D0%BC%D0%B1%D0%B0%D0%B1%D0%B2%D0%B5) повысил процентные ставки по займам до 800 %[[5]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-5).

Процентные ставки по кредитам могут быть больше нуля, равны нулю («беспроцентный кредит») и меньше нуля[[6]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-6) («отрицательные» проценты). Если процентные ставки достигают большой величины, это приводит к возникновению [ростовщичества](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B2%D1%89%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE).

Существует несколько видов процентных ставок.

### Фиксированная и плавающая ставки

*См. также:*[*Свопцион*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B2%D0%BE%D0%BF%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD)

В зависимости от того, изменяется ли ставка в течение времени, выделяют фиксированную и плавающую процентные ставки:

* **Фиксированная процентная ставка** — постоянна, устанавливается на определённый срок и не зависит от каких-либо обстоятельств[[7]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-7).
* **Плавающая процентная ставка** подлежит периодическому пересмотру[[8]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-8). Изменение ставки осуществляется на основании колебаний тех или иных показателей. Классическим примером таких показателей является [Лондонская межбанковская ставка предложения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%BD%D0%B4%D0%BE%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BC%D0%B5%D0%B6%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BB%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) (LIBOR, средневзвешенная ставка на лондонском межбанковском рынке кредитных ресурсов). Соответственно плавающая ставка LIBOR+5 % будет означать, что номинальная величина процентной ставки на 5 % выше ставки LIBOR.

### Декурсивная и антисипативная ставки

В зависимости от времени выплаты процентов, существует два типа процентных ставок:[[9]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-9)

* **декурсивная ставка** — процент выплачивается в конце вместе с основной суммой кредита
* **антисипативная ставка** — процент выплачивается в момент предоставления кредита (авансом) и определяется на основании конечной суммы долга.

Для кредитора выгоднее антисипативная ставка, а для заёмщика — декурсивная. Так, если величина процентной ставки составляет 10 %, то при декурсивной ставке при кредите в 1000 р. кредитор получит 1100 р. в конце срока. При антисипативной ставке он даст заёмщику 900 р. и в конце срока получит 1000 р.

### Реальная и номинальная ставки

Различают номинальную и реальную процентную ставку.

**Реальная процентная ставка** — это процентная ставка с учетом [инфляции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D1%84%D0%BB%D1%8F%D1%86%D0%B8%D1%8F).

Взаимосвязь реальной, номинальной ставки и инфляции в общем случае описывается следующей (приближённой) формулой:

{\displaystyle i\_{r}=i\_{n}-\pi },

где

* {\displaystyle i\_{n}} — номинальная процентная ставка,
* {\displaystyle i\_{r}} — реальная процентная ставка,
* {\displaystyle \pi } — ожидаемый или планируемый уровень инфляции.

[Ирвинг Фишер](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D1%88%D0%B5%D1%80%2C_%D0%98%D1%80%D0%B2%D0%B8%D0%BD%D0%B3) предложил более точную формулу взаимосвязи реальной, номинальной ставок и инфляции, выражаемую названной в его честь формулой Фишера:

Согласно Фишеру, реальная процентная ставка численно должна быть равна [предельной производительности капитала](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%BA%D0%B0%D0%BF%D0%B8%D1%82%D0%B0%D0%BB%D0%B0&action=edit&redlink=1).

Под **процентами** понимают абсолютную величину дохода от предоставления денег в долг в любой форме.
При заключении финансового или кредитного соглашения стороны договариваются о размере **процентной ставки**- это отношение дохода к сумме долга, т.е. относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени. Ставка измеряется в процентах в виде десятичной или обыкновенной дроби с точностью до 1/16 или 1/32.
Интервал времени, к которому относиться процентная ставка называется **периодом начисления**. Проценты либо выплачиваются кредитору по мере их начисления, либо присоединяются к сумме долга.
Процесс увеличения долга в связи с присоединение к сумме долга называется **наращением или ростом первоначальной суммы**.
**Сущность метода начисления по простым процентам**- проценты начисляются в течение всего срока кредита на одну и ту же величину капитала, предоставленного в кредит.
**Метод начисления по сложным процентам** состоит в том, что в первом периоде начисления производятся на исходную сумму кредита, затем она суммируется с начисленными процентами и проценты начисляются на наращенную сумму (проценты на проценты).
Процентные ставки могут быть: **постоянными** (фиксированными) и **переменными** (плавающими). Во втором случае указывается изменяющейся во времени базовая ставка (база) и размер надбавки к ней (маржа). Размер маржи часто определяется сроком операции и финансовым положением заемщика, как правило, изменяется от 0,5% до 5%. При последовательном погашении задолженности возможны 2 способа начисления процентов:

**1.** процентная ставка (как простая, так и сложная) применяется к фактической сумме долга.

**2.** простые проценты начисляются сразу на всю сумму долга без учета последовательного его погашения.

В практических расчетах применяется так называемые **дискретные** - начисления за фиксированные интервала времени. В некоторых случаях (аналитических финансовых расчетах) используют **непрерывные проценты**, когда наращение производится за бесконечно малые промежутки времени.

**Вопрос № 3 (Дисконт,учетная ставка)**

**Учётная ста́вка** — финансовый термин, финансовая категория, употребляемая для характеристики следующих процессов, связанных с [кредитованием](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%82)[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.AD.D0.A1.D0.AD.D0.9F-1):

1. Под учётной ставкой понимается [процентная ставка](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0), по которой [Центральный банк](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%BA) страны предоставляет [кредиты](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%82) [коммерческим банкам](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BC%D0%B5%D1%80%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%BA)[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.A6.D0.910-2)[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.AD.D0.A1.D0.AD.D0.9F-1). В российской практике наряду с термином учётная ставка для данной ситуации применяется термин[**ставка рефинансирования**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0_%D1%80%D0%B5%D1%84%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F)[[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.A6.D0.91-3)[[4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.A6.D0.912-4)[[5]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.A6.D0.914-5). Чем выше учётная ставка Центрального банка, тем более высокий процент взимают затем коммерческие банки за предоставляемый ими клиентам кредит и наоборот.
2. Под учётной ставкой понимается [процент](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82), курс, взимаемый банком с суммы [векселя](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8C) при *«*[*учёте векселя*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82_%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8F)*»* (покупке его [банком](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%BD%D0%BA) до наступления срока платежа)[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.AD.D0.A1.D0.AD.D0.9F-1). Фактически, учётная ставка в данном случае — это цена, взымаемая за приобретение обязательства до наступления срока уплаты. При учёте Центральным банком [государственных ценных бумаг](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BE%D1%81%D1%83%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D1%86%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%B1%D1%83%D0%BC%D0%B0%D0%B3%D0%B8) или предоставлении кредита под их [залог](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BB%D0%BE%D0%B3_%28%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BE%29) применяется термин официальная учётная ставка[[6]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%87%D1%91%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0#cite_note-.D0.A6.D0.913-6).

## Простая, сложная и номинальная учётная ставка

### Простая учётная ставка

При учёте по *простой* учётной ставке дисконт взимается по отношению к общей сумме обязательства и представляет собой каждый раз одну и ту же величину. Иначе говоря,

**P=S-S\*n\*d=S(1-nd)**

где

* {\displaystyle**P— сумма выплаты;**
* **{\displaystyle S}S — общая сумма обязательства (сумма выплаты плюс дисконт);**
* **{\displaystyle d}d — учётная ставка, выраженная в долях;**
* **{\displaystyle n}n — число периодов до уплаты.**

### Сложная учётная ставка

При учёте по *сложной* учётной ставке сумма выплаты {\displaystyle P}P  рассчитывается по формуле:

**P=S(1-d)n{\displaystyle P=S(1-d)^{n}}**

(при тех же обозначениях).

### Номинальная учётная ставка

### При учёте по *номинальной* учётной ставке {\displaystyle f}f, которая начисляется {\displaystyle m}m раз в год, сумма выплаты {\displaystyle P}P через {\displaystyle n}n лет рассчитывается по формуле:

**{\displaystyle P=S(1-{\frac {f}{m}})^{mn}} P=S(1-f )mn**

 **m**

 **Дисконт** ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *discount*):

1. [Скидка](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BA%D0%B8%D0%B4%D0%BA%D0%B0) с объявленной [прейскурантной цены](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B9%D1%81%D0%BA%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%82) [товара](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%80) или [услуги](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%81%D0%BB%D1%83%D0%B3%D0%B0), предоставляемая [продавцом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D1%86) [потребителю](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%82%D1%80%D0%B5%D0%B1%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C). Скидка может быть предложена при незамедлительной оплате [наличными](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%8C%D0%B3%D0%B8) (наличная скидка) либо при оптовой закупке (торговая скидка). Торговые [скидки](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BA%D0%B8%D0%B4%D0%BA%D0%B8) предоставляются для того, чтобы позволить продавцу увеличить объём продаж и, следовательно, достичь [экономии от масштаба](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D1%8F_%D0%BE%D1%82_%D0%BC%D0%B0%D1%81%D1%88%D1%82%D0%B0%D0%B1%D0%B0), или используются, как уловка, чтобы заручиться «верностью» [клиента](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%B0%D0%B7%D1%87%D0%B8%D0%BA), или предоставляются по требованию крупного и влиятельного покупателя.
2. Покупка [переводных векселей](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8C), [казначейских векселей](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9A%D0%B0%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8C&action=edit&redlink=1) или [облигаций](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D0%BB%D0%B8%D0%B3%D0%B0%D1%86%D0%B8%D1%8F) по цене ниже [номинальной](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9D%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%86%D0%B5%D0%BD%D0%B0&action=edit&redlink=1). [Векселя](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B5%D0%BB%D1%8C) и облигации погашаются в определённый момент в будущем по своей номинальной стоимости. Покупатель, который приобретает вексель или облигацию в момент выпуска, платит за них меньше номинальной, или лицевой, стоимости (с дисконтом). Разница (дисконт) между ценой, по которой он покупает вексель или облигацию, и их номинальной стоимостью представляет собой [процент](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82) по займу, предоставленному под [обеспечение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D0%B5%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) векселем или облигацией. Если владелец векселя или облигации захочет затем продать их до истечения срока их действия (редисконтировать, переучесть их), он сможет получить за них сумму, меньшую, чем номинальная стоимость, хотя и бо́льшую, чем та, что была за них заплачена. Разница между исходной ценой, заплаченной им, и полученной суммой зависит главным образом от того, сколько времени осталось до истечения срока действия данной ценной бумаги. Например, если облигация с номинальной стоимостью 1000 и сроком действия один год была приобретена за 900, то дисконт по стоимости погашения соответствует процентной ставке: {\displaystyle {\frac {1000-900}{900}}=11,1\%}

**1000-900 =11,1% по займу.**

**900**

1. В [теории игр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%B8%D0%B3%D1%80) — текущая стоимость денежной единицы будущего периода, умноженная на вероятность повторения игры для игр с неизвестным числом повторений.
2. Разница между реальной рыночной стоимостью залогового имущества и его залоговой стоимостью, используемой для определения суммы выдаваемого банком кредита.

**Вопрос № 4 (Краткосрочные долговые обязательства)**

**Краткосрочные обязательства** - это долговые обязательства предприятия со сроком погашения до одного года. Краткосрочные обязательства организации включают в себя:

* [кредиторскую задолженность](http://1fin.ru/?id=281&t=255);
* краткосрочные банковские кредиты;
* задолженность по налогам и заработной плате;
* задолженность по ценным бумагам.
* Краткосрочные долговые обязательства, выпускаемые казначействами, муниципалитетами или частными фирмами в качестве покупательного и платежного средства ( выполняют роль суррогатов различных монет); обращаются и котируются на фондовой бирже. Бумажные деньги, вышедшие из употребления и ставшие предметом коллекционирования. Бумажно-денежные знаки мелкого достоинства, выпускаемые временно в оборот в качестве разменных денег. [1]
* Формакраткосрочного долгового обязательства, выпущенная для инвесторов компанией или другим известным заемщиком, обычно с дисконтом к своей номинальной стоимости. [2]
* БОНЫ-1)краткосрочные долговые обязательства, выпускаемые государственным казначейством, отдельными учреждениями и предприятиями; 2) бумажноденежные знаки мелкого достоинства, пускаемые временно в оборот в качестве разменных денег. [3]
* Боны - краткосрочные долговые обязательства, выпускаемые казначейством и муниципальными органами или частными фирмами и используемые их держателями в качестве платежного средства. [4]
* БОНЫ - краткосрочные долговые обязательства, выпускаемые казначейством, муниципальными органами и частными фирмами капиталистических стран и используемые их держателями в качестве покупательного и платежного средства ( выполняют роль суррогата разменных монет); в бывшем СССР до денежной реформы 1922 - 1924 гг. - обязательства, выпускавшиеся различными учреждениями и предприятиями и обращавшиеся иногда в качестве суррогата денег при недостатке мелких денежных знаков; после денежной реформы выпуск бон в стране прекращен; бумажные деньги, вышедшие из употребления и ставшие предметом коллекционирования. БРЕЙН-ДРЕЙН - термин, обозначающий утечку мозгов, интеллектуалов из одной страны в другую, вызванный неравными жизненными условиями. [5]
* На еврорынке присутствуюткраткосрочные долговые обязательства со сроком обращения от одного до шести месяцев. Каждый их выпуск проходит процедуру андеррайтинга, синдицируется и размещается. [6]
* США): краткосрочные долговые обязательства местных органов власти, выпускаемые для финансирования жилищного строительства ( после завершения строительства для финансирования используются долгосрочные обязательства); как правило, не облагаются налогами и гарантированы государственными органами. [7]
* США): краткосрочное долговое обязательство местного органа власти, которое будет погашено за счет будущих налоговых поступлений; доход по таким обязательствам обычно не облагается налогом. [8]
* Эти фонды оперируюттолько краткосрочными долговыми обязательствами. Большинство взаимных фондов денежного рынка представляет возможность выписывать чеки, превышающие некоторый установленный минимум, обычно 500 или 1000 долл. Существенно, что федеральное страхование депозитов не распространяется на эти фонды; на них также не распространяются ограничения, устанавливающие потолок процентной ставки, и резервные требования. [9]
* Рынки, где обращаютсякраткосрочные долговые обязательства. [10]
* Превратить ( превращать)краткосрочные долговые обязательства в долгосрочные ( фин. [11]
* Коммерческие ценные бумаги представляютсобой краткосрочные долговые обязательства корпораций со сроком обращения от 30 до 270 дней. [12]
* БОНЫ ( bond) - 1)краткосрочные долговые обязательства, выпускаемые государственным казначейством, муниципальными органами, отдельными учреждениями и предприятиями; 2) бумажно-денежные знаки мелкого достоинства, пускаемые временно в оборот в качестве разменных денег. [13]
* Краткосрочные коммерческие векселя ( commercial paper) - необеспеченные краткосрочные долговые обязательства крупных компаний. [14]
* Внутри каждого класса выделяются различные виды ценных бумагдолго срочные и краткосрочные долговые обязательства, обязательства, по которым осуществляется периодическая выплата процентов, а сумма основного долга по гашается единовременно в конце установленного срока; обязательства, по ко торым погашение суммы основного долга осуществляется постепенно в течение срока ссуды. По одним обязательствам выплачивается фиксированный процент, по другим процент может меняться; иногда платежи осуществляются золотом, серебром или нефтью.

**Вопрос № 5 (Арбитраж и оценивание долговых обязательств)**

Под арбитражем в финансах понимается практика получения дохода от разницы в ценах связанных друг с другом финансовых инструментов на двух и более рынках. Арбитражер заключает равноценные сделки с целью получения выгоды на основе имеющихся различий в ценах на ценные бумаги, биржевые товары или валюты. Арбитражная торговля считается менее рискованной, по сравнению с трендовыми стратегиями.

Одним из примеров финансового арбитража является торговля какой-либо ценной бумагой или другим активом, обращающимся одновременно на нескольких международных рынках. Если цены на рынке не дают возможности для осуществления прибыльного арбитража, это означает, что цены находятся в арбитражном равновесии, а рынок не является благоприятным для проведения арбитражных сделок. Арбитражное равновесие является предварительным условием общего экономического равновесия. Если же цены на один и тот же актив на разных биржах разошлись друг относительно друга, то появляется арбитражная возможность купить более дешевую бумагу того или иного эмитента, и продать одновременно на другой бирже более дорогую бумагу этого же эмитента. В случае выравнивания цен на один и тот же актив на разных биржах арбитражер получает прибыль не зависимо от того, куда пошел рынок – вверх или вниз. Он получает прибыль либо по «длинной» позиции, либо по «короткой». При этом сам арбитражер своими операциями способствует такому выравниванию цен.

Арбитраж и связанная с ним деятельность включает в себя как знание о разности цен, так и способность к предвиденью динамики цен, объемов операций, возможной прибыли и риска. Современный арбитраж уже невозможно представить без использования торговых роботов. Одному или нескольким людям уже не под силу контролировать ежесекундно быстро меняющуюся ситуацию на мировых финансовых рынках. Порой арбитражные ситуации возникают и исчезают в доли секунды в результате тех или иных действий участников рынков, в том числе человеческих ошибок, и только использование торговых роботов позволяет использовать все арбитражные возможности, появляющиеся на рынке. В настоящее время на различных биржах на роботов приходится до 70 процентов всех сделок. Биржевые роботы представляют собой специальные программы, как простые, так и достаточно сложные, которые действуют в соответствии с заданными им алгоритмами. Такие роботы могут самостоятельно совершать сделки по купле-продаже акций, следить за рынком и с помощью математических методов предсказывать поведение курсов ценных бумаг. По сравнению с человеком они имеют ряд преимуществ. Прежде всего, программа может в десятки, а то и в сотни раз чаще совершать сделки и отправлять заявки на куплю-продажу акций. Кроме того, роботы намного эффективнее людей проводят технический анализ рынка и вообще лучше выполняют все операции, связанные с использованием расчетов в инвестировании. Наконец, программа лишена свойственных людям эмоций, таких как жадность и риск, которые периодически сильно вредят трейдерам.

В рамках [**оценочной деятельности**](http://xn--80affbonjlbedbun6f.xn--p1ai/)в России к объектам оценки могут относиться не только работы, услуги, недвижимость и бизнес, но и различного рода обязательства, в том числе долговые. Поскольку вряд ли когда-то наступит день, когда навсегда исчезнут должники как субъект экономической деятельности, закономерно полагать, что потребность в [**оценке различного рода**](http://xn--80affbonjlbedbun6f.xn--p1ai/) долговых обязательств будет существовать всегда.

Что же можно понимать под долговыми обязательствами в разрезе [**оценочной деятельности**](http://xn--80affbonjlbedbun6f.xn--p1ai/)?

На самом деле перечень возможных объектов оценки в данной сфере достаточно широк. К ним, в частности может относиться дебиторская, кредиторская задолженность, долги заемщика перед банками по различным кредитным договорам, договорам залога и пр., задолженность предприятия перед сотрудниками по оплате труда работников, по оплате налогов в бюджет и различные внебюджетные фонды и проч.

Все перечисленные объекты, а также оставленные за рамками рассмотрения можно укрупнённо разделить на две группы:

· Объекты задолженности, оценка которых необходима в рамках оценки бизнеса

· Объекты задолженности, самостоятельно участвующие в обороте.

Принципиальное отличие этих групп объектов оценки неотъемлемо связано с возможными целями проведения оценки таких обязательств.

К примеру, такие обязательства как долг предприятия по налогам перед гос. органами вряд ли могут быть рассмотрены в рамках независимого объекта оценки, который может без особых затруднений может быть реализован на рынке финансовых инструментов.

В то время как задолженность по кредиту или по долговой ценной бумаге ( векселю) может быть оценена в установленном порядке как отдельный финансовый продукт.

Следует заметить, что в отношении долговых обязательств более всего актуально определение рыночной стоимости, потому что независимо от порядка их реализации (в рамках всего бизнеса или как индивидуального объекта потенциальному покупателю и продавцу) важнее всего понимать их рыночную ценность, без учета каких-либо вынуждающих обстоятельств (ликвидационная стоимость) или инвестиционных составляющих.

В это же время, рассматривая рыночную стоимость различных долговых обязательств относительно их балансовой стоимости можно констатировать, что последняя, как правило, всегда выше, поскольку долговые обязательства учитываются исходя из первоначальной их стоимости, тогда как она с каждым днем может претерпевать значительные изменения.

Кроме указанной особенности также можно отметить и тот факт, что не всегда оценка долговых обязательств в российском деловом обороте может быть ассоциирована с той теорией оценки, которая разработана на западе. В частности, в России, в случае, если предприятие имеет высокий уровень дебиторской задолженности, то есть основание полагать, что его финансовая устойчивость может быть поставлена под вопрос. Это связано с риском невозврата долгов, довольно распространенным в российском деловом обороте. За рубежом, напротив, такая ситуация не считается опасной, поскольку общие риски невозврата задолженности находятся на значительно более низком уровне.

Из этого можно сделать вывод, что для остальных видов долговых обязательств, пожалуй, одним из самых важных факторов, оказывающих влияние на стоимость, будет являться риск невозврата. Соответственно, чем он будет выше, тем ниже будет стоимость долгового обязательства.

Именно поэтому, финансовое планирование и менеджмент весь свой инструментарий направляют на то, чтобы не только оптимизировать деятельность предприятия, но и снизить его риски, в т.ч. связанные с неуплатой или невозвратом денег. Наверное, если бы финансовый менеджмент активно внедрялся не только в крупные корпорации, но и в малый бизнес в России, у оценщиков было бы меньше работы, связанной с оценкой долговых обязательств, что, наверное, можно было даже рассматривать как положительный момент

**Вопрос № 6 (Учет инфляции в оценивании простых кредитных сделок)**

**Учет инфляции.**В рассматриваемых ранее методах наращения все денежные величины измерялись по номиналу. То есть, не принималось во внимание снижение реальной покупательной способности денег за период, охватываемый операцией. Однако в современных условиях инфляция в денежных отношениях играет заметную роль, и без ее учета конечные результаты часто представляют собой *условную* величину.

**Определение: инфляция –***процесс общего роста цен, приводящего к снижению покупательной способности номинальной денежной единицы.*

Инфляцию необходимо учитывать по крайней мере в двух случаях:

1) при расчете наращенной суммы денег;

2) при измерении реальной эффективности (доходности) финансовой операции.

Остановимся на этих проблемах.

Введем обозначения:

S – наращенная сумма денег, измеренная по номиналу,

C – наращенная сумма с учетом ее обесценивания,

Jp – индекс цен, (отношение цены на продукт в момент времени *t* к цене в момент *s* - за период с *s*до*t*); . *P(t) – новые цены в условиях инфляции; P(s) – старые цены.*Индекс цены (индекс инфляции) – величина безразмерная, выражаемая в долях или в процентах. Индекс цен показывает, во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

Jc - индекс, характеризующий изменение покупательной способности денег за период.

Очевидно, что C = S ´ Jc.

Индекс покупательной способности денег (Jc), равен обратной величине индекса цен – чем выше цены, тем ниже покупательная способность:

Jc = .

Указанные индексы, естественно, должны относиться к одинаковым интервалам времени.

При начислении процентов может быть учтена инфляция — снижение покупательной способности денег. Инфляцию характеризуют два показателя: уровень инфляции и индекс инфляции. Уровень инфляции показывает, на сколько процентов изменяются цены за некоторый период времени, а индекс инфляции — во сколько раз выросли цены за период времени.
Уровень инфляции и индекс инфляции за один и тот же период связаны соотношением
Дт) = 1-1-7 или і = Дт) - 1,              (1-8)
где Дт) — индекс инфляции; х — уровень инфляции (десятичная дробь).
Ясно, что покупательная способность наращенной суммы с учетом инфляции S(x) должна быть равна покупательной способности суммы S при отсутствии инфляции. Поэтому можно записать:
S( т) = S + AS,
где AS — сумма, которая должна быть добавлена к сумме S для сохранения ее покупательной способности. При этом x=AS/S.
Рассмотрим случай, когда ссуда в условиях инфляции выдается в начале года с последующим погашением в конце года. Предположим, что планируется реальная доходность ссудной операции в виде простой ставки процентов (г). За год (п = 1) наращенную сумму можно определить по формуле
sr - Р( 1 + г).

**Вопрос № 7 (Реальные и номинальные ставки сделки)**

**Процентная ставка** — относительная величина дохода за фиксированный отрезок времени. Отношение дохода (процентных денег — абсолютная величина дохода от представления денег в долг) к сумме долга.

#### **Номинальная процентная ставка** - показатель, который не учитывает рыночную инфляцию. Номинальная ставка (на английском языке - «Nominal interest rate») позволяет дать текущую оценку финансовых активов. С учетом этого параметра производится вычисление ставки для каждого из периодов (при условии начисления сложных процентов).

Размер процентной ставки всегда вычисляется как соотношение в ценностях текущих благ и тех, что будут в будущем. При этом у индивидуума всегда есть выбор, что использовать - блага в настоящем времени или через какое-то время. В случае когда на руках есть определенная сумма, человек может увеличить размеры потребления через какой-либо временной промежуток. В таком случае он жертвует определенной суммой и относит ее в банк с целью вернуть свои средства, но уже с процентом. И наоборот, если человеку необходима большая сумма сразу, то он берет у банка [деньги](http://utmagazine.ru/posts/8476-dengi) в кредит.

#### Различают номинальные и реальные процентные ставки

**Реальная процентная ставка** определяется с учетом уровня [инфляции](http://www.grandars.ru/student/ekonomicheskaya-teoriya/inflyaciya.html). Она равна номинальной процентной ставке, которая устанавливается под воздействием спроса и предложения, за вычетом уровня инфляции:

 = i — %ΔP

*  — реальная процентная ставка;
*  — номинальная процентная ставка;
*  — общий уровень цен.

Если, например, банк предоставляет кредит и взимает при этом 15%, а уровень инфляции составляет 10%, то реальная процентная ставка равна 5% (15% — 10%).

****

В обоих случаях ключевым показателем будущей прибыли является номинальная процентная ставка. Это показатель, представляющий собой отношение процентной суммы (выражается в рублях по действующему курсу) к общей сумме приносящих данный процент средств (выражен в виде номинального параметра).

**Номинальная ставка процента** (Nominal interest rate) — это рыночная процентная ставка без учета [инфляции](http://economicportal.ru/ponyatiya-all/inflyaciya.html), отражающая текущую оценку денежных активов.

**Реальная ставка процента** (Real interest rate) — это номинальная ставка процента минус [ожидаемый уровень инфляции](http://economicportal.ru/ponyatiya-all/ozhidaemyj-uroven-inflyacii.html).

Ставку процента, которая назначается банками, называют **номинальной. Реальная ставка**процента - это покупательная способность дохода в виде процента, т.е. номинальная ставка, скорректированная на инфляцию. Предположим, что индивид пометает свои сбережения в размере 10 000 руб. на банковский вклад, приносящий 8% годовых. На следующий год он снимает свои деньги вместе с начисленными процентами. Теперь у него стало на 800 руб. больше. Но при этом цены за год выросли на 7%, т.е. темн инфляции π за год составил 7%. Это означает, что теперь на полученную с вклада сумму денег индивид может приобрести товаров не на 8%, а только на 1% больше. Из-за инфляции покупательная способность денег уменьшилась на 7%, поэтому фактически реальный доход индивида вырос не на 8%, а всего лишь на 1%. В этом и заключается различие между такими понятиями, как номинальная и реальная ставки процента.

**Вопрос № 8 (Накопительные счета в схеме простых процентов)**

Одним из наиболее распространенных применений простых процентов являются так называемые накопительные, или сберегательные счета. Они относятся к более широкому классу счетов, вкладов или депозитов до востребования и, следовательно, не имеют определенного срока. Таким образом, вкладчик может изъять весь вклад или его часть в любое время. За эту возможность (или, как говорят, опцион) вкладчик платит снижением процентной ставки по сравнению со срочным депозитом, т.е. вкладом на конкретный срок.

Хотя внешне накопительный вклад определяется как один контракт, т.е. как одна сделка, с формальной точки зрения ее можно рассматривать как потенциальный простой класс из бесконечного числа простых сделок. Пусть вкладчик открывает счет в момент времени /0 с начальной суммой S, . Тогда любому t > 0, учитывая возможность изъятия вклада в этот момент времени, соответствует некоторая потенциально возможная срочная сделка с периодом [ґ0, t].

Естественно, с течением времени сумма вклада растет, так что к моменту времени / состояние счета описывается величиной (суммой) St. Если / — процентная, например годовая, ставка по вкладу и время также измеряется «в годах», то динамика накопления описывается уравнением

Sl=Sto( + i(t-t1ij) = SlX + iT) (3.3)

или

St=Sta{tatt), (3.4)

где

a(tQj) = +i(t-t0) = +iT (3.5)

— коэффициент роста (наращения); Т= t — tQ — срок в годах.

Уравнение (3.3) обычно трактуется как динамическая модель роста накопительного счета в отличие от уравнения (3.2), описывающего различные сделки, например осуществляемые одним банком с разными вкладчиками. В модели (3.3) время Т теоретически принимает любые неотрицательные вещественные значения, тогда как в модели (3.2) семейство сроков |jT| се С} сделок зависит от рассматриваемого класса сделок.

Наконец, динамическая (накопительная) модель используется для определения так называемых накопленных процентов в сделках с упоминавшимися выше процентными бумагами, такими, как депозитные сертификаты, облигации и др. (см. гл. 2). Процентные бумаги имеют в качестве обязательных реквизитов номинальную стоимость (номинал) и процентную ставку, называемую в этом случае купонной. Выплата процентов или, как еще говорят, купонного платежа осуществляется эмитентом ценной бумаги во вполне определенные моменты времени, например для депозитного сертификата — это момент погашения, а для облигации — концы так называемых купонных периодов.

**Вопрос № 9 (Динамическая модель роста)**

**Модель Солоу** (модель Солоу—Свана) — [неоклассическая](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%BE%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%8D%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F) модель [экономического роста](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82) [Роберта Солоу](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%83%2C_%D0%A0%D0%BE%D0%B1%D0%B5%D1%80%D1%82), основанная на [производственной функции](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F) [Кобба — Дугласа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%9A%D0%BE%D0%B1%D0%B1%D0%B0_%E2%80%94_%D0%94%D1%83%D0%B3%D0%BB%D0%B0%D1%81%D0%B0) с учётом экзогенного нейтрального технического прогресса как фактора[экономического роста](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82) наравне с такими [факторами производства](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0) как [труд](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D1%83%D0%B4) и [капитал](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B0%D0%BF%D0%B8%D1%82%D0%B0%D0%BB).

[Модель Харрода — Домара](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%A5%D0%B0%D1%80%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B0_%E2%80%94_%D0%94%D0%BE%D0%BC%D0%B0%D1%80%D0%B0) критиковалась в части использования [производственной функции Леонтьева](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D1%82%D1%8C%D0%B5%D0%B2%D0%B0&action=edit&redlink=1)[[en]](https://en.wikipedia.org/wiki/Leontief_production_function), нестабильности динамического равновесия модели и отсутствия взаимозаменяемости ресурсов. В феврале 1956 года выходит статья Р.Солоу «Вклад в теорию роста» [[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%83#cite_note-:1-1), а в ноябре 1956 года статья [Тревора Суона](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A2%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D1%80_%D0%A1%D1%83%D0%BE%D0%BD&action=edit&redlink=1)[[en]](https://en.wikipedia.org/wiki/Trevor_Swan) «Экономический рост и накопление капитала» [[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%83#cite_note-:2-2), в которых появляется неоклассическая форма производственной функции с постоянным эффектом от масштаба, убывающей отдачи фактора и положительной эластичностью замены фактора, которая также объединяется с предположением о постоянстве нормы сбережения. Статья Р.Солоу «Технические изменения и агрегированная производственная функция»[[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%83#cite_note-:3-3) в 1957 году окончательно сформировала основу для макроэкономической модели, учитывающей вклад технологического параметра в экономический рост, которая известна в экономической теории как модель Солоу[[4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C_%D0%A1%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%83#cite_note-:4-4).

Цель данной модели – ответить на очень важные вопросы экономической теории и экономической политики; [**[1]**](http://baguzin.ru/wp/?p=4947#footnote1) каковы факторы сбалансированного экономического роста; какой темп роста может позволить себе экономика при заданных параметрах экономической системы и как при этом максимизировать доход на душу населения и объем потребления; какое влияние на темпы роста экономики оказывают рост населения, накопление капитала и технический прогресс. Модель Солоу показывает не только возможность равновесного экономического роста при полной занятости и полном использовании производственных мощностей. Особенностью этой неоклассической модели является и то, что она демонстрирует устойчивость экономического роста, т.е. способность экономической системы возвращаться к траектории сбалансированного развития при помощи внутренних рыночных механизмов саморегулирования.

Эта модель разработана в конце 40-х гг. Она описывает динамику дохода В, который является суммой потребительских (С) и инвестиционных (и) расходов. Экономика закрыта. Основным фактором роста является ***накопление капитала.***

Основные предпосылки модели:

• постоянная норма сбережения 8 = И / В;

• отсутствует процесс выбытия капитала В = 0;

• модель не учитывает технического прогресса;

• выпуск не зависит от затрат труда;

• невозможность взаимозаменяемости факторов производства - труда и капитала.

Модель Харода-Домара описывала процессы экономического роста 1920-1950-х гг

**Вопрос № 10 (Потоки платежей)**

В чём бы ни заключалась та или иная конкретная задача финансовой математики, в её условии всегда будет присутствовать некий набор денежных выплат. Даже самая тривиальная финансовая операция — простая ссуда — содержит два платежа: выдачу ссуды и её возврат. Эти два платежа, рассматриваемые в совокупности, представляют собой простейший пример денежного потока, или потока платежей.

*Поток платежей* (англ. *cash flow*) — это последовательность денежных сумм, каждая из которых отнесена к некоторому моменту времени (такие денежные суммы называются «датированными»).

Почему в определении денежного потока делается акцент на дату совершения платежа? Потому, что деньги имеют разную ценность в разные моменты времени. Сто рублей сегодня стоят больше, чем сто рублей завтра. Во-первых, вы можете их немедленно инвестировать и получить прирост капитала. То есть 100 рублей сегодня превращаются в чуть больше ста рублей завтра, а, значит, сейчас они имеют бóльшую ценность, чем в любой момент в будущем. Во-вторых, в любом случае ваши сбережения съедает инфляция, поэтому с точки зрения покупательской способности 100 рублей сегодня ценнее, чем та же сумма завтра.

Денежные суммы в потоке платежей могут быть как положительными, так и отрицательными. В первом случае они отражают ваши поступления, во втором — ваши выплаты. Вообще говоря, любая финансовая операция с точки зрения любой из сторон содержит как поступления, так и выплаты. Поэтому полный поток платежей любой финансовой операции всегда содержит денежные суммы разных знаков. Другое дело, что в конкретном случае вы можете рассматривать не весь поток платежей, а лишь его часть.

Начальная сумма в 1 млн рублей является вашими вложениями (фактически, это ваши расходы), которые должны учитываться со знаком минус. Если бы мы строили поток платежей этой же операции, но с точки зрения банка, то знаки денежных сумм поменялись бы на противоположные (ваши выплаты являются поступлениями для банка, и наоборот).

Особенность использования понятия потока платежей заключается в том, что вся совокупность выплат рассматривается и изучается как единый объект, обладающий определённым набором характеристик и свойств.

Особенность использования понятия потока платежей заключается в том, что вся совокупность выплат рассматривается и изучается как единый объект, обладающий определённым набором характеристик и свойств.

В некоторых задачах, когда рассматриваются платежи за продолжительный период времени, удобно считать, что соответствующий поток платежей является бесконечным, то есть содержит бесконечное число платежей.

Следует всегда помнить, что в реальной жизни по-настоящему бесконечных потоков платежей быть не может, то есть бесконечный денежный поток — это всего лишь математическая модель продолжительного, но конечного процесса денежных выплат.

**Вопрос № 11 (Приведение денежных сумм в схеме простых процентов)**

Операция приведения к начальному моменту суммы Sf называется дисконтированием этой суммы. Иными словами, данная операция является обратной по отношению к рассмотренной выше операции нахождения будущей или накопленной суммы.

Заметим, что текущее значение в момент tQ события или суммы С{ в финансовой литературе обычно обозначают PV (С,). Однако в последнее время это обозначение используется в более общей ситуации как обозначение текущей стоимости суммы (события) в любой (не обязательно прошлый) момент времени (см. определение оператора PV ниже). Поэтому в тех случаях, когда необходимо подчеркнуть, что речь идет именно о прошлых (по отношению к данному событию) момен-

            3.3. Приведение денежных сумм в схеме простых процентов   147

тах, используется обозначение DVT(С,). Обозначение DV— сокращение от англ. Discount Value. Коэффициент

\*('лК ./! (ЗЛ6)

l + /(f-/0)   1 + \*Г

где Т — t — t называется коэффициентом дисконтирования в схеме простых процентов. С его помощью оператор дисконтирования запишется в виде

DVlt(S,) = S,d(t,t,). (3.17)

Как и коэффициент роста, коэффициент дисконтирования зависит только от разности Т = t — /0, а не от моментов времени /0 и / непосредственно. Это дает основание для введения одномерного или стандартного коэффициента дисконтирования

dT ~—-— Т   1 + /Т

так, что

d(t,t(i) = dT DVta(S,) = StdT.

В случае г0 = 0 выражение для коэффициента дисконтирования упрощается:

В этом случае оператор дисконтирования запишется в виде

DVa(S,) = S,dr

Обратная задача решается не только для модели накопительного счета, но и в других ситуациях. Так, предприятие, нуждающееся в дополнительных оборотных средствах, зная выручку, которую оно получит в результате реализации продукции в течение некоторого периода, может определить максимальный объем

**Вопрос № 12 (Эквивалентность событий в схеме простых процентов)**

Эквивалентные процентные ставки - это такие ставки разного вида, применение которых при одинаковых начальных условиях дает одинаковые финансовые результаты. Их необходимо знать, когда существует возможность выбора условий финансовых операций и требуется инструмент для корректного сравнения различных процентных ставок.
Для нахождения эквивалентных процентных ставок используют уравнения эквивалентности. Выбирается величина, которую можно рассчитать при использовании различных видов ставок (обычно это наращенная сумма). На основании равенства двух выражений для данной величины составляется уравнение эквивалентности, из которого путем соответствующих преобразований получается со-отношение, выражающее зависимость между процентными ставками различного вида. Например, для нахождения простой учетной ставки, эквивалентной простой ссудной ставке, уравнение эквивалентности будет иметь вид
P (1 + ni) = P/ (1 - nd) или (1 + ni) = 1 / (1 - nd),
т.е. необходимо приравнять соответствующие коэффициенты наращения.

**Процедура нахождения эквивалентных ставок:**

1) Выбирается величина, которую легко рассчитать при использовании различных процентных ставок, обычно FV;

2) Приравниваются 2 выражения, то есть составляют уравнение эквивалентности;

3) Преобразуя, выражают одну процентную ставку через другую.

Для определения эквивалентных значений простых и сложных процентных ставок составим уравнение эквивалентности:
(2.76)
Р(]+Й-/Іір) = />(1+Іслг,
где / — ставка простых процентов; г'сл — ставка сложных процентов.
Отсюда найдем ставку простых процентов, эквивалентную ставке сложных процентов:

**Ставка сложных процентов, эквивалентная простым, находится по формуле**



(2.78)
Из выражений (2.77) и (2.78) следует, что эквивалентные ставки существенно зависят от срока начисления процента (я).

**Вопрос № 13 (Финансовые потоки в схеме простых процентов)**

Простые и сложные проценты.

Стандартным временным интервалом в финансовых операциях является *один год*. Поэтому наиболее распространен вариант, когда процентная ставка устанавливается в виде*годовой ставки*, подразумевающей*однократное начисление*процентов по истечение года.

Известны *две основные схемы дисконтированного начисления процентов:*

* Схема простых процентов (simpleinterest).
* Схема сложных процентов (compoundinterest).

*Схема простых процентов*предполагает неизменность базы, с которой происходит начисление.

. (4)

*Схема сложных процентов*предполагает, что очередной годовой доход исчесляется не с исходной величины инвестированного капитала, а с общей суммы, включающей также и ранее начисленные, и невостребованные инвестором проценты.

. (5)

Очень важно помнить, что

- при 0 < n< 1

- при n= 1

- при n> 1

Таким образом, в случае ежегодного начисления процентов, для лица, предоставляющего кредит:

* выгодной является схема простых процентов, *если срок ссуды менее одного года*(проценты начисляются однократно в конце периода);
* более выгодной является схема сложных процентов, *если срок ссуды превышает один год*(проценты начисляются ежегодно);
* обе схемы дают одинаковые результаты при*продолжительности периода в один год*и однократном начислении процентов (рис. 2).

***Расчет по схеме простых процентов на основе годовой процентной ставки***заключается в том, что кредитор за **каждый год** предоставленного кредита получает **одни и те же**[**процентные деньги**](http://www.resolventa.ru/spr/arifm/scpercent.htm#scp1)**,** которые составляют   *P*   процентов от**суммы долга**   *Z ,*   выплаченной заемщику.

С **простыми процентами** все более или менее понятно: проценты начисляются один раз в конце срока вклада.

В банковских договорах процентная ставка указывается за год. Для других периодов (например, месяца) нужно перевести срок вклада в дни использовать для расчета простых процентов следующую формулу:

Fv = Sv \* ( 1 + R \* (Td / Ty) ), где

* **Fv — итоговая сумма;**
* **Sv — начальная сумма;**
* **R — годовая процентная ставка;**
* **Td — срок вклада в днях;**
* **Ty — количество дней в году.**

**Вопрос № 14 (Схема простых процентов с переменной ставкой)**

Переменная простая процентная ставка – это ставка по займу, которая способна изменяться в некоторые моменты в течение всего срока действия кредита. Отличие простой переменной ставки от сложной заключается в следующем: простая ставка применяется только к первоначальной сумме займа, тогда как сложная – к принципалу и начисленным процентам за прошлый период.

Процентная ставка – отношение суммы процентных денег , выплачиваемых за фиксированный отрезок времени к величине ссуды.

Период начисления – интервал времени, к которому относится процентная ставка.

Наращение – процесс увеличения суммы денег в связи с присоединением процентов к сумме долга.

Если процентые ставки дискретно изменяются, то формула наращенной суммы S=P(1+∑n\*t) (коэффициент наращения)

    Предоставление денег в долг во временное пользование может осуществляться различными способами: в виде денежной ссуды, сберегательного счета, открытия [депозита](http://www.nsu.ru/education/etfm/Glossary.htm#deposit), покупки [облигаций](http://www.nsu.ru/education/etfm/Glossary.htm#bond) и [векселей](http://www.nsu.ru/education/etfm/Glossary.htm#bill) и т.д. На занятые деньги с должника начисляются [проценты](http://www.nsu.ru/education/etfm/Glossary.htm#interest). На практике начисление процентов всегда производится в дискретные моменты времени.

Формула переменной ставки закрепляется в договоре между заемщиком и заимодавцем и имеет вид суммы основной ставки и дополнительного процента. Дополнительная часть переменной ставки, как правило, привязана к одной из базовых ставок. Выбор базовой ставки зависит от валюты, в которой брался кредит: если ссуда в рублях, то ставка привязывается к MosPrime, если в американских долларах – то к LIBOR. Текущее значение базовой ставки всегда известно, поэтому риск мошенничества со стороны займодавца при использовании переменных ставок исключен.

## Формула наращения по простой процентной ставке

**Пусть:**

**I - проценты за весь срок ссуды;**

**Р - первоначальная сумма долга;**

**S - наращенная сумма, или сумма в конце срока;**

**i - ставка наращения (десятичная дробь);**

**n - срок ссуды.**

**Каждый год процента составляют Рi.**

**Начисленные за весь срок про­центы:**

### I=Pni (2)

**Наращенная сумма:**

**S = Р + I = Р (1+ni) (3)**

**Это - формула простых процентов. Множитель - множитель наращения**

**проема процентов.**

**Вопрос № 15 (Сложные проценты)**

**Сложные проценты** — эффект часто встречающийся в экономике и финансах, когда проценты прибыли в конце каждого периода прибавляются к основной сумме и полученная величина в дальнейшем становится исходной для начисления новых процентов.

**Формула вычисления сложных процентов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| B = A(1 +  | P | )n |
| 100% |

где B - будущая стоимость;
A - текущая стоимость;
P - процентная ставка за расчетный период (день, месяц, год, ...);
n - количество расчетных периодов.

**Формула сложного процента** - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом капитализации (начислении процентов).

**Капитализация процентов** — причисление процентов к сумме вклада, позволяет в дальнейшем осуществлять начисление процентов на проценты. Начисление [процентов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0) на проценты, используемое в некоторых видах [банковских вкладов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4), или при наличии долга проценты, которые включаются в сумму основного долга, и на них также начисляются проценты. То же, что и [сложный процент](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0). Проценты по вкладу с капитализацией могут начисляться ежедневно, ежемесячно, [ежеквартально](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B5%D1%82%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%82%D1%8C_%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B0) и ежегодно. Если их не выплачивают, то прибавляют к сумме вклада. И в следующем периоде проценты будут начислены уже на большую сумму.

Теория и практика использования функций сложного процента базируется на ряде допущений:

1. Денежный поток, в котором суммы различаются по величине, называют денежным потоком;
2. Денежный поток, в котором все суммы равновелики, называют аннуитетом;
3. Суммы денежного потока возникают через одинаковые промежутки времени, называемые периодом;
4. Доход, получаемый на инвестированный капитал, из хозяйственного оборота не изымается, а присоединяется к основному капиталу;
5. Суммы денежного потока возникают в конце периода (в иных случаях требуется соответствующая корректировка).

**Вопрос № 16 (Формула сложных процентов для модели последовательных простых кредитных сделок)**

**Сложные проценты** — эффект часто встречающийся в экономике и финансах, когда проценты прибыли в конце каждого периода прибавляются к основной сумме и полученная величина в дальнейшем становится исходной для начисления новых процентов.

**Формула вычисления сложных процентов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| B = A(1 +  | P | )n |
| 100% |

где B - будущая стоимость;
A - текущая стоимость;
P - процентная ставка за расчетный период (день, месяц, год, ...);
n - количество расчетных периодов.

**Формула сложного процента** - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом капитализации (начислении процентов).

**Капитализация процентов** — причисление процентов к сумме вклада, позволяет в дальнейшем осуществлять начисление процентов на проценты. Начисление [процентов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0) на проценты, используемое в некоторых видах [банковских вкладов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4), или при наличии долга проценты, которые включаются в сумму основного долга, и на них также начисляются проценты. То же, что и [сложный процент](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0). Проценты по вкладу с капитализацией могут начисляться ежедневно, ежемесячно, [ежеквартально](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B5%D1%82%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%82%D1%8C_%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B0) и ежегодно. Если их не выплачивают, то прибавляют к сумме вклада. И в следующем периоде проценты будут начислены уже на большую сумму.

£я = 50(1 + і) (8.1) где / — ставка за период (каждой из очередной сделок).

Формула (8.1) — простейшая версия так называемой формулы сложных процентов. Она определяет сумму, получаемую кредитором в серии простых сделок при указанных ниже условиях:

одинаковой продолжительности составляющих простых сделок;

постоянства процентной ставки за период для всех составляющих простых сделок.

Вывод (8.1) предполагал реальное завершение одной сделки и реинвестирование полученной суммы (кредита и процентов) в новую кредитную сделку. Отметим, что в этой серии сделок кредитор, т.е. инвестор, представлен одним лицом, тогда как его должники, т.е. контрагенты сделок, могут быть разными лицами.

Итерация простой сделки связана с тем, что реальная кредитная сделка всегда срочная, т.е. имеет вполне определенный срок, после которого кредитор получает отданные взаймы деньги. Получив назад одолженные средства, кредитор снова может дать их в долг, начав тем самым новую сделку. Таким образом, перед инвестором, обладающим свободными средствами и размещающим их на срок меньший того, в течение которого средства остаются свободными, возникает проблема нового размещения капитала при возврате выданной ссуды. При этом каждый раз инвестор (кредитор) ищет наиболее эффективный способ размещения своего капитала. Это значит, что он желает при прочих равных условиях разместить средства по возможно большей ставке и на как можно более короткий срок.

**Вопрос № 17 (Модель накопительного счета в схеме сложных процентов)**

 Проценты начисляются за каждый период начисления по заданной

ставке начисления і. 3°. Величина процентов за период начисления равна произведению

величины счета в начале периода на ставку начисления. 4е. В конце каждого периода начисления счет увеличивается на сумму

начисленных за этот период процентов (т.е. начисленные проценты

реинвестируются).

Как будет показано ниже, в этом случае модель накопительного счета в схеме сложных процентов будет описываться формулой

S=S0(+i)\% (8.2)

где п — число (целое!) периодов начисления; / — ставка начисления.

Эта простейшая формула совпадает с формулой (8.1), описывающей результат накопления в последовательности простых сделок, если период каждой сделки считать равным периоду начисления. Поэтому данную формулу легче интерпретировать как динамику накопления в постоянно возобновляемой одной и той же кредитной сделке между двумя лицами — кредитором и должником, например между вкладчиком и банком.

Различие между простыми и сложными процентами в модели накопительного счета состоит в том, что в первом случае проценты на исходный капитал не присоединяются к нему на каждом периоде начисления, во втором — присоединяются, т.е. инвестируются снова или, как говорят, реинвестируются на тех же условиях, что и основной капитал.

В схеме сложных процентов в таком разделении нет необходимости, поскольку по самому смыслу сложные проценты означают начисление и на накопленные проценты, так что, по существу, имеется всего один полный счет, к которому постоянно присоединяются накопленные проценты (либо в конце периодов начисления, либо непрерывно в зависимости от модели). При этом, как отмечалось в гл. 1, мы в нашем изложении придерживаемся концепции завершенного состояния, т.е. под состоянием счета всегда понимается окончательный результат всех действий над счетом, относящихся к моменту определения его состояния.

**Вопрос № 18 (Номинальная и эффективная нормированные ставки)**

Эффективная ставка отражает доходность Банка (и стоимость денег для Вас) по операциям кредитования. Конечно, итоговый доход Банка может оказаться существенно ниже за счет невозвратов (т.е. часть выданных денег Банк просто теряет), отчислений в резервы (согласно законодательству, Банк обязан иметь запас денег, который мог бы компенсировать часть невозвратов; эти деньги не могут быть выданы в качестве кредитов или инвестированы с большой доходностью). Кроме того, для выдачи кредитов Банк сам привлекает займы и депозиты, по которым должен расплачиваться. Поэтому окончательный доход Банка может оказаться существенно ниже, но первоначальную доходность достаточно хорошо показы Эффективная и номинальная ставки похожи. Разница лишь в том, что в последней не учитывается возможностьреинвестирования (не очень существенно) и наличие дополнительных комиссий (гораздо важнее). Поскольку для оценки и сравнения кредитов лучше применять показатель, учитывающий всевозможные нюансы, то применениеэффективной ставки предпочтительнее. Главное помнить, что не стоит сравнивать эффективную ставку по одному кредиту и номинальную по другому — это качественно разные показатели. Необходимо либо рассчитатьноминальную ставку для первого кредита и сравнивать уже номинальыне ставки, либо вычислить эффективнуюставку по второму. При расчетах следует не забывать учитывать комиссии и иные платежи. вает эффективная ставка.

нормированные номинальные ставки в накопительных схемах сложных процентов вполне аналогичны нормированным ставкам простых кредитных сделок и нормированным ставкам начисления в схеме простых процентов. Во всех случаях идея состоит в приведении (нормировании) ставок, непосредственно связанных с различными периодами, к некоторым стандартным (например, базовым), периодам.

**Номинальная ставка**. Пусть годовая ставка сложных процентов равна j, а число периодов начисления в году m. Тогда каждый раз проценты начисляют по ставке j/m. Ставкаjназывается номинальной. Начисление процентов по номинальной ставке производится по формуле:

S=P(1+j/m)N,

**Номинальная учетная ставка**. В тех случаях, когда дисконтирование применяют m раз в году, используют **номинальную учетную ставку**f. Тогда в каждом периоде, равном 1/mчасти года, дисконтирование осуществляется по сложной учетной ставке f/m. Процесс дисконтирования по этой сложной учетнойm раз в году описывается формулой

         P=S(1-f/m)N,                                                                (41)

где N - общее число периодов дисконтирования (N=mn).

         Дисконтирование не один, а  m  раз в году быстрее снижает величину дисконта.

         **Эффективная учетная ставка**. Под эффективной учетной ставкой понимают сложную годовую учетную ставку, эквивалентную (по финансовым результатам) номинальной, применяемой при заданном числе дисконтирований в году m.

**Вопрос № 19 (Учетные ставки в схеме сложных процентов)**

**Сложные проценты** — эффект часто встречающийся в экономике и финансах, когда проценты прибыли в конце каждого периода прибавляются к основной сумме и полученная величина в дальнейшем становится исходной для начисления новых процентов.

**Формула вычисления сложных процентов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| B = A(1 +  | P | )n |
| 100% |

где B - будущая стоимость;
A - текущая стоимость;
P - процентная ставка за расчетный период (день, месяц, год, ...);
n - количество расчетных периодов.

**Формула сложного процента** - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом капитализации (начислении процентов).

**Капитализация процентов** — причисление процентов к сумме вклада, позволяет в дальнейшем осуществлять начисление процентов на проценты. Начисление [процентов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0) на проценты, используемое в некоторых видах [банковских вкладов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4), или при наличии долга проценты, которые включаются в сумму основного долга, и на них также начисляются проценты. То же, что и [сложный процент](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%B2%D0%BA%D0%B0). Проценты по вкладу с капитализацией могут начисляться ежедневно, ежемесячно, [ежеквартально](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B5%D1%82%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%82%D1%8C_%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D0%B0) и ежегодно. Если их не выплачивают, то прибавляют к сумме вклада. И в следующем периоде проценты будут начислены уже на большую сумму.

   Учетные ставки обычно используются при определении процентных денег при покупке (учете) банком денежных обязательств (например векселей) до срока их погашения. Сумма процентных денег определяется исходя не из первоначальной, а из погашаемой суммы долга (номинала либо определенной суммы с процентами в зависимости от условий, оговоренных в ценной бумаге). Банк до наступления платежа по векселю покупает его у предъявителя по цене, меньшей номинальной суммы. Доход банка от такой операции, равный разности между суммой по векселю и ценой его покупки, называется дисконтом.

    Сумма процентных денег (дисконт) при использовании простых учетных ставок

**Вопрос № 20 (Эквивалентность событий в схеме сложных процентов)**

**Сложные проценты** — эффект часто встречающийся в экономике и финансах, когда проценты прибыли в конце каждого периода прибавляются к основной сумме и полученная величина в дальнейшем становится исходной для начисления новых процентов.

**Формула вычисления сложных процентов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| B = A(1 +  | P | )n |
| 100% |

где B - будущая стоимость;
A - текущая стоимость;
P - процентная ставка за расчетный период (день, месяц, год, ...);
n - количество расчетных периодов.

**Формула сложного процента** - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом капитализации (начислении процентов).

 При проведении различных финансовых операций в расчетах могут использоваться различные виды процентных ставок, поэтому для сравнения доходности (эффективности) таких операций необходимо уметь по заданному значению процентной ставки одного вида определять эквивалентное значение процентной ставки другого вида.

    Две процентные ставки называют эквивалентными, если их применение к одинаковым суммам в течение равных промежутков времени в однотипных по назначению операциях дает одинаковые финансовые результаты.

    Расчет эквивалентных ставок сводится к следующему алгоритму:

1. выбор величины, рассчитываемой при помощи различных ставок (наращенной суммы, суммы процентных денег и др.);
2. составление уравнения эквивалентности на основе равенства двух формул, определяющих выбранную величину;
3. вывод формулы эквивалентности процентных ставок из уравнения эквивалентности.

**Вопрос № 21 (Специальные классы потоков.ренты)**

На практике часто встречается особый вид денежных потоков, представляющих собой последовательность регулярно повторяющихся платежей. Арендная плата, выплаты процентов, дивидендов, пенсий, ежегодные страховые взносы и т.д. служат примерами таких потоков. Если поток состоит из ежегодных выплат, то он обычно называется аннуитетом. В общем случае платежей может быть несколько раз в году, например каждый квартал, каждый месяц и т.п. Такой регулярный поток платежей называется рентой. Все формальные определения, связанные с рентами, приведены в § 1.2. Здесь же для удобства читателя дадим краткую сводку этих определений.

Хотя платежи по ренте связаны с моментами времени, по своему смыслу они являются платежами за период. Так, пенсия выплачивается за месяц, дивиденды за год и т.д. Поэтому ренту часто рассматривают как ряд платежей за последовательные периоды времени. Конкретный платеж за период может осуществляться как в конце, так и авансом, в начале периода.

С формальной точки зрения рента есть денежный поток второго рода (см. гл. 1);

С?={(УРС1),(У2,С2),...,(УЙ,СЙ)},

где п — срок ренты, т.е. число периодов ренты; Jk — k-й период ренты; Ск — платеж за к-1л период. Если число периодов конечно, т.е. п < со t то рента — срочная.

Бессрочная (вечная) рента описывается бесконечным потоком плате-

жей

СТ = {(У„С,),(У2,С2),...>(/„,С„),...}.

Регулярность ренты заключается в том, что длина всех ее периодов одинакова. Значение длины периодов также называется периодом (числовым) ренты; обозначим его через И. Указанное свойство регулярности ренты означает, что концы периодов (промежутков) ренты или ее критические моменты составляют арифметическую прогрессию /0, t,..., t, где

При этом момент /0 называется началом (начальным моментом), а момент tn — концом ренты.

Для постоянной ренты все платежи одинаковы:

Ск. = С — const,   к= 1, 2,п.

Хотя по своему финансово-экономическому смыслу рента есть поток 2-го рода, на практике она реализуется в виде последовательности платежей — событий, т.е. сумма, относящаяся к данному периоду ренты, должна быть выплачена в некоторый момент времени из этого периода. Такое преобразование потока 2-го рода в поток 1 -го рода или поток событий (см. гл. 1) можно осуществить многими способами, но на практике чаще всего используются два: в первом случае платеж осуществляется в конце, во втором — вначале периода.

Рента, в которой все платежи осуществляются в конце соответствующих периодов, называется обыкновенной или рентой постнумерандо, а рента, в которой платежи осуществляются в начале периодов, — авансированной или рентой пренумерандо. Наконец, для полного уточнения временнбй последовательности выплат необходимо указать первый период, на который приходится ненулевой платеж. Если начало га этого периода совпадает с началом t0 ренты, т.е. т0 = 1(У то рента называется немедленной. Если т0 > t0 — отложенной.

**Вопрос № 22 (Стандартные ренты)**

**Рента** (от латинского «reddita» - «возвращенная») – регулярный доход, полученный лицом в ходе пользования имущества, земли, капитала в аренду без дополнительных затрат.

Изучение рент начнем с немедленных рент, имеющих в выбранной временной шкале единичный период   /ї=1, конечный срок и постоянные платежи. Иными словами, базовый период временнбй шкалы (например, год) совпадает с периодом ренты. Более того, для простоты выберем начало ренты /0 равным началу временной шкалы, т.е. считаем t0 — 0. Тогда в выбранной шкале критические моменты ренты будут иметь вид Такие ренты назовем стандартными.

Простую, в вышеуказанном смысле, ренту всегда можно сделать стандартной, выбрав в качестве единичного периода шкалы период самой ренты. В этом случае ставка начисления автоматически становится нормированной. В дальнейшем так и будем поступать, так что в нашем изложении термины «стандартная» и «простая» ренты будут, по существу, синонимами.

Будущая стоимость ренты. Будущая (накопленная, итоговая) стоимость такой единичной стандартной ренты в момент п обозначается ^,и, согласно определению будущей стоимости потока, она равна сумме будущих стоимостей всех платежей ренты:

\*,,= FK (А„ ) = 1 •(! +<)"'' +1 -(1 +'г2 + •••+1 •

Эта сумма есть сумма п членов геометрической прогрессии со знаменателем

**Вопрос № 23 (Нестандартные ренты)**

**Рента** (от латинского «reddita» - «возвращенная») – регулярный доход, полученный лицом в ходе пользования имущества, земли, капитала в аренду без дополнительных затрат.

Получатель ренты не обязан быть предпринимателем, то есть иметь статус юридического лица. Подобный доход может быть получен на примере сдачи земли, квартиры в аренду.
Ренту так же получают по предоставлению кредита в виде процентов, по ежегодной выплате застрахованному лицу компенсаций страховым обществом.

Ренту можно рассматривать так же как прибыль, полученную с учетом годового дохода по ценным бумагам, акциям, облигациям.
В общем смысле под рентой понимают постоянный регулярный доход через строго заданные промежутки времени.

Самым распространенным способом получения ренты на примере физического лица является сдача квартиры в аренду.
В этом случае без дополнительных затрат лицо, не имеющее юридического образования, получает ежемесячный доход.

# Нестандартные виды финансовых рент (аннуитетов)

**Аннуитет (рента) называется бессрочной**, если денежные поступления продолжаются достаточно длительное время. Математически это означает, что 

Характерным примером бессрочного аннуитета являются консоли – выпускаемые правительствами некоторых стран облигации, по которым производятся регулярные купонные выплаты, но которые не имеют фиксированного срока. В западной практике к бессрочным аннуитетам относятся аннуитеты, рассчитанные на 50 и более лет. Бессрочный аннуитет называется также вечной рентой.

 В этом случае прямая задача (определение будущей стоимости) лишена смысла, однако обратная задача – определение приведенной стоимости – имеет решение.

**Важным частным случаем является рента с платежами в середине периодов***.* Например, в случаях, когда поступления от производственных инвестиций распределяются более или менее равномерно, применение рент пренумерандо или постнумерандо может привести к некоторым смещениям в значении получаемых показателей. Тогда для уменьшения погрешности рекомендуется суммы поступлений относить к середине периодов.

**Вопрос № 24 (Финансовые операции в схеме сложных процентов)**

**Сложные проценты** — эффект часто встречающийся в экономике и финансах, когда проценты прибыли в конце каждого периода прибавляются к основной сумме и полученная величина в дальнейшем становится исходной для начисления новых процентов.

**Формула вычисления сложных процентов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| B = A(1 +  | P | )n |
| 100% |

где B - будущая стоимость;
A - текущая стоимость;
P - процентная ставка за расчетный период (день, месяц, год, ...);
n - количество расчетных периодов.

**Формула сложного процента** - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом капитализации (начислении процентов).

В финансовых операциях простые проценты используются преимущественно при краткосрочных финансовых сделках. Если же при расчетах используются начисления “процентов на проценты” (в математике это называется сложными процентами), то операцию присоединения начисленных процентов к основному вкладу называют капитализацией процентов. Тогда после первого года будущая стоимость составит

; после второго ; после третьего

и так далее, через n лет. Это и есть основная формула для вычисления сложных процентов

Два финансовых контракта считаются эквивалентными (имеющими одинаковую доходность), если соответствующие им эффективные ставки совпадают. По этой причине именно эффективная ставка служит основой для сравнения между собой различных контрактов и определения годовых номинальных ставок для периодов начисления процентов, отличных от года. Таким образом, несмотря на то что в условиях конкретных финансовых контрактов фигурируют годовые номинальные ставки и частоты начисления процентов, их доходность определяется эффективной процентной ставкой. Совокупность эквивалентных номинальных годовых процентных ставок для контрактов с различной частотой начисления процентов *(т*раз в год), но с одинаковой доходностью (т. е. эффективной процентной ставкой *ie*) задается формулой



Изложение финансовой математики мы начали с анализа простой кредитной сделки (см. гл. 2) — простейшего примера финансовой операции. Формальное описание такой сделки сводится к заданию всего двух финансовых событий: выдаче и погашению кредита. При выплате процентов в конце периода временная диаграмма такой сделки будет иметь вид, изображенный на рис. 13.1.

Здесь Р — сумма кредита (основная

\_Р        S        сумма долга); S — полная сумма долга

t                       (сумма погашения), включающая как

возвращаемый кредит, так и выплачи-

0          '1        ваемые проценты /. Формально сделка

рис-131           описывается представляющим (образу-

ющим или порождающим) потоком

CF = {(/0,-/>),(flfS)}.

Заметим, что знак «минус» в первом событии (выдаче кредита) означает выбранную ориентацию, с точки зрения которой описывается сделка. В приведенном выше представлении сделка описывается с точки зрения кредитора, поэтому выдача кредита (отток средств) задается отрицательными, а погашение кредита (приток средств) положительными суммами. Такое описание сделки (см. § 1.3) соответствует точке зрения инвестора, реализующего сделку. В кредитных операциях роль инвестора играет, очевидно, кредитор.

Естественно, что потоки, участвующие в определении общей финансовой сделки, определенным образом связаны между собой. Например, в кредитных сделках, описываемых кредитным С/7" и погасительным CF+ потоками, обычно предполагается, что эти потоки сбалансированы друг с другом в том смысле, что погасительный поток полностью и точно погашает долг, т.е. кредитный поток. Конечно, говорить о сбалансированности можно, только если задана процентная (или учетная) ставка, определяющая стоимость (цену) кредита для должника и эффективность (доходность) сделки для кредитора. При заданной нормированной ставке / сбалансированность означает, что последний погасительный платеж приводит к нулевому остатку долга.

**Вопрос № 25 (Погашение долга)**

***Погашение долга в рассрочку равными платежами.***

В практике финансовой деятельности долг часто погашается в рассрочку, т.е. распределенными во времени платежами. При погашении основной суммы долга частями его текущее значение будет уменьшаться и, следовательно, сумма процентных платежей также будет уменьшаться.

Погашение долга частями также может осуществляться различными способами. В зависимости от преследуемых интересов стороны могут выбирать различные, удобные для них режимы в виде постоянных или переменных финансовых рент, а также нерегулярных потоков платежей.

. Любой вид долгосрочного долга будем называть займом или дол­гом. Существует следующая классификация займов:

1. Займы без обязательного погашения. Взятая в долг сумма не возвращается, но проценты по займу выплачиваются неограниченно долгое время. Такой вид займа описывает механизм вечной ренты. Ве­ личина годового платежа: R=Ai.

 2. Займы с обязательным погашением в один срок. Основная сум­ ма долга выплачивается разовым платежом. Проценты кредитору мо­ гут выплачиваться разными способами. 3. Займы с погашением в несколько сроков. ,- —. Рассмотрим второй вид займов. Если по условиям займа должник обязуется вернуть сумму долга D в конце срока в виде разовогб платежа, то он должен предпринять меры для обеспечения этого. При значитель\* ной сумме долга это обычно создание погасительного фонда. Ежегод\* но в погасительный фонд вносится сумма R, на которую начисляются проценты по ставке L Одновременно происходит выплата процентов за долг по ставке g (простые проценты). В этом случае срочная уплата: Y = Dg + R. Поскольку фонд должен быть накоплен за п лет, соответствую­ щие взносы образуют постоянную ренту с параметрами R, п, /.Допус­ тим, что речь идет о ренте постнумерандо.

Погашение долга равными срочными уплатами Первый этап разработки плана погашения — определение разме­ ра срочной уплаты. Далее эта величина разбивается на процентные пла­ тежи и сумму, идущую на погашение долга. После этого легко найти остаток задолженности на любой промежуток времени. Периодическая выплата постоянной суммы Y равнозначна ренте с параметрами: D,R = Y, g. Приравняв сумму долга к современной стои­ мости этой ренты, находим размер срочной уплаты: Аннуитет Y содержит выплату основного долга и процентный пла­ теж на остаток займа. Остаток долга уменьшается с каждой выплатой. Поэтому можно сделать вывод, что процентные платежи уменьшают­ ся, а выплаты основного долга увеличиваются из периода в период.

Погашение займа переменными выплатами основного долга Рассмотрим случай, когда выплаты изменяются в геометрической прогрессии. Одним из вариантов погашения кредитной задолженности может быть такой, при котором погашение основного долга должно произво­ диться платежами, каждый из которых больше или меньше предыду­ щего в q раз. Таким образом, эти платежи будут являться членами воз­ растающей или убывающей геометрической прогрессии.

**Вопрос № 26 (Пенсионные схемы)**

Взносы участников пенсионной схемы аккумулируются в пенсионном фонде. Его средства инвестируются в различные активы на финансовом рынке. Инвестиции обеспечивают рост стоимости активов фонда. Характеристикой такого роста служит норма или ставка доходности, которую назовем ставкой накопления фонда. Поскольку пенсионный фонд при таком подходе сводится к совокупности независимых индивидуальных пенсионных счетов его участников, то описание различных пенсионных схем проведем с точки зрения индивидуального участника схемы (фонда).

Формально пенсионная схема как финансовая операция представляется парой денежных потоков: расходным CF~, который на языке пенсионных схем называется потоком пенсионных взносов, и приходным CF+, называемым потоком пенсионных выплат. Как правило, оба эти потока являются рентами, поэтому говорят о ренте взносов и ренте пенсий соответственно. Эти ренты характеризуются своими временными и финансовыми параметрами, которые называются параметрами пенсионной схемы. Как и в случае кредитных сделок, оба потока (ренты) пенсионной схемы должны удовлетворять балансовому соотношению при заданной ставке накопления фонда /.

Обозначим через

ренту взносов (поток 2-го рода) с периодами

Л = іґ\*-р rJ'  k=,2,т,

одинаковой длины h — tk —tk\_ {; k = 1, 2,т. Величина, обратная Л, т.е. 1/Л, называется частотой, или кратностью взносов. Так, в годовой

шкале ежемесячным взносам соответствует период ренты взносов h = 1/12 и частота /h = 12. Далее, пусть

СЛ = {(/1,Л1),(Л,Л2),...,(/||,Л||)}, Rj>0

— рента пенсионных выплат с периодами /. — т] одинаковой длины / = т — r\_j, j = 1, 2, п. Величина, обратная /, т.е. 1//, называется частотой пенсионных выплат. Так, в годовой шкале ежемесячной пенсии соответствует период /= 1/12 и частота выплат, равная 12.

Разумеется, как в любой финансовой операции, между рентами взносов и пенсий существует определенный баланс. Этот баланс определяется ставкой накопления фонда /'. В простейшем случае постоянства этой ставки втечение всего периода действия схемы, т.е. как на периоде взносов, так и на пенсионном периоде, баланс можно записать в виде равенства

PVp(CB,i) = PVf(CR,i).

Задание пенсионной схемы состоит в задании временных и финансовых параметров рент, составляющих схему. Уравнения баланса показывают, что параметры схемы вместе со ставкой (или ставками) накопления фонда не являются независимыми в совокупности. Это значит, что уравнение баланса позволяет находить один из этих параметров, если заданы все остальные. Это обстоятельство служит основой для классификации пенсионных схем по типу определяющей (исходной) информации, в соответствии с которой строится схема.

Так, для схем с установленными взносами исходной является информация о ренте взносов, т.е. рента взносов считается полностью определенной. Пенсионная рента при этом определяется частично, недостающие параметры находятся из уравнения баланса. Задав, например, полностью ренту взносов и ставку накопления, можно определить либо размер пенсии при известном пенсионном периоде (сроке) и частоте пенсионных выплат, либо, зная частоту выплат и величину пенсий, найти продолжительность пенсионного периода и т.д.

Наоборот, для пенсионных схем с установленными выплатами полностью определенной считается пенсионная рента, а рента взносов определена частично. По заданной ставке (или ставкам), величине периода взносов и частоте можно найти требуемую величину взносов или же, по известной величине и частоте взносов — необходимую продолжительность периода взносов и т.д.

Безусловно важнейшую роль в эффективности пенсионного фонда играет доступная ему норма инвестиционных доходов, т.е. ставка накопления. При полностью заданных рентах взносов и пенсий возможность выполнения фондом своих обязательств перед участниками состоит в том, чтобы уровень накопления был достаточно высок. Формально это означает выполнение неравенства

PVp(CB,r)>PVp(CR,r (13.50)

которое называется условием финансовой обеспеченности схемы относительно ставок /"и / + . Если неравенство в (13.50) строгое, то схема называется перефинансированной (или сверхобеспеченной).